

Universidad Politécnica de Madrid

TESIS

**DISEÑO ESTRUCTURAL DE ARCOS,
BOVEDAS Y CUPULAS EN ESPAÑA
ca. 1500 ~ ca.1800**

por

SANTIAGO HUERTA FERNÁNDEZ

dirigida por

RICARDO AROCA HERNANDEZ-ROS

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid

MADRID, Octubre de 1990

A mis padres

*Probado he muchas vezes sacar Raçon del estribo que abrá
menester una qualquiera forma y nunca hallo regla que me
sea suficiente, y tambien le he probado entre arquitectos
españoles y estrangeros, y ninguno paresçe alcançar
verificada regla, mas de un solo albedrio; y preguntando
por que sabremos ser aquello bastante estrivo, se responde
por que lo ha menester, mas no por que raçon.*

Rodrigo Gil de Hontañón Tratado de Arquitectura

*On fait une voûte d'après les voûtes faites: c'est affaire
d'expérience.*

Paul Sejourné Grandes Voûtes

INDICE	vii
LISTA DE ILUSTRACIONES	xiii
LISTA DE TABLAS	xv
PREFACIO	xvii
1. INTRODUCCION	1
1.1 Desarrollo histórico del análisis de las estructuras de fábrica	2
1.1.1 Bóvedas simples: arcos y bóvedas de cañón	2
1.1.2 Bóvedas compuestas: cúpulas, bóvedas de crucería y en rincón de claustro	10
1.2 Diseño estructural: empleo de reglas empíricas	16
1.3 Actitud hacia las reglas empíricas: estado de la cuestión	18
1.4 Contradicción entre la actitud actual y los hechos: origen del presente estudio	20
1.5 Objetivos y limitaciones	22
 PRIMERA PARTE: ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA	
2. LOS MATERIALES	25
2.1 Las piedras	25
2.1.1 Resistencia a compresión	26
2.1.2 Resistencia a tracción	27
2.1.3 Módulo de Young	27
2.2 Ladrillo	28
2.2.1 Resistencia a compresión	28
2.2.2 Resistencia a tracción	29
2.2.3 Módulo de Young	29
2.3 Morteros	29
2.3.1 Resistencia a compresión	29
2.3.2 Resistencia a tracción	30
2.3.3 Módulo de Young	30
2.4 Resistencia de las fábricas	30
2.4.1 Resistencia a compresión	31
2.4.1.a Fábricas de piedra	32
2.4.1.b Fábricas de ladrillo	34
2.4.1.c Tensiones admisibles	34
2.4.2 Resistencia a tracción	36
2.4.3 Resistencia a cortante	36
2.4.4 Módulo de elasticidad	38
3. MODELO MATEMATICO: LINEA DE EMPUJES	39
3.1 Definición general de las líneas de empujes e inclinaciones	39
3.1.1 Línea de empujes	40
3.1.2 Línea de inclinaciones de los empujes	42
3.2 Teoría matemática de las líneas de empujes	43
3.2.1 Definición	43
3.2.2 Ecuación general de la línea de empujes bóveda	44
3.2.2.a Centro de gravedad de una sección	44
3.2.2.b Notaciones	46
3.2.2.c Ecuación de la línea de empujes	47
3.2.2.d Dirección del empuje	49
3.2.3 Bóveda sometida solamente a cargas verticales	50

INDICE

3.2.3.a Familia de planos de corte verticales	51
3.2.3.b Polígono funicular	52
3.2.3.c Catenaria	53
3.3 Propiedades fundamentales de las líneas de empujes de bóvedas sometidas a su propio peso	54
4. ANALISIS A ROTURA: TEOREMAS FUNDAMENTALES	55
4.1 Posición de la línea de empujes. Inconvenientes del análisis elástico	55
4.2 Análisis a rotura	58
4.3 Teorías del análisis a rotura: Teoremas fundamentales	61
4.3.1 Teoría de Kooharian/Heyman	62
4.3.1.a Teoremas fundamentales	63
4.3.2 Hipótesis de Parland	64
4.3.2.b Teoremas fundamentales	65
4.4 Colapso de arcos. Rótulas plásticas. Ensayos sobre modelos	68
4.4.1 Colapso por formación de rótulas (Heyman/Kooharian)	69
4.4.2 Formas generales de colapso (Parland)	71
4.4.3 Conclusiones: crítica de la teoría de Parland y elección de la teoría de Kooharian/Heyman	72
4.4.3.a Los contrafuertes	74
4.4.3.a Conclusión	76
4.5 Aplicación del primer Teorema: comprobación de estabilidad	76
4.5.1 Planos de corte verticales	77
4.5.2 Forma de acción del relleno	78
4.5.2.a Distintas hipótesis	78
4.5.2.b Discusión sobre las distintas hipótesis	80
4.5.3 Métodos gráficos	81
4.5.3.a Método de Méry	81
4.5.3.b Método de Fuller/Heyman	84
4.5.4 Métodos experimentales: la catenaria y los modelos a escala.	89

SEGUNDA PARTE: INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

5. EL SIGLO XVI	99
5.1 Geometría y estructura en el gótico tardío	99
5.2 Rodrigo Gil de Hontañón	103
5.2.1 El Tratado de de Rodrigo Gil de Hontañón	104
5.2.2 Dimensionamiento estructural de las Iglesias Salón	106
5.2.3 Elementos de una bóveda vaída nervada	109
5.2.4 Pilares y contrafuertes	111
5.2.4.a Pilares	111
5.2.4.b Contrafuertes	112
5.2.5 Nervios y claves	113
5.2.5.a Nervios	114
5.2.5.b Claves	116
5.2.6 Torres	117
5.2.7 Investigación sobre los contrafuertes	120
5.2.7.a Reglas 1 y 2. Relación entre contrafuerte y carga	121
5.2.7.b Regla 3. Generalización del problema del arco de medio punto	126
5.2.7.c Regla 4. Contrafuerte para cualquier arco	129
5.2.7.d Regla 5. Fórmula aritmética para el contrafuerte de un arco de medio punto	131

5.3	Martínez de Aranda	133
5.3.1	El manuscrito	133
5.3.2	Regla para dimensionar contrafuertes y arcos	134
5.3.3	Origen, difusión e importancia de la regla de Martí- nez de Aranda	136
5.4	Hernán Ruiz	140
5.4.1	El manuscrito	140
5.4.2	Regla para contrafuertes	140
5.4.3	Origen e influencia posterior	143
5.5	Leon Baptista Alberti	145
5.5.1	Los diez libros de Arquitectura	145
5.5.2	Sobre arcos	146
5.5.2.a	Arco de medio punto:el arco ideal	147
5.5.2.b	Arcos rebajados	148
5.5.2.c	Arcos apuntados	149
5.5.3	Bóvedas	149
5.5.3.a	Esqueleto resistente	149
5.5.3.b	Cúpulas esféricas	151
5.5.3.c	Cúpulas poligonales	151
5.5.3.d	Necesidad de cargar y macizar los riñones de las bóvedas	153
5.5.4	Puentes	153
5.5.5	Torres	156
5.6	Palladio	158
5.6.1	Los Cuatro Libros de Arquitectura	158
5.6.1.a	Contrafuertes y pilares de las Logias	159
5.6.1.b	Puentes	159
5.6.2	Logia Publica del Palacio de Brescia	161
5.6.2.a	Pilares y contrafuertes	162
5.6.2.b	Bóvedas: forma de colapso	163
5.6.2.c	Cúpulas: extradós para una cúpula esférica	163
5.7	Cristóbal de Rojas	164
5.7.1	El tratado	164
5.7.2	Regla sobre contrafuertes	165
5.7.3	Empleo de modelos	165
5.8	Juanelo Turriano	166
5.8.1	El manuscrito	166
5.8.2	Reglas estructurales	167
5.8.2.a	Arcos	167
5.8.2.b	Pilas y estribos de los puentes	169
5.9	Las comisiones de expertos: la Catedral de Gerona	171
5.10	Reglas estructurales del gótico tardío alemán	174
5.10.1	Ungewitter: reglas para contrafuertes	174
5.10.2	Lechler	176
6.	EL SIGLO XVII	177
6.1	Fray Lorenzo de San Nicolás	177
6.1.1	El tratado	177
6.1.2	Reglas estructurales	178
6.1.3	Contrafuertes	178
6.1.4	Arcos	183
6.1.5	Bóvedas: generalidades	184
6.1.6	Espesor de las bóvedas	186
6.1.7	Estabilidad de las bóvedas	186
6.1.7.a	Cañón seguido	187

INDICE

6.1.7.b	Media naranja	187
6.1.7.c	Bóveda vahída	188
6.1.7.d	Bóveda en rincón de claustro o esquifada. . .	188
6.1.7.e	Bóveda de arista.	189
6.1.7.f	Lunetas	190
6.1.8	Puentes	190
6.1.8.a	Pilas	190
6.1.8.b	Arcos	191
6.1.9	Torres	192
6.1.10	Empleo de modelos	193
6.2	Simón García	195
6.2.1	El Tratado	195
6.2.2	Reglas estructurales sobre puentes	195
6.2.2.a	Sobre las pilas	195
6.2.2.b	Sobre los arcos	198
6.2.3	Reglas estructurales sobre Templos	198
6.2.3.a	Igesias de una nave	199
6.2.3.b	Iglesias de tres naves	199
6.2.3.c	Iglesia de cinco naves	200
6.2.3.d	Otras reglas	200
6.2.3	Torres	201
6.3	Henry Wotton y Bernardino Baldi	201
6.4	Fontana: diseño de cúpulas	204
6.4.1	Cúpulas dobles: San Pedro	205
6.4.2	Cúpulas simples	205
6.4.2.a	Influencia posterior	209
6.4.3	Regla superficial	210
6.6	Wren: primeras reglas 'pseudo-científicas'	212
7.	EL SIGLO XVIII	217
7.1	El padre Tosca	217
7.1.1	El tratado	217
7.1.2	Reglas estructurales	218
7.1.3	Arcos	219
7.1.3.a	El arco 'ideal'	219
7.1.3.b	Arcos de medio punto	219
7.1.3.c	Arcos apuntados	219
7.1.3.c	Arcos degenerantes	220
7.1.4	Bóvedas	221
7.1.4.a	Media naranja	221
7.1.4.b	Bóvedas de crucería	221
7.1.4.c	Cimborrio gótico	222
7.1.5	Contrafuertes	225
7.1.6	Sobre el empleo de modelos	227
	228
7.2	García Berruguilla	228
7.2.1	El tratado	228
7.2.2	Reglas para contrafuertes	228
7.2.3	Torres	231
7.3	Plo y Camín	232
7.3.1	El tratado	232
7.3.2	Reglas sobre contrafuertes de arcos y bóvedas	233
7.3.3	Reglas sobre contrafuertes de arcos y bóvedas: pro- puestas de Plo	237
7.3.3.a	Contrafuertes para bóvedas de cantería	237

7.3.3.b Contrafuertes para bóvedas de ladrillo . . .	239
7.3.3.c Contrafuertes para puentes	240
7.4 La tradición francesa: Gautier, Bélidor, Frézier, Danizy, y Perronet	241
7.4.1 Gautier	241
7.4.1.a Contrafuertes	244
7.4.1.b Pilas	249
7.4.1.c Espesor en la clave	250
7.4.1.d Arco ideal	252
7.4.2 Danyzy	253
7.4.2.a Regla de Danyzy	254
7.4.3 Frézier	257
7.4.3.a Diseño de arcos: espesor de las bóvedas en la clave	257
7.4.3.b Empuje de bóvedas y cálculo de contrafuertes	260
7.4.4 Bélidor	267
7.4.4.a Pilas	267
7.4.4.b Contrafuertes o cepas	269
7.4.4.c Espesor en la clave	269
7.4.5 Perronet	270
7.4.5.a Arcos	271
7.4.5.b Pilas	272
7.4.5.d Cepas o contrafuertes	275
7.4.6 Influencia sobre los tratados españoles del XVIII . .	275
7.4.6.a El padre Pontones	276
7.4.6.b Rieger	279
7.4.6.b Benito Bails	280
7.6 La tradición inglesa: Juan Muller y la escuela de Woolwich .	281

TERCERA PARTE: VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS

8. VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS TRADICIONALES	285
8.1. Introducción: Galileo y el Principio de Semejanza	285
8.1.1 Efectos de los cambios de escala: el Principio de Semejanza	289
8.1.2 Estructuras semejantes	290
8.2 Arcos de fábrica	291
8.2.1 Peso propio	292
8.2.2 Cargas vivas	296
8.2.3 Límites de tamaño	300
8.2.4 Teorema de la proyección paralela de Rankine	303
8.2.5 Reglas empíricas sobre diseño de arcos	308
8.2.5.a Arcos en edificios	309
8.2.5.b Arcos en los puentes	314
8.2.6 Reglas sobre contrafuertes	315
8.2.6.a Reglas 1 y 2 de Rodrigo Gil	316
8.2.6.b Contrafuerte para cualquier arco	318
8.2.6.c Contrafuerte para una bóveda de cañón	322
8.3 Bóvedas de fábrica	325
8.3.1 Bóvedas de crucería	326
8.3.1.a Bóvedas: estabilidad y construcción	326
8.3.1.b Contrafuertes: cálculo, y verificación de reglas empíricas	330
8.3.1.c Límites de tamaño	338

INDICE

8.3.2 Cúpulas	339
8.3.2.a Estabilidad de las cúpulas	341
8.3.2.b Verificación de algunas cúpulas	343
8.3.3 Teorema de Rankine	348
8.4 Torres de fábrica	349
8.4.1 Reglas empíricas: verificación	350
8.4.2 Límites de tamaño	352
9. CONCLUSIONES.	355
APENDICE. Desarrollo histórico del concepto de seguridad en el diseño de arcos de fábrica	361
BIBLIOGRAFIA	367
Indice de autores.	457
RESUMENES	467

LISTA DE FIGURAS

1.1.	Análisis de arcos de fábrica	4
1.2.	Análisis de cúpulas de fábrica	12
3.1.	Líneas de empujes e inclinaciones en un macizo de fábrica	41
3.2.	Centro de gravedad de una sección	44
3.3.	Línea de empujes	47
3.4.	Polígono funicular	53
4.1.	Posición de la línea de empujes. Experimento de Barlow	55
4.2.	Primeros ensayos de colapso de arcos: Leonardo y Danizy	59
4.3.	Los ensayos sistemáticos de colapso de arcos de Boistard	60
4.4.	Demostración experimental del primer teorema	67
4.5.	Colapso por deslizamiento. Ensayo de Parland	68
4.6.	Proporciones de colapso de un arco	70
4.7.	Formas de colapso de arcos	70
4.8.	Modos generales de colapso	71
4.9.	Verificación del ensayo de Parland	72
4.10.	Líneas de empuje en arcos adintelados	73
4.11.	Terremotos y arcos adintelados: efecto y solución según Cejka	73
4.12.	Contrafuerte con empuje horizontal: empujes e inclinaciones	74
4.13.	Contrafuerte con empuje inclinado: empleo de pináculos	75
4.14.	Influencia de la acción del relleno en la estabilidad	79
4.15.	Método de Méry: bóveda simétrica y asimétrica	83
4.16.	Degeneración de un polígono funicular	85
4.17.	Método de Fuller/Heyman: evolución histórica	86
4.18.	Método de Fuller/Heyman: bóveda simétrica y asimétrica	88
4.19.	Comprobación de estabilidad empleando la catenaria	90
4.20.	Diseño de Hübsch para la katolische Kirche	91
4.21.	Ensayos de Hübsch	91
4.22.	Arquitecturas catenarias: Tappe y Gaudí	92
4.23.	Bóvedas de crucería: empleo de la catenaria	93
4.24.	Estudio de la estabilidad de un catedral gótica con modelos	96
4.25.	Modelos: comprobación a sismo y viento. Método de Frei Otto	97
5.1.	Iglesia salón	107
5.2.	Elementos de una bóveda nervada	110
5.3.	Relación de analogía entre los dedos de la mano y los nervios	114
5.4.	Diseño y proporción de torres	119
5.5.	Regla geométrica nº1 para un arco de medio punto	121
5.6.	Generalización de la Regla nº1	122
5.7.	Regla nº1. Dibujo original del manuscrito	123
5.8.	Regla geométrica nº2 para un arco de medio punto	124
5.9.	Regla nº2. Dibujo original del manuscrito	126
5.10.	Regla nº3. Dibujo original del manuscrito	128
5.11.	Regla nº3. Interpretaciones de Sanabria	129
5.12.	Regla nº4. Dibujo original del manuscrito	130
5.13.	Martínez de Aranda: dibujos y texto del manuscrito	135
5.14.	Equivalencia entre las reglas de M. de Aranda y Derand	136
5.15.	Iglesia de Wimpfen (a) y Catedral de Freiburg (b)	138
5.16.	Catedral de Gerona (a) e Iglesia Católica de Bulach (b)	139
5.17.	Regla de Hernán Ruiz	141
5.18.	Regla para los contrafuertes según Ungewitter	143
5.19.	Proyecto para el Puente de Westminster	144
5.20.	Estabilidad de cúpulas semiesféricas y poligonales	151
5.21.	Método constructivo de Brunelleschi para Santa Maria del Fiore	152

LISTA DE FIGURAS

5.22.	Restitución de las proporciones de Alberti por Straub	154
5.23.	Modelos de puentes recogidos por Palladio	159
5.24.	Logia de Brescia	161
5.25.	Templo períptero con cúpula	163
5.26.	Aligeramiento de los riñones en los puentes	167
5.27.	Intervalo de variación posible de las pilas de los puentes	169
5.28.	Proporciones de arcos y pilas	169
5.29.	Catedral de Gerona. Planta, sección y vista interior	171
5.30.	Ungewitter: reglas de Martínez de Aranda y Hernán Ruiz	175
5.31.	Arcos transversales y cruceros	176
6.1.	Diseño de puente según Fray Lorenzo	191
6.2.	Planta de torre de iglesia	193
6.3.	Dibujo original del manuscrito	197
6.4.	Restitución hipotética de la geometría	197
6.5.	Relación entre luz y espesor de la pila	197
6.6.	Diseño de cúpulas según Fontana	207
6.7.	Regla para cúpulas simples: restitución de Straub	208
6.8.	Reglas estructurales de Wren (restitución de Dorn)	213
6.9.	Lámina original del tratado de Wren	215
7.1.	Formas de estabilizar un arco apuntado	220
7.2.	Cimborrio de la catedral de Valencia según Tosca	223
7.3.	La regla de Martínez de Aranda en el tratado de Tosca	227
7.4.	García Berruguilla: dibujo original del tratado	230
7.5.	Plo: dibujo original del tratado	235
7.6.	Regla geométrica: contrafuertes de bóvedas de cantería	237
7.7.	Regla para aumentar el canto del contrafuerte	238
7.8.	Regla geométrica: contrafuertes de bóvedas de ladrillo	239
7.9.	Regla geométrica para las cepas de los puentes	241
7.10.	Regla geométrica de Gautier	246
7.11.	Dibujo original de Gautier	246
7.12.	Aplicación de la regla de Gautier a tres tipos de arcos	247
7.13.	Tablas de Gautier para dimensionamiento de puentes	248
7.14.	Dimensionamiento de capas y pilas según Gautier	249
7.15.	Dimensionamiento de arcos según Gautier	251
7.16.	Ensayo de Gautier	252
7.17.	Dibujo original de Danyzy	255
7.18.	Método geométrico de Danyzy	256
7.19.	Dibujo original	256
7.20.	Comprobación de la regla de Martínez de Aranda/Derand	261
7.21.	Comparación de superficies de bóvedas	266
7.22.	Puente de Neuilly de Perronet	273
7.23.	La regla de Martínez de Aranda/Derand en el tratado de Rieger.	280
7.24.	Tabla de Muller para el dimensionado de las cepas de los puentes	283
8.1.	Ley de Galileo y su aplicación a una cúpula de fábrica	287
8.2.	Comparación entre la ley de semejanza y la ley de Galileo	287
8.3.	Ley de semejanza en cúpulas romanas	287
8.4.	Comparación de chimeneas de distintos tamaños	288
8.5.	Comparación de puentes de distintos tamaños	288
8.6.	Diseño de un arco semicircular: métodos elástico y a rotura	293
8.7.	Diseño elástico y a rotura de un arco	294
8.8.	Posición del punto crítico para dos tipos de arcos	295
8.9.	Esbeltez crítica de un arco con carga puntual en su clave	298
8.10.	Reglas empíricas para dimensionamiento de puentes de fábrica	300
8.11.	Proyecto de Leonardo para un puente sobre el Cuerno de Oro	302
8.12.	Proyecciones paralelas de Rankine	306

LISTA DE FIGURAS

8.13. Proyecciones paralelas de un arco de medio punto	307
8.14. Proyecciones paralelas de un bóveda de cañón	307
8.15. "Demostración" gráfica del Teorema de Rankine	307
8.16. El teorema de Rankine y la <i>Arquitectura oblicua</i> de Caramuel.	308
8.17. Esbelteces y formas de colapso de los tres arcos básicos	309
8.18. Esbelteces límite de arcos circulares.	310
8.19. Efecto de levantar los contrafuertes hasta la mitad de la flecha	311
8.20. Esbeltez límite de un arco semicircular: efecto del relleno.	311
8.21. Líneas de carga de distintos tipos de arcos.	313
8.22. Método para estabilizar un arco apuntado	314
8.23. Verificación de la Regla nº1 de Rodrigo Gil.	317
8.24. Verificación de la Regla nº2 de Rodrigo Gil.	317
8.25. Geometría de la serie de arcos considerada	319
8.26. Esbeltez del contrafuerte para distintos arcos	319
8.27. Verificación de las reglas para el contrafuerte de un arco	320
8.28. Contrafuerte para un arco de medio punto exento.	321
8.29. Contrafuerte para un arco de medio punto: relleno horizontal	321
8.30. Bóveda de cañón con estribos: validez de la regla de Rodrigo Gil	324
8.31. Bóveda de cañón con estribos: validez de la regla de Plo y Camín	324
8.32. Posibles formas de bóvedas de crucería	326
8.33. Curvatura de las plementerías en las bóvedas de crucería	327
8.34. Colapso de una bóveda de crucería.	330
8.35. Grietas de Sabouret y modelo de colapso según Heyman	331
8.36. Bóveda de crucería: parámetros geométricos para el cálculo	332
8.37. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz semicircular.	333
8.38. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz apuntada, $F/L = 2/3$	333
8.39. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz apuntada, $F/L = 5/6$	334
8.40. Viento: efecto en la estabilidad de la Catedral de Estrasburgo	335
8.41. Contrafuertes para una bóveda baída (sin muro).	336
8.42. Contrafuertes para una bóveda baída (con muro).	337
8.43. Tensiones máximas en bóvedas de crucería	338
8.44. Modo de colapso y esbeltez límite de cúpulas esféricas	342
8.45. Verificación de la regla de Fontana.	344
8.46. Verificación de la estabilidad de la Cúpula de Bramante.	344
8.47. Verificación de la estabilidad de Santa Maria del Fiore.	346
8.48. Proyecto para una cúpula de ladrillo de 100 m de luz	346
8.49. Cúpula del Gol Gomuz en Bijapur.	347
8.50. Estabilidad de torres cuadradas de fábrica	351

LISTA DE TABLAS

2.1. Resistencias mecánicas de las piedras	26
2.2. Módulo de Young de los morteros	30
2.3. Resistencia de las fábricas en función del tipo de mortero	32
2.4. Resistencia de los morteros tipo	37
2.5. Resistencia de las fabricas de ladrillo según MV-201	34
2.6. Tensiones de trabajo en estructuras de fábrica	35
2.7. Módulo de elasticidad de las fábricas ($\cdot 10^5$ Kg/cm ²)	38
5.1. Espesores de arcos según Martínez de Aranda	135
5.2. Reglas proporcionales de Alberti para las Torres	157
6.1. Dimensiones de los contrafuertes	182
7.1. Espesores de las pilas para los arcos de medio punto	267
7.2. Espesores de las pilas para los arcos rebajados al tercio	268
8.1. Grandes puentes de fábrica.	295
8.2. Grandes bóvedas de crucería	339
8.3. Grandes cúpulas de fábrica.	347

PREFACIO: HISTORIA DE LA CONSTRUCCION

El ámbito de esta Tesis es la Historia de la Construcción. En la actualidad existe un debate sobre la definición de esta materia. La tendencia actual es a darle un campo, en mi opinión, demasiado amplio que abarcaría todo el 'universo construido'¹. Estas definiciones tan amplias son cómodas desde un punto de vista puramente teórico pues cubren todo el campo sin excepciones, pero tienen el inconveniente de solaparse con otras disciplinas con un ámbito ya reconocido como son la Historia y Teoría de la Arquitectura, la Historia del Urbanismo etc. Otra tendencia consiste en emplear la actual división existente en las Escuelas Técnicas desde su fundación y que separa la Arquitectura de la Ingeniería.² Esto es difícilmente justificable pues impone una clasificación que sólo es válida para los últimos 150 años. ¿Dónde se estudiarían, por ejemplo, las aportaciones a la técnica constructiva de Palladio ó Miguel Angel?

Quizá el ámbito quedara mejor definido con la expresión Historia de la Técnica de la Construcción, que incluiría tanto las obras de arquitectura como las de ingeniería civil. Este enfoque coincide con la clasificación realizada tradicionalmente en los tratados, enciclopedias y libros de referencia sobre Historia de la Técnica.³

1. El término corresponde a J. Summerson "What is the History of Construction?" *Construction History* Vol.1, 1985. pp. 1-2. Creemos que un ejemplo de los peligros de un enfoque demasiado amplio es el artículo de M. B. K. Dunkeld "Approaches to Construction History." *Construction History* Vol.3, 1987. pp. 3-15, basado en su tesis: "Approaches to Construction History." MSc Thesis: University College, 1986.

2. Para una propuesta de esta orientación, véase: G. Schäfer, "Der Begriff Ingenieurbaugeschichte. Ein Beitrag zur Geschichte des Bauingenieurwesens.", *Bauingenieur*, Vol. 60, 1985, págs. 169-172.

3. Para la estructura de estas obras, véase: J. Stummvoll, *Technikgeschichte und Schrifttum. Kurze Einführung in die Probleme der Geschichte der Technik und bibliographische Dokumentation der Fachliteratur*. Wien: Österreichisches Institut für Bibliothekforschung, 1975.

PREFACIO

Desarrollo de la Historia de la Construcción:

La Historia de la Construcción tiene un origen muy antiguo. Ya Vitruvio reconoce haberse basado para su Tratado de Arquitectura en las obras de los tratadistas griegos de una época anterior a la suya⁴. Sabemos también que Brunelleschi realizó estudios sobre los métodos constructivos y formas estructurales de los antiguos romanos⁵. La tratadística de los siglos XVI y XVII deja sentir la influencia de Vitruvio en muchos aspectos técnicos.

En el siglo XVIII se publicaron los primeros trabajos específicos: Winckelmann, sobre la estructura de los edificios romanos, y Ziegler, sobre la constitución y propiedades de los morteros y los hormigones, también en la Roma clásica⁶.

Los tratados de arquitectura del siglo XIX incluían numerosos apartados sobre historia de la construcción, en particular en lo que se refiere al estudio de las grandes obras del pasado como el Panteón, Santa Sofía, Santa María del Fiore o San Pedro. El más representativo de todos ellos es el de Rondelet⁷, pero el mismo enfoque puede verse en tratados posteriores como los de Breymann⁸ y Gottgetreu⁹.

4. En el Proemio del Libro II, Vitruvio, después de citar numerosos autores griegos, en lo que podría considerarse como la primera bibliografía de tratados de arquitectura, dice: "...de cuyas obras he tomado y reducido a un cuerpo lo perteneciente a la Arquitectura, movido de ver tantos libros de esta facultad entre los Griegos, y tan pocos latinos." *Los diez libros de Arquitectura traducidos del latín y comentados por D. Joseph Ortiz y Sanz*. Madrid: Imprenta Real, 1787, pp. 161-165.

5. P. Murray *Arquitectura del Renacimiento* (Madrid: Aguilar, 1972), p. 10: "No puede dudarse razonablemente que Brunelleschi estudió la ciencia estructural de los romanos y la aplicó a las circunstancias de su época...". A continuación cita el siguiente fragmento de la *Vita di Brunellescho*: "...levantó croquis de casi todos los edificios de Roma, y de muchos lugares de sus alrededores, con medidas de su anchura y altura... y en muchos sitios hacían excavar para ver y comparar los elementos de los edificios... y anotaban en tiras de pergamino cuadrículadas, con números y caracteres que Filippo entendía...".

6. J.J. Winckelmann "Anmerkungen über die Baukunst der Alten." *Studien zur Deutschen Kunstgeschichte*, Vol. 337, 1762; C.L. Ziegler "Beantwortung über die Preisfrage über die Ursachen der Festigkeit alter römischer und gotischer Gebäude und die Mittel, gleiche Festigkeit bei neuer Mauerwerken zu erhalten." Berlin: 1776.

7. J. Rondelet, J. *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: Chez l'auteur, 1802-1810. 6 vols. Este tratado tuvo numerosas reediciones a lo largo del siglo XIX.

8. G. A. Breymann *Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen*. Leipzig: J. M. Gebhardt's Verlag, 1868. 4 vols.

En la segunda mitad del siglo XIX y principios del XX, aparecen los grandes Tratados de Historia de la Construcción: Viollet-le-Duc¹⁰ sobre la construcción gótica, Choisy¹¹ sobre la construcción en Roma y Bizancio, y Durm¹² sobre la construcción en Roma y en el Renacimiento Italiano. En este período se produce una recopilación de todos los conocimientos sobre la construcción de edificios de fábrica y, además de los tratados específicos antes citados, existen multitud de publicaciones en revistas así como Enciclopedias, que constituyen una mina de información, aún no debidamente inventariada ni explotada, sobre los procedimientos tradicionales de construcción.

En la primera mitad de este siglo, en particular a partir de la primera guerra mundial el interés por la Historia de la Construcción desciende hasta casi desaparecer, para renovarse a partir de los años 50. Junto a tratados de corte clásico como los de Blake¹³ y Lugli¹⁴, ambos sobre la técnica de construcción romana, se produce una proliferación de estudios y monografías sobre aspectos muy concretos directamente relacionados con la historia de la técnica de la construcción (como puede comprobarse en la bibliografía final, apartado C.3). Aparentemente no existe, sin embargo, la conciencia de estar trabajando en un ámbito común; los artículos aparecen dispersos en revistas y congresos de arqueología, historia medieval, ingeniería, historia de la técnica, histo-

9. R. Gottgetreu, *R. Lehrbuch der Hochbaukonstruktionen*. Berlin: Verlag von Wilhem Ernst und Sohn, 1880-1888. 6 vols.

10. E. E. Viollet-le-Duc, *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e au XVI^e siècle*, Paris, Librairies-Imprimeries Réunies, 1858-68. 10 vols.

11. A. Choisy, *L'Art de bâtir chez les Romains*. Paris: Librairie de la Société Anonyme de Publications Périodiques, 1872; y A. Choisy, *L'Art de bâtir chez les Byzantines*. Paris: ídem, 1883.

12. J. Durm, *Die Baukunst der Etrusker. Die Baukunst der Römer*. (Handbuch der Architektur, Teil 2, Bd. 2) Stuttgart: Alfred Kröner, 1905.

13. M. E. Blake *Ancient Roman Construction in Italy from the Prehistoric Period to Augustus*. Washington: 1947; *Roman Construction in Italy from Iiberius through the Flavians*. Washington: 1959; y *Roman Construction in Italy from Nerva through the Antonines*. Philadelphia: 1973.

14. G. Lugli *La tecnica edilizia romana, con particolare riguardo a Roma e Lazio*. Roma: 1957.

PREFACIO

ria del arte y de la arquitectura, etc..., y, con demasiado frecuencia, se ignoran trabajos ya existentes relevantes dentro del ámbito de la publicación en cuestión.

La Historia de la Construcción ha empezado a perfilarse como una disciplina independiente en esta década de los ochenta. Una investigación bibliográfica de las contribuciones que pueden ser adscritas a esta disciplina muestra un crecimiento constante de la literatura en los últimos años. Por otro lado, en la literatura de referencia ha empezado a aparecer como un campo independiente, con su correspondiente 'keyword' o palabra clave, cosa que no ocurría con anterioridad. Por último, y lo que es más importante, han aparecido sociedades y revistas dedicadas específicamente a este campo. Merece destacarse en primer lugar, en Inglaterra, el "Construction History Group", creado en 1984 y que publica desde 1985 el *Journal of Construction History*. Más recientemente, en los EE.UU., en la *Society for the History of Technology*, ha sido creado en 1988 un grupo dedicado específicamente a promover este tipo de estudios, el "Building Technology and Civil Engineering Interest Group".

La Historia de la Construcción no ha alcanzado todavía un nivel universitario pleno, en el sentido de que, si bien se realizan numerosas tesis y cursos de doctorado en todo el mundo dentro de este ámbito, no existen en la actualidad (o, al menos, no de una forma generalizada) cátedras o departamentos universitarios sobre historia de la construcción. En este sentido la situación de la Historia de la Construcción en la actualidad es parecida a la de la Historia de la Ciencia a principios de siglo y a la de la Historia de la Técnica en el período de entreguerras¹⁵.

La presente Tesis pretende contribuir a la formación y difusión de esta disciplina que no sólo puede aportar datos como 'ciencia auxiliar', *Hilfswis-*

15. Véase J. Stummvoll, *Technikgeschichte und Schrifttum...*, op. cit., pp. 5-10.

senchaft, a otros campos ya consolidados como la Teoría e Historia de la Arquitectura, o la Restauración y Rehabilitación de edificios, sino que merece por su propio interés y amplitud formar un ámbito específico de estudio.

AGRADECIMIENTOS: Desearía expresar mi agradecimiento a Ricardo Aroca, Catedrático de Estructuras de la ETSAM, que aceptó dirigir esta Tesis, y que en los años que ha durado su elaboración, me ha estimulado y ayudado, y ha estado siempre disponible para comentar cualquier aspecto relacionado con ella. Javier Ordóñez, Profesor de Historia de la Ciencia de la UAM, ha dedicado una parte sustancial de su estancias en Munich a procurarme una parte importante de las referencias alemanas. Aún a riesgo de olvidarme de alguien, me gustaría citar a continuación a las personas que me han prestado su ayuda en diversas ocasiones: Antonio Azcona, Jaime Cervera, Enrique Domínguez, Fernando Espuelas, Elisenda Galcerán, Paco Jurado, Alex Martin, Nati, Paul en Munich, Salvador Pérez Arroyo, Luis Villanueva.

Berbabé y Miguel, de la Biblioteca de la ETS de Caminos, me han facilitado extraordinariamente la consulta y el manejo de los riquísimos fondos de esta Biblioteca. Sin su colaboración, no habría podido consultar en un tiempo razonable una buena parte de la literatura que se cita en la bibliografía. Mis amigos del grupo AZOCH Arquitectura me han permitido usar, y abusar, de su fotocopidora, lo que ha sido fundamental en el manejo de la información gráfica. Por último, me gustaría señalar que sin el apoyo incondicional a lo largo de estos últimos cuatro años de mis amigos, de mi familia y de Mónica, no creo que hubiera podido dar término a este trabajo.

Introducción

1. INTRODUCCION

Las estructuras abovedadas de fábrica constituyen una parte fundamental del patrimonio arquitectónico del pasado. De hecho, este tipo de construcción fue el dominante hasta la aparición del hierro como alternativa viable en la segunda mitad del siglo XIX¹.

A pesar de ello, los estudios históricos sobre este tipo estructural son muy escasos. Este sorprendente hecho quizá se deba a que la historia del análisis de estructuras se inicia en la etapa de apogeo del empleo del hierro y del consiguiente desarrollo de la teoría de la elasticidad. Como consecuencia de ello, las estructuras de fábrica apenas se tratan, y, en muchos casos, se ignoran casi por completo².

Parece, pues, necesario para centrar el tema de este ensayo realizar una breve descripción del desarrollo histórico del diseño y análisis de las estructuras de fábrica, desde sus inicios en el siglo XVII, hasta su estado actual³.

1. Esta época marca el comienzo de una lenta decadencia que se aceleró con la aparición del hormigón armado y culminó en el período de entreguerras de este siglo.

2. Por ejemplo la obra enciclopédica de I. Todhunter y K. Pearson *A history of the theory of elasticity*... 3 vols., Cambridge: 1886-1893, escrita entre 1870 y 1880, ignora por completo el tema de los arcos de fábrica, lo que ha tenido una influencia indudable en posteriores estudios. Véase este sentido los comentarios de H. I. Dorn "The Art of Building and the Science of Mechanics: A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England." Ph.D. Princeton University, 1970, pp. 39-42. Un reciente estudio con el mismo enfoque 'elástico', prácticamente ignorando la teoría del arco de fábrica, es el de T. M. Charlton *A history of theory of structures in the nineteenth century*. Cambridge: 1982.

3. Todavía hoy la mejor exposición del desarrollo del análisis de estructuras de fábrica es el ensayo de J.V. Poncelet "Examen critique et historique des principales théories ou solutions concernant l'équilibre des voûtes." *Comptes rendues de l'Académie des Sciences (Paris)*, Vol. 35, N°17, 1852 2me sem., pp. 494-502, 531-540 y 577-587. Véanse también: G.C. Mehrtens *Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen*. Leipzig: 1903-5, Vol. I, pp. 242-255; A. Hertwig "Die Entwicklung der Statik der Baukonstruktionen im 19. Jahrhundert." *Technikgeschichte*, Vol. 30, 1941, pp. 82-98; S.P. Timoshenko *History of the Strength of Materials*, New York: 1953, pp. 62-66, 83-87; J. Heyman *Coulomb's Memoir on Statics. An Essay in the History of Civil Engineering*. Cambridge: 1972, pp. 162-189; E. Benvenuto *La Scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Milano: 1981, pp. 323-392; y J. Heyman *The Masonry Arch*, Chichester: 1982, pp. 44-62.

INTRODUCCION

1.1 Desarrollo histórico del análisis de las estructuras de fábrica

1.1.1 Bóvedas simples: arcos y bóvedas de cañón

El nacimiento del análisis de las estructuras abovedadas de fábrica se produce a finales del siglo XVII de forma prácticamente simultánea aunque independiente en Inglaterra y Francia.

En Inglaterra es Robert Hooke quien plantea en primer lugar el problema del arco, y propone la catenaria como figura ideal. Parece probado que Hooke trabajó con Wren en el proyecto de la cúpula de San Pablo que está diseñada bajo este principio⁴. Más tarde, Gregory⁵ formula con sorprendente precocidad la condición de estabilidad de un arco⁶. Stirling⁷ recoge las ideas de Gregory. Su obra es importante puesto que inspiró la solución de Poleni, empleando la catenaria, para la cúpula de San Pedro, de la que hablaremos más adelante al tratar las bóvedas compuestas.

En Francia, Philippe de la Hire publica en 1695 su *Traité de Mécanique*⁸, donde se aborda el problema de cual ha de ser el peso de las dovelas para mejorar la estabilidad del arco, primera aplicación del polígono funicular al problema del arco. El estudio se basa en la hipótesis de ausencia de rozamiento entre las dovelas; esto lleva a resultados absurdos como que un arco semi-

4. Véase sobre la contribución de Hooke y su, más que probable, colaboración con Wren, H. I. Dorn "The Art of Building and the Science of Mechanics...", op. cit. más arriba, pp. 107-121, y R. Graefe "Zum Formgebung von Bögen und Gewölben." *Architectura*, Vol. 16, 1986, pp. 50-67.

5. D. Gregory "Catenaria." *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 19, N° 231, 1697, pp. 397-, y "Responsio ad animadversionem ad Davidiis Gregorii Catenariam." *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 21, N° 259, 1699, pp. 419-26.

6. "...none but the catenaria is the figure of a true legitimate arch, or fornix. And when an arch of any other figure is supported, it is because in its thickness some catenaria is included. Neither would it be sustained if it were very thin, and composed of slippery parts...". Traducido por Samuel Ware *A treatise of the properties of arches, and their abutments piers*, London: 1809 y citado por J. Heyman Coulomb's *Memoir on Statics...*, op. cit. más arriba, pp. 75-76.

7. J. Stirling *Lineae Tertii Ordinis Neutoniana...* Oxford: 1717.

8. P. de La Hire *Traité de Mécanique, ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, et les propriétés des corps pesants lesquelles ont eu plus grand usage dans la Physique*. Paris: Imprimerie Royale, 1695.

circular para ser estable precisaría de una carga infinita en su base. La Hire era consciente de ello: "...il n'est pas besoin de garder la proportion qu'on vient de déterminer pour la charge des voussoirs dans toute la rigueur, il suffit d'y avoir égard."⁹

En 1712 publica su memoria "Sur la construction des voûtes dans les edifices"¹⁰, donde establece un procedimiento para calcular los contrafuertes de los arcos, basándose en la hipótesis de colapso por deslizamiento en 'cuña'. El modo de colapso es incorrecto pero los resultados van siempre a favor de seguridad¹¹. Esta memoria ha ejercido una enorme influencia en las posteriores contribuciones, fundamentalmente porque Bélidor adoptó este método y lo aplicó a un gran número de casos particulares en sus obras dedicadas a la ingeniería¹². Posteriormente Perronet y Chezy¹³ lo emplearon en la confección de unas Tablas para el cálculo de los arcos de los puentes que tuvieron una gran popularidad tanto en Francia como en el resto de Europa¹⁴.

9. P. La Hire *Traité de Mécanique...*, op. cit. pág. 470. Las observaciones de La Hire tuvieron una gran influencia en el diseño de arcos, apareciendo el arco de sección variable, presentando la sección mínima en la clave y creciendo hasta alcanzar el máximo en los arranques. Véanse en este sentido las observaciones de A.F. Frézier en su libro *La théorie et la pratique de la coupe de pierres...* 3 vols, Paris: 1737-39, vol I, pp. 96-104, que gozó de extraordinaria difusión.

10. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1712, pp. 70-78.

11. Para un examen detallado del método de La Hire véase: E. Benvenuto, *La Scienze della Costruzione*, op. cit., pp. 326-332.

12. B.F. Bélidor *Nouveau cours de Mathématique a l'Usage de l'Artillerie et du Génie...* Paris: 1725, donde aparecen las primeras tablas para cálculo de los contrafuertes de los arcos según el método de La Hire. Pero su obra más influyente es *La Science des Ingenieurs...* Paris: 1729, donde dedica a este tema el libro segundo 'Qui traite de la mécanique des Voûtes, pour montrer la manière de déterminer l'épaisseur de leurs piédroits.' En él, desarrolla la teoría de La Hire con gran extensión aplicándola a numerosos casos prácticos y distintos tipos de bóvedas.

13. J. R. Perronet y Chezy "Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées." *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: 1810. Vol. 2, pp. 243-273, lám. XVII. Las tablas fueron calculadas por Perronet alrededor de 1750.

14. Aparecen incluidas en numerosos tratados de construcción hasta la mitad del siglo XIX. Por ejemplo: J. M. Sganzi *Programme ou résumé des leçons d'un cours de constructions...* 2 vols. Liege: 1840-44, y J. A. Borgnis *Traité élémentaire de construction...*, Paris: 1838.

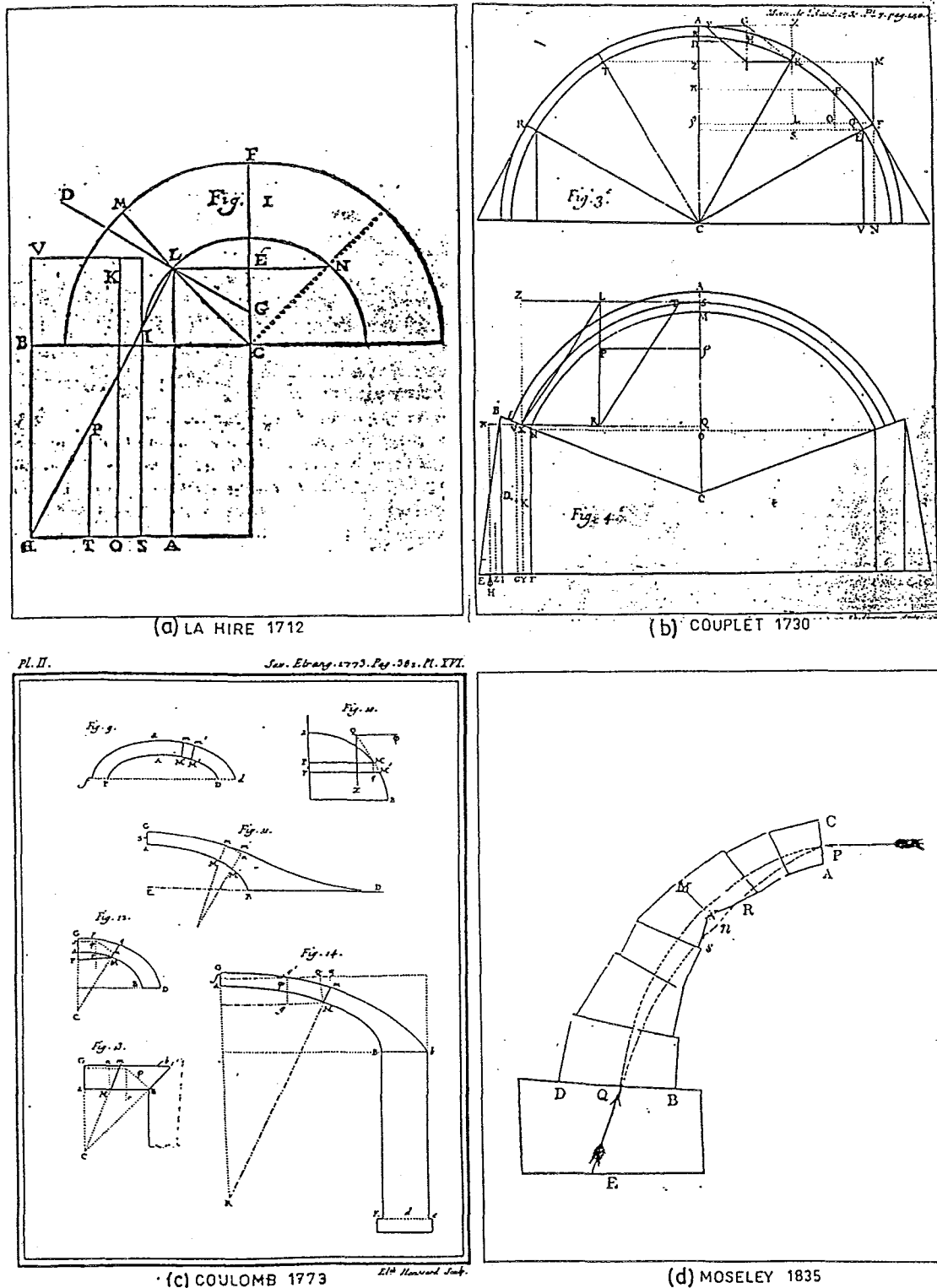


Figura 1.1. Análisis de arcos de fábrica. Ilustraciones de cuatro de las memorias más importantes: (a) La Hire "Sur la construction des voûtes dans les édifices.", 1712; (b) Couplet "Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes.", 1730; (c) Coulomb "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture.", 1773; (d) Moseley "On the equilibrium of the arch.", 1835.

No obstante, aunque la hipótesis de La Hire daba muy buenos resultados prácticos, era evidente que el colapso de los arcos no se producía por deslizamiento, sino por vuelco, como lo demostraban la ruina de algunas bóvedas y los ensayos sobre modelos. Sin embargo, los buenos resultados prácticos y la sencillez del modelo matemático hicieron que las hipótesis de ausencia de rozamiento y de la cuña tuvieran una pervivencia de más de un siglo¹⁵.

En 1730 Couplet publica sus memorias sobre la estabilidad de las bóvedas¹⁶, en la segunda de las cuales aparece por primera vez el modo correcto de colapso de los arcos por formación de un mecanismo de cuatro barras. Danyzy¹⁷ fue el primero en demostrar este mecanismo mediante ensayos sobre modelos. Gauthey¹⁸ realizó también ensayos con idéntico resultado, que Boistard¹⁹ repitió con modelos a gran escala (arcos de 2 m de luz), considerándose a partir de entonces como definitivos. Por fin, en 1776 Coulomb²⁰, en una contribución genial por su sencillez y claridad, 'resuelve' el problema de la teoría de la estabilidad de los arcos de fábrica, estableciendo la base matemática de los distintos modos de colapso posibles.

15. En la obra de Eytelwein Handbuch der Statik fester Körper, 3 vols., 1808-1809, la estabilidad de las bóvedas se estudia todavía según la hipótesis de La Hire. Citado por C. Mehrrens *Vorlesungen über Statik...*, op. cit., Vol. 2, pág. 243.

16. P. Couplet "De la poussée des voûtes." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1729. pp. 79-117, lám. 4-7, y, "Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Paris*, 1730. pp. 117-141, lám. 6-7. Para un análisis de su contenido e implicaciones véase J. Heyman "Couplet's Engineering Memoirs, 1726-33." *History of Technology* Vol.1, 1976. pp. 21-44.

17. A. A. H. Danyzy "Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes." *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier* Vol.2, 1732 (Lyon 1778). pp. 40-

18. E. M. Gauthey *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français, et sur les moyens d'y remédier*. Paris: Perronneau Imprimeur, 1798, y *Traité de la construction des ponts*. (editada por Navier) 3a ed. 2 vols. Liège: A. Leroux, 1845.

19. L. C. Boistard "Expériences sur la stabilité des voûtes." *Recueil de divers mémoires...*, ed. por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 171-217, lám. XI-XVI.

20. C. A. Coulomb "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture." *Mémoires de Mathématique et de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et lus dans ses Assemblées (Paris)* Vol.7, 1773. pp. 343-382.

INTRODUCCION

La teoría de Coulomb, extraordinariamente sintética y desprovista de ejemplos de aplicación, tarda en ser asimilada. En 1820, casi 50 años más tarde, Audoy²¹ la redescubre y desarrolla la teoría para la obtención de fórmulas de aplicación práctica; éstas tienen todavía una expresión matemática excesivamente complicada. En 1835, Garidel²² y Petit²³, y en 1840 Michon²⁴, publican Tablas para calcular los contrafuertes de distintos tipos de arcos evitando así penosos tanteos. También en 1835 Poncelet²⁵ desarrolla un método gráfico que, aunque no desprovisto de cierta complejidad supone un considerable ahorro de tiempo.

Por otro lado, entre 1830 y 1840 de forma casi simultánea e independiente Gertsner²⁶ en Alemania, Méry²⁷ en Francia y Moseley²⁸ en Inglaterra formulan el concepto de línea de empujes que, como veremos, es una herramienta utilísima a la hora de establecer la estabilidad de los arcos de fábrica. El tratamiento de Moseley es altamente matemático; por el contrario Méry desarrolló un procedimiento de tanteo gráfico extraordinariamente sencillo y que, Sejourné todavía en 1910 consideraba como muy adecuado para el estudio de la

21. Audoy "Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau." *Mémorial de l'Officier du Génie* n°4, 1820. pp. 1-96, láms. I-VI

22. Garidel "Mémoire sur le calcul des voûtes en berceau." *Mémorial de l'Officier du Génie* n°12, 1835. pp. 7-72, lám. I

23. Petit "Mémoire sur le calcul des voûtes circulaires." *Mémorial de l'Officier du Génie* n°12, 1835. pp. 73-150

24. Michon "Tables et formules pratiques pour l'établissement des voûtes cylindriques." *Mémorial de l'Officier du Génie* n°15, 1848. pp. 7-117, lám. I

25. J. V. Poncelet "Solution graphique des principales questions sur la stabilité des voûtes." *Mémorial de l'Officier du Génie* n°12, 1835. pp. 151-213, lám. III

26. Gertsner *Handbuch der Mechanik*. Praga: 1831. Citado por C. G. Mehrtens *Vorlesungen...*, op.cit. Vol. I, pág. 246.

27. Méry, E. "Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840. pp. 50-70, planches 133-134. Según J. Dupuit *L'Equilibre des voûtes...* Paris: 1870, pág. 118, el manuscrito de Méry data de 1827.

28. H. Moseley "On the equilibrium of the arch." *Cambridge Philosophical Transactions*, Vol. 5, 1835, pp. 293-313 (leída el 9 de diciembre de 1833), y "On the theory of the equilibrium of a system of bodies in contact." *Cambridge Philosophical Transactions*, Vol. 6, 1838, pp. 293-313 (leída el 15 de mayo de 1837).

estabilidad de los arcos²⁹. El método de las líneas de empujes fue perfeccionado posteriormente por Carvallo³⁰ y Durand-Claye³¹ en sendas memorias.

Persistía, sin embargo, el problema de la indefinición en la posición de la línea de empujes, y en la primera mitad del siglo XIX numerosas teorías sobre bóvedas trataron de fijar la posición de la 'verdadera' línea de empujes. Moseley³² empleó el Principio de la Mínima Resistencia que posteriormente Scheffler³³ desarrolló y aplicó a numerosos casos particulares. Culmann³⁴ intentó también determinar su posición utilizando el 'Prinzip der kleinsten Beanspruchung', que establecía que de todas las líneas posibles la verdadera es la que más se acercaba a la línea media del arco.

Se intentaron también otras soluciones 'escapistas'. La primera de ellas fue la de hacer coincidir la directriz del arco con una de las líneas de empujes producidas por la carga permanente. Este enfoque, desarrollado por primera vez por Yvon Villarceau³⁵ y Hagen³⁶, tuvo gran aceptación sobre todo

29. P. Sejourné *Grandes Voûtes*. 6 vols. Bourges: 1913-1916. Vol.3, pág. 372: "Pour une très grande voûte, il est plus sûr, plus clair, de construire ses courbes de pression, puis de tracer un intrados et un extrados qui les encadrent au mieux."

30. Carvallo "Étude sur la stabilité des voûtes." Estabilidad de las bóvedas. *Annales des Ponts et Chaussées* Vol.1, 1853, 2e. sem.. pp. 1-77.

31. A. Durand-Claye "Sur la vérification de la stabilité des voutes en maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pression." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1867. pp. 63-96, lám. 132-133 y "Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. Application aux voûtes sphériques." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1880. pp. 416-440, láms. 14-16.

32. H. Moseley "On a new principle in statics, calles the principle of least pressure." *Philosophical Magazine*, Vol. 3, 1833, pp. 285-288.

33. H. Scheffler *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken*. Braunschweig: 1857. Traducción al francés, *Traité de la stabilité des constructions*. (ouvrage traduit de l'allemand et annoté par M. Victor Fournié) Paris: Dunod Editeur, 1864.

34. C. Culmann *Die graphische Statik*. Zürich: 1866.

35. A. Yvon Villarceau "Sur l'établissement des arches de pont envisagé au point de vue de la plus grande stabilité." *Institut de France, Academie des Sciences, Memoires presentées par divers savants* Vol.12, 1854. pp. 503-

36. G. Hagen *Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln*. Berlin: Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1844.

INTRODUCCION

en alemania donde Schwedler³⁷ desarrolló un procedimiento gráfico para obtener las correspondientes líneas de intradós, suponiendo un extradós horizontal. A finales del siglo XIX la elección de la curva de intradós en las grandes bóvedas se hacía habitualmente por este procedimiento.

Otra posibilidad era la de hacer el arco isostático introduciendo tres articulaciones. A pesar de las evidentes complicaciones de ejecución a la hora de realizar las articulaciones y las mayores tensiones de trabajo de la fábrica, este procedimiento tuvo gran aceptación.

Sin embargo, ya Poncelet³⁸ había adelantado que la solución al problema de la indefinición en la posición de la línea de empujes implicaba necesariamente el empleo de la teoría de la elasticidad y el establecimiento de condiciones de deformación. Fue Winkler³⁹ quien empleando la teoría de la elasticidad y aplicando el principio de mínima energía de deformación encontró la condición que establece la posición de la línea de empujes.

Las siguientes aportaciones a la teoría de las bóvedas en el final del siglo XIX y primer cuarto del presente siglo pueden considerarse, desde un punto de vista teórico, prácticamente insignificantes. Todos los trabajos posteriores tienden a simplificar el complejo proceso del cálculo elástico, mediante una inteligente elección de las incógnitas. En este sentido merecen citarse los trabajos de Krohn⁴⁰ y Mohr⁴¹, que para bóvedas simétricas elegían las incógnitas de forma que cada una de las tres ecuaciones de deformación

37. J. W. Schwedler "Theorie der Stützlinie. Ein Beitrag zur Form und Stärke gewölbter Bögen." *Zeitschrift für Bauwesen* Vol.9, 1859. col. 109-126

38. J.V. Poncelet "Examen critique et historique..." *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (Paris)* Vol.35 nº17, 1852 2me semestre., pp. 586-87, op. cit. más arriba.

39. E. Winkler "Die Lage der Stützlinie im Gewölbe." *Deutsche Bauzeitung*, 1879 y 1880. pp. 117, 127, 130 (1879); 58, 184, 210 (1880)

40. *Zeitschrift für Baukunde*, 1880, citado por Winkler op.cit. p.85.

41. *Zeitschrift der Hannover Architekten- und Ingenieurvereins*, 1881. Citado por Hertwig, op. cit., p.85.

sólo contenía una incógnita. Müller-Breslau⁴² estudió más tarde el caso de las bóvedas asimétricas.

El siguiente gran paso en la teoría del arco de fábrica se da en la segunda mitad de este siglo y consiste en la aplicación del recientemente desarrollado análisis límite o a rotura. Los teoremas del análisis límite fueron demostrados por primera vez para vigas de un material plástico ideal por Greenberg y Prager⁴³ y se aplicaron a arcos de un material perfectamente plástico por E.T.Onat y W.Prager⁴⁴. Kooharian⁴⁵ los aplica por primera vez a arcos de fábrica, aunque sus consecuencias han sido desarrolladas fundamentalmente por Heyman⁴⁶. Recientemente Parland⁴⁷ ha demostrado estos teoremas con mayor generalidad aplicando un enfoque derivado de la mecánica de los medios continuos.

Los teoremas de análisis a rotura aplicados a los arcos no modifican en absoluto el análisis clásico de Coulomb sobre la estabilidad de los arcos y bóvedas de fábrica, ni los subsiguientes desarrollos que hemos descrito en los párrafos anteriores. De hecho, eliminan el único argumento esgrimido sobre la imperfección de las teorías tradicionales sobre bóvedas, citado hasta la saciedad en todas las revisiones históricas de la época, y dan validez a un

42. *Zeitschrift der Hannover Architekten- und Ingenieurvereins*, 1884 y *Zentralblatt der Bauverwaltung*, 1889. Citado por Hertwig, op.cit. p.85.

43. Greenberg y Prager *ASCE Proceedings*, 77, 1951, y para problemas y condiciones de fluencia más generales por Drucker, Greenberg y Prager *Quarterly of Applied Mathematics*, 9, 1952, y *Journal of Applied Mechanics*, 73, 1951. Citados por Kooharian "Limit Analysis...", op. cit. más adelante, pág. 321.

44. E.T.Onat y W.Prager *Limit Analysis of Arches*, Brown University Report All-69 to Office of Naval Research. Citado por Kooharian "Limit Analysis...", op. cit. más adelante, pág. 321.

45. A. Kooharian "Limit Analysis of Voussoir (Segmental) and Concrete Arches" *Proceedings of the American Concrete Institute*, 49, 1953: 317-328.

46. J. Heyman "The Safety of Masonry Arches." *International Journal of Mechanical Sciences* Vol.11, 1969. pp. 363-385; "The Estimation of the Strength of Masonry Arches." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* Vol.69, Part 2, 1980 Dic. pp. 921-937; y *The Masonry Arch* Chichester: Ellis Horwood, 1982.

47. H. Parland "Basic Principles of the Structural Mechanics of Masonry: A Historical Review." *International Journal of Masonry Construction* Vol.2, No.2, 1982. pp. 48-58

INTRODUCCION

supuesto sobre el que se había venido trabajando desde entonces⁴⁸ : si existe una configuración de equilibrio, es decir, una línea de empujes contenida dentro del arco, éste está en equilibrio. En la primera parte de esta tesis se hace un análisis detallado de sus implicaciones.

1.1.2 Bóvedas compuestas: cúpulas, bóvedas de crucería y en rincón de claustro

Como dijimos en el apartado anterior el primer diseño 'científico' de una cúpula fue quizá el realizado por Wren para la cúpula de S. Pablo, asesorado por Hooke.

La primera contribución al análisis estructural de las cúpulas corresponde a Bouguer⁴⁹ en 1734 que estudia las formas que deben tener las cúpulas para que sean estables en la hipótesis de que no existe rozamiento entre las dovelas que componen la cúpula. Esta hipótesis permite reducir el problema a términos puramente matemáticos y las soluciones teóricas sobre las formas y espesores teóricos de las cúpulas se sucedieron a lo largo del siglo, pero sin llegar a tener ninguna aplicación en la práctica. En este apartado habría que clasificar los trabajos de Bossut⁵⁰, Salimbeni⁵¹ y Bérard⁵²

Los primeros estudios sobre la estabilidad de cúpulas 'reales' se realizan entre 1740-1745, por encargo del Papa Benedicto XIV, con ocasión de los daños observados en la cúpula de S. Pedro de Roma. El primero de ellos fue realizado por tres matemáticos Le Seur, Jacquier y Boscovitch los años 1742

48. Véase A. Hertwig "Die Entwicklung der Statik...", op. cit., pág. 84.

49. Bouguer "Sur les Lignes Courbes propres a former les Voûtes en Dome." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1734. pp. 149-166, 1 lám.

50. Bossut "Nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes en dôme." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1776. pp. 587-596, lám. XIX

51. L. Salimbeni, *Degli archi e delle volte Libri Sei*. Verona: Dionigi Ramanzini, 1787.

52. J. B. Berard *Statique des voutes, contenant l'essai d'une nouvelle théorie de la poussée, et un appendice sur les anes de panier*. Paris: Chez Firmin Didot, 1810.

y 1743, y sus conclusiones fueron recogidas en un informe publicado en este último año⁵³. Este informe representa la primera aplicación del análisis a rotura a una cúpula. Los autores estudiando la posición de las grietas establecieron un modelo de rotura y, luego, aplicando el principio de los trabajos virtuales estudiaron su equilibrio. Este enfoque, sorprendentemente moderno, no recibió la atención que merecía y no tuvo derivaciones posteriores.⁵⁴ El segundo estudio fue realizado por Poleni y publicado en 1748⁵⁵. Poleni tras realizar un examen crítico de las teorías conocidas hasta la fecha sobre la estabilidad de las bóvedas, desecha el enfoque de los tres matemáticos y se decide por el empleo de teoría de la catenaria, tal y como fue formulada por Gregory⁵⁶.

El brillante análisis de Poleni apenas tuvo consecuencias posteriores, y sólo en la mitad del siglo XIX reaparece su método de modelos con catenarias para verificar la estabilidad de las estructuras. Este procedimiento fue empleado finalmente por Gaudí que puede considerarse como el último exponente de esta tradición.⁵⁷

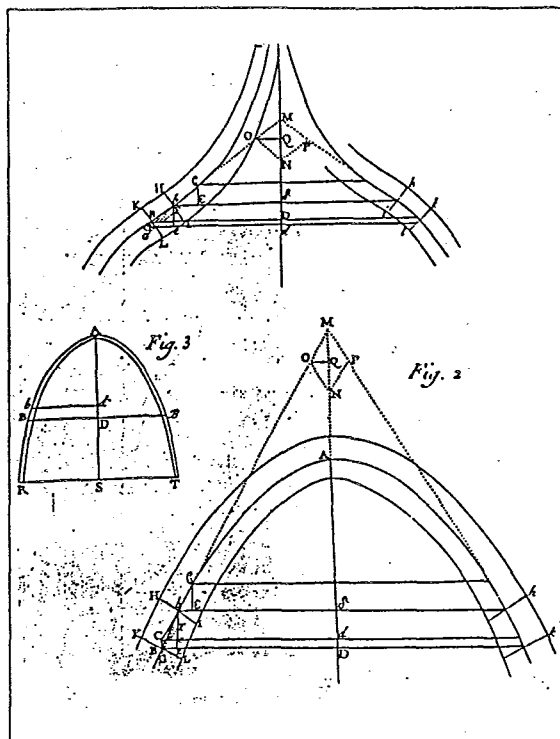
53. T. Le Seur, F. Jacquier, y R. G. Boscovich *Parere di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S. Pietro*. Roma: 1743.

54. Para un estudio sobre el análisis de los tres matemáticos véase H. Straub *A History of Civil Engineering*, London: 1952, pp. 111-116. Straub realiza la crítica desde un punto de vista elástico y considera incorrecto el tratamiento empleado. No hemos podido consultar la obra original de 1743, pero por los datos aportados por Straub parece que el enfoque es correcto. El único error puede estar en la posición de la junta de rotura, situada en la base de la cúpula; su situación debería estar entre 20 y 30° por encima. Seguramente debido a este error el resultado de los cálculos era que la cúpula no era estable, cuando, evidentemente, sí lo era.

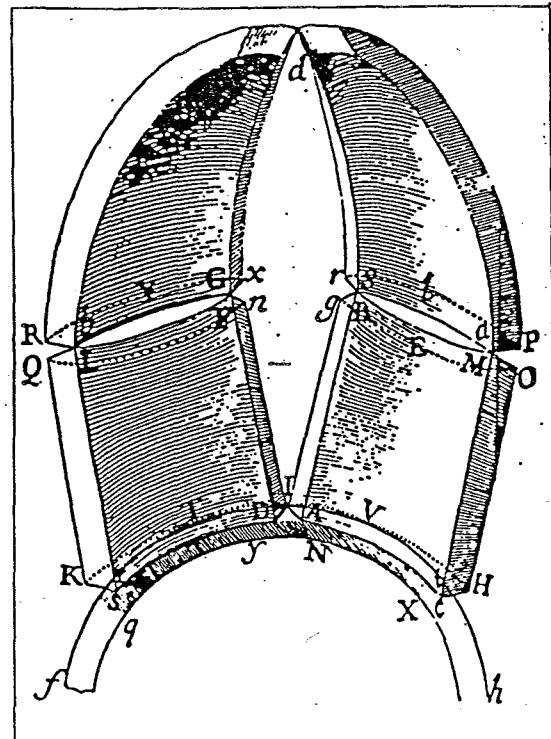
55. G. Poleni *Memorie istoriche della Gran Cupola del Tempio Vaticano*. Padova: Nella Stamperia del Seminario, 1748.

56. Véase nota 5. más arriba.

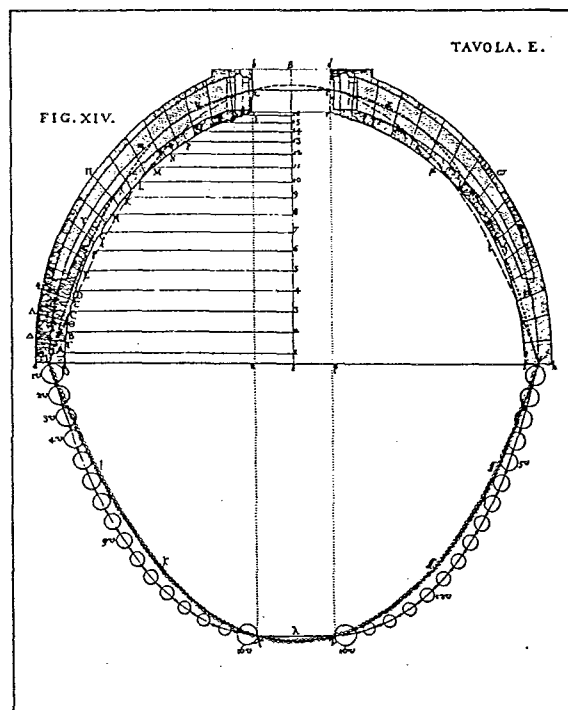
57. Para un estudio histórico detallado de la figura de la catenaria en el diseño de arcos, véase R. Graefe "Zur Formgebung von Bogen und Gewölben." *Architectura* Vol.16, 1986. pp. 50-67.



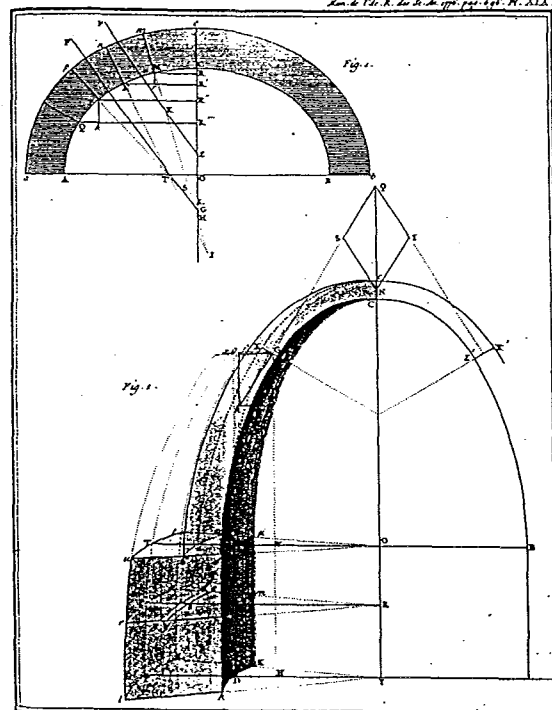
(a) BOUGUER 1734



(b) LE SEUR-JACQUIER-BOSCOVICH 1743



(c) POLENI 1748



(d) BOSSUT 1776

Figura 1.2. Análisis de cúpulas de fábrica. Las ilustraciones corresponden a: (a) Bouguer "Sur les Lignes Courbes propres a former les Voûtes en Dome.", 1734; (b) Le Seur, Jacquier y Boscovich *Parere di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S. Pietro*, 1743; (c) Poleni *Memorie istoriche della Gran Cupola del Tempio Vaticano*, 1748; (d) Bossut "Nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes en dôme.", 1776.

Probablemente la obra que más ha influido en el desarrollo del análisis de las bóvedas compuestas es el tratado de esteorotomía de Frézier⁵⁸. En el tercer y último volumen de esta obra Frézier dedica un capítulo completo al empuje de las bóvedas, y las divide para su estudio las bóvedas en simples (bóvedas de cañón y adinteladas) y compuestas (esféricas, de crucería, de rincón de claustro, etc.). Como él mismo afirma, es la primera vez que se aborda este problema:

Les Auteurs qui ont travaillé à résoudre le Problème de la Poussée des Voûtes, n'ont fait attention qu'à celles des Berceaux & des Platebandes... Je vais tacher de suppléer à cette omission autant qu'il est nécessaire pour la pratique, en rapportant toutes sortes de Voûtes aux cylindriques par des conséquences tirées de la spéculation & de l'expérience.⁵⁹

Frézier no analiza ejemplos concretos pero sí especifica de que forma debería llevarse a cabo este análisis. En algunos casos como en las bóvedas en rincón de claustro y en las cúpulas esféricas se aventura a extraer conclusiones de aplicación práctica; así, dice, y como veremos más adelante tiene razón, que una cúpula esférica empuja menos de la mitad que la correspondiente bóveda de cañón.

En la segunda mitad del siglo XVIII sólo merecen destacarse los estudios teóricos realizados por Gauthey⁶⁰ y las experiencias sobre modelos de Rondelet⁶¹. Los primeros se realizan en el contexto del debate sobre la estabilidad de la cúpula de Santa Genoveva en París y en ellos Gauthey aplica por primera vez, aunque con dudoso éxito, el mecanismo de rotura de las cuatro barras al examen de la estabilidad de los gajos en que se dividiría la cúpula

58. A. F. Frezier *La théorie et la pratique de la coupe de pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*. Strasbourg/Paris: 1737-1739. 3 vols.

59. A. F. Frézier *La théorie et la pratique...*, op. cit. Vol. 3, pág. 388.

60. E. M. Gauthey *Mémoire sur l'application des principes de la Méchanique à la construction des voûtes et des domes, dans lequel on examine le Problème proposé*. Paris: 1771, y *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français, et sur les moyens d'y remédier*. Paris: 1798.

61. J. Rondelet *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: 1834-1848. 6 vols (primera ed. 1802-1810.)

INTRODUCCION

en el momento de la rotura⁶². Probablemente el farragoso empleo de las matemáticas de Gauthey hizo que sus memorias no gozaran de gran difusión.

Lo contrario sucedió con los ensayos de Rondelet⁶³. Estos ensayos, realizados muchas veces en condiciones discutibles y destinados a verificar una teoría de las bóvedas incorrecta y difícil de comprender, tuvieron el gran mérito, sin embargo, de proporcionar reglas proporcionales simples de diseño para su uso en la práctica del dimensionamiento de estas bóvedas compuestas, y gozaron de extraordinaria popularidad.

En la primera mitad del siglo XIX aparecen las primeras contribuciones analíticas rigurosas. En 1823 Lamé y Clapeyron⁶⁴ publican su memoria sobre la estabilidad de las bóvedas, realizada a raíz de sus trabajos en la construcción de la Iglesia de San Isaac en San Petersburgo. Tras examinar el problema de las bóvedas de cañón, pasan a tratar la estabilidad de la proyectada cúpula principal de la iglesia. El año siguiente Dietlein⁶⁵ publica su memoria sobre las bóvedas de crucería, y en 1826 Navier⁶⁶ su libro de lecciones para *l'Ecole des Ponts et Chaussées*, donde estudia los supuestos teóricos para el análisis de las cúpulas (con un apartado sobre el cálculo de los zunchos metálicos), bóvedas de arista y en rincón de claustro. Los libros de Persy⁶⁷,

62. Gauthey dedica dos memorias a este problema. En la primera, *Mémoire sur l'application des principes de la Méchanique à la construction des voûtes et des dômes...*, op. cit., utiliza la teoría de La Hire. En la segunda, *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français...*, op. cit., emplea la hipótesis correcta de colapso mediante el mecanismo de cuatro barras. Suministra también una tabla con las dimensiones de los contrafuertes en función del diámetro de la cúpula.

63. Véase J. Rondelet *Traité théorique et pratique...*, op. cit., Libro 9, Sección 6, 'Théorie des voûtes', pp. 218-341

64. M. G. Lamé y E. Clapeyron "Mémoire sur la stabilité des voûtes." *Annales des Mines* Vol. 8, 1823. pp. 789-836, lám. V.

65. J. F. W. Dietlein *Beitrag zur Statik der Kreuzgewölbe*. Halle: Hemmerbe und Schwetschte, 1823.

66. L. M. H. Navier *Resumé des Leçons donnés à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Bruselas: De Mortier, 1826.

67. N. Persy *Cours de Stabilité des Constructions à l'usage des Élèves de l'Ecole d'Application de l'Artillerie et du Génie*. Metz: Lithographie de l'Ecole d'Application, 1834.

Scheffler⁶⁸, Michon⁶⁹ y la memoria de Durand-Claye⁷⁰ abundan en el mismo sentido y emplean hipótesis de rotura análogas.

Sin embargo, las aportaciones son siempre teóricas o se limitan a la verificación de la estabilidad de alguna cúpula en particular. No se confeccionan Tablas, que, en este caso más aún que en el de los arcos, serían indispensables para su uso por los constructores y arquitectos. Solamente al final del siglo XIX aparecen las primeras aplicaciones prácticas, como las de Ungewitter/Mohrmann⁷¹ y Körner⁷². Por último, hay que citar el estudio de Beckett⁷³ donde aparecen por primera vez calculadas las proporciones de colapso de las cúpulas.

Mientras tanto, en los tratados de construcción se publica, casi sin excepciones, la única referencia existente hasta el momento para el diseño de estas bóvedas: las reglas empíricas de Rondelet⁷⁴.

En este siglo el desarrollo de la teoría de cáscaras y membranas permite analizar las bóvedas compuestas de los tipos mencionados. Sin embargo, estas teorías son de aplicación para materiales elásticos e isorresistentes.

68. H. Scheffler *Traité de la stabilité des constructions...*, op. cit., pp. 165-192.

69. M. Michon (trad. E. Saavedra) *Introducción sobre la estabilidad de las construcciones*. Madrid: Imprenta Nacional, 1860. (primera edición 1840.)

70. A. Durand-Claye "Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. Application aux voûtes sphériques." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1880. pp. 416-440, planches 14-16.

71. G. G. Ungewitter *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann*. Leipzig: 1890, 2 vols.

72. K. Körner *Gewölbte Decken (Handbuch der Architektur. Dritter Teil. 2 Band. Heft 3, b)* Stuttgart: 1901. (primera edición 1890.)

73. E. Beckett Denison "On the Mathematical Theory of Domes." *Memoirs of the Royal Institute of British Architects*, 1871 feb., pp. 81-115. Un resumen de las conclusiones principales de este artículo en: "Dome." *Encyclopaedia Britannica* 9th Edition. Edinbourg: Adam and Charles Black, 1875-1888. Vol. 7, pp. 347-348.

74. Véanse por ejemplo los siguientes tratados que gozaron todos ellos de gran difusión: J. A. Borgnis *Traité élémentaire de construction appliqué à l'architecture civile*. Paris: 1838, pp. 192-206; A. Demanet *Cours de construction*. Bruxelles: 1847, pp. 514-517 (existe trad. española); N. Valdés *Manual del Ingeniero*. Paris: 1859, pp. 624-632; N. de Vos *Cours de construction*. Paris: 1880, pp. 271-307; E. Barberot *Traité des constructions civiles*. Paris: 1895, pp. 91-97; M. Foerster *Manual del Ingeniero constructor y del Arquitecto*. Madrid: 1926, pp. 777-778.

INTRODUCCION

No es este el caso de las fábricas que sólo podemos considerar resistentes a los esfuerzos de compresión. Heyman⁷⁵ ha explorado la aplicación de la teoría de la membrana y del análisis a rotura a las cúpulas y bóvedas compuestas. Sus hipótesis, análisis y conclusiones no difieren sustancialmente de las citadas con anterioridad, salvo en la existencia demostrada de los teoremas fundamentales del análisis a rotura.

1.2 Diseño estructural: empleo de reglas empíricas

Así pues, en la segunda mitad del siglo XVIII, a efectos prácticos el tema de la estabilidad del arco de fábrica está suficientemente resuelto y existían métodos suficientemente desarrollados y Tablas de fácil uso. Como consecuencia de ello la práctica totalidad de los arcos de cierta importancia fueron, a partir aproximadamente de esta fecha, calculados de acuerdo con la teoría de las estructuras.

Sin embargo, con la teoría del arco de fábrica apenas puede calcularse algo que no sea un puente. Los edificios (iglesias, palacios, hospitales, etc..) presentan estructuras abovedadas muchos más complejas. El análisis de estas bóvedas compuestas presenta, como hemos visto, un considerable retraso con respecto al análisis de los arcos: si los puentes de fábrica se calculaban ya rutinariamente en la segunda mitad del XVIII, las bóvedas complejas y los edificios no lo fueron hasta 100 años más tarde (cuando lo fueron), en plena decadencia de este tipo de construcción.

Esta situación deja la mayor parte de la arquitectura histórica fuera del campo del análisis de estructuras, tal y como lo entendemos hoy día. Sin

75. J. Heyman "On shell solutions of masonry domes" *International Journal of Solids and Structures* Vol.3, 1967. pp.227-41; "Spires and Fan Vaults." *International Journal of Solids and Structures*, Vol.3, 1967. pp. 243-258; y *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: 1977.

embargo, esto no parece haber introducido ninguna variación en el progreso o retraso de estas estructuras.

La realidad es justamente la contraria. Las estructuras de fábrica de mayor importancia (exceptuando los grandes puentes de principios de siglo) corresponden a esta época anterior al análisis de estructuras. Citemos algunos casos bien conocidos: la mayor cúpula de hormigón en masa es la del Panteón (43 m. de luz) construida en el siglo I. a.d.C.; Santa Sofía (33 m), Santa María del Fiore (42 m), San Pedro (42 m), el Gol Dombuz (42 m), no fueron nunca superadas incluso en la época en que el análisis había alcanzado un nivel de desarrollo suficiente. Con los puentes la situación es exactamente la misma: el puente de Constantino sobre el Danubio con luces de hasta 65 m, y, sobre todo, el puente sobre el río Adda en Trezzo, Italia, con 73 m de luz, en ladrillo (el mayor arco de ladrillo nunca construido) y con una esbeltez de $1/48$, sólo fueron superados en la segunda mitad del siglo XIX.

¿Cuál es la razón de esta paradójica situación? ¿De qué medios se servían los antiguos constructores para diseñar, con tanto éxito y con un nivel tan bajo de fracasos estructuras de tal tamaño y audacia?

Un examen de los tratados de construcción y arquitectura y de los manuscritos que han sobrevivido correspondientes a esta etapa 'pre-científica' demuestra la existencia de reglas o fórmulas estructurales en la mayoría de ellos, así como el empleo frecuente de modelos.

Las reglas empíricas aparecen en todas las épocas y, algunas de ellas, como veremos alcanzan una extraordinaria difusión. Permiten dimensionar los elementos fundamentales de un edificio de fábrica: espesor de los arcos, sección de los pilares y canto de los contrafuertes. En su mayor parte se traducen en simples construcciones geométricas o manejan fracciones simples (por ej. el canto del contrafuerte debe ser igual a $1/3$ de la luz de la na-

INTRODUCCION

ve). En general, se trata de reglas 'proporcionales', es decir conducen a estructuras 'semejantes' (de la misma forma) en el sentido geométrico del término.

El empleo de modelos está documentado desde la antigüedad clásica, aunque probablemente data de mucho antes. Tradicionalmente se les ha atribuido una intención puramente formal, como herramienta del arquitecto para controlar mejor el espacio y, también, para poder 'vender' mejor el proyecto al cliente. El posible uso estructural de estos modelos no ha sido considerado, en general, por los historiadores.

1.3 Actitud hacia las reglas empíricas: estado de la cuestión

La mayor parte de las historias del análisis de estructuras y resistencia de materiales han ignorado estas reglas considerándolas, en el mejor de los casos, como un primer intento ingenuo, pero incorrecto, de crear una ciencia de las estructuras. Así, Straub afirma:

... these rules may well be regarded as the beginnings of an 'engineering science'... Though not yet based on 'statics', these rules do, after all, represent an application of scientific, if elementary, mathematics to practical building tasks.⁷⁶

La actitud más generalizada apunta a la imposibilidad de deducir reglas válidas debido a la ignorancia de las leyes de la estática. Las primeras críticas las formula ya La Hire, como hemos visto uno de los fundadores del análisis de las estructuras de fábrica:

Les Architectes ont quelques règles pour connoître les épaisseurs qu'on leur doit donner [a los contrafuertes de un arco], mais comme elles ne sont point fondées sur aucune démonstration géométrique, on ne peut pas dire qu'elles soient assurées.⁷⁷

76. H. Straub *A History of Civil Engineering*. London: Leonard Hill, 1952, pp. 89-90.

77. P. La Hire *Traité de Méchanique*, op. cit. más arriba, p. 466.

Este tipo de críticas negativas a las reglas empíricas abunda entre las primeras contribuciones al análisis estructural de los arcos⁷⁸. El pensamiento general en la historiografía actual sobre el tema no ha cambiado y queda bien reflejado en las palabras de Parsons:

...There were no means of testing materials to determine their resistance to strain and consequently, the designer could not estimate the strength of a member nor did he have a theory by which he would compute the amount of strain that a member would be called to bear. There was, therefore, a vicious circle of ignorance...⁷⁹.

La opinión de R.J. Mainstone, que ha publicado numerosas contribuciones sobre la historia del diseño y análisis de estructuras (v. bibliografía), abunda en el mismo sentido:

...[structural analysis] ...would have been virtually impossible until the latter part of the seventeenth century because clear generalized concepts of forces acting in any direction, and of their combination and resolution by the parallelogram of forces, were not arrived until then.⁸⁰

En muchos casos se muestra el asombro de que a pesar de emplear reglas básicamente incorrectas los resultados fueran tan buenos. Por ejemplo Dorn:

...It is a tribute to their skill that with this assortment of anthropomorphic analogies, qualitative generalizations, traditional arithmetical proportions, rules-of-thumb and intuitive (and incorrect) arch 'theory', Renaissance builders erected magisterial and lasting structures.⁸¹

Citemos por último a Benvenuto que pone el énfasis en el tema central de la validez de estas reglas:

...il dimensionamento in chiave geometrica restò sino a tempi recenti, il criterio più seguito dagli architetti: il persistente pregiudizio che solo Galileo cominciò a smuovere, secondo il quale strutture geometricamente simili dovrebbero avere identiche proprietà

78. Véase por ejemplo H. Gautier *Dissertation sur l'épaisseur des culées des Ponts*...Paris: 1717, Chap. II, 'Observations sur les Auteurs qui ont voulu déterminer la largeur des culées'. También Frezier *La théorie et la pratique de la coupe de pierres*..., op. cit., Vol. III, pp. 343-344, y Rondelet *L'Art de bâtir*, op. cit., Libro 9, pp. 220-21 y pp. 278-281.

79. W.B. Parsons, *Engineers and Engineering in the Renaissance*. Cambridge, The MIT Press, 1965 (reprint of 1939 edition), pág. 481.

80. R.J. Mainstone, *Developments on Structural Form*. Harmondsworth: Penguin, 1983, pág. 284.

81. H.I. Dorn, *The Art of Building and the Science of Mechanics: An Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England* Ph.D. Princeton University, 1970, pág. 50.

INTRODUCCION

statiche ... aveva condotto numerosi tratattisti a definire in linguaggio geometrico la figura delle volte...⁸²

Podrían citarse muchas más opiniones en contra, sin embargo creemos que éstas describen bastante bien cuál es la actitud y el sentimiento actual entre los historiadores de la construcción y la ingeniería.

1.4 Contradicción entre la actitud actual y los hechos: origen del presente estudio

Podemos resumir la situación actual sobre el tema de la siguiente manera: (1) los antiguos constructores utilizaban reglas proporcionales básicamente arbitrarias e incorrectas; (2) empleando estas reglas construyeron obras de un tamaño y audacia nunca superadas.

Existe una contradicción evidente entre el 'círculo vicioso de ignorancia' (véase Parsons, más arriba) en el que vivían los antiguos constructores y el notable éxito que tenían en la práctica.

Dos explicaciones se barajan habitualmente para explicar este fenómeno. La primera se basa en la extraordinaria 'intuición estructural' de los constructores. El origen de esta idea es antiguo y ya aparece en la obra de Poncelet. Sin embargo, donde se formula con mayor convicción y extensión es en la obra de Viollet-le-Duc. En ningún sitio, sin embargo, se menciona el fundamento de esta intuición que, según hemos visto, en la opinión de los mismos que la defienden, hunde sus raíces en la mayor ignorancia sobre la naturaleza de los fenómenos físicos asociados al problema.

La segunda teoría explica el éxito mediante un penoso proceso de prueba-error (influida quizá por la teoría darwinista de supervivencia del más apto) que, supuestamente, ha dejado sembrado el camino del progreso de un

82. E. Benvenuto, *La Scienze della Costruzione ed il suo sviluppo storico*. Firenze, Sansoni, 1982, pág. 234.

registro interminable de colapsos y ruinas. Esta teoría es difícil de apoyar. En primer lugar no explica el éxito, sin ningún colapso durante la construcción, de estructuras que prácticamente doblaban en tamaño cualquier intento similar anterior. Este es el caso del Panteón, de Santa Sofía⁸³, ... así como el del Puente sobre el Adda, citados con anterioridad. Tampoco explica fenómenos como el de la extraordinaria rapidez en el desarrollo y difusión del sistema gótico de construcción⁸⁴.

1.5 Objetivos y limitaciones

La mencionada contradicción es el origen de la presente tesis. Se pretende conocer en profundidad los métodos de diseño y dimensionamiento estructural de los antiguos constructores y encontrar una explicación plausible de su notable éxito.

El ámbito geográfico se ha limitado a España por razones obvias de facilidad de acceso documental, pero la investigación pretende arrojar luz sobre el problema general planteado antes, en definitiva, sobre el grado de difusión y utilización de las reglas empíricas de diseño estructural y sobre su posible validez en la práctica constructiva.

83. Se cita con frecuencia el colapso de la cúpula de Santa Sofía como prueba de esta tesis. El colapso sucedió 15 años después de su construcción y una reciente monografía ha demostrado que se debió no a un incorrecto diseño, sino a un problema de fluencia de los morteros difícil de preveer incluso en la actualidad. La segunda cúpula, un poco menos rebajada ha permanecido hasta la actualidad. Véase D. Thode, *Untersuchungen zur Lastabtragung in spätantiken Kuppelbauten*. Dissertation, Technischen Hochschule Darmstadt, 1975, pp. 15-125.

84. Como ha hecho notar Lynn White, la construcción gótica surgió en el siglo XII y se desarrolló y difundió a la misma velocidad que lo hicieron los rascacielos en el siglo XIX en los EE.UU. Véase: L. White "Medieval Engineering and the Sociology of Knowledge." *Medieval Religion and Technology. Collected Essays*, Berkeley: University of California Press, 1978. pág. 327. La explicación habitual, los maestros constructores se dieron cuenta de las ventajas estructurales del arco apuntado etc., no parece muy plausible, particularmente en un campo que relaciona tanta disciplinas y de tan lenta evolución. Quizá la explicación correcta sea la sugerida por Hertwig que apunta la posibilidad de que el sistema constructivo gótico fuera introducido por constructores procedentes de Bizancio que habrían enseñado a los europeos los secretos de la bóveda de crucería. En cualquier caso parece todavía hoy un campo enteramente abierto a la investigación. Véase: A. Hertwig "Aus der Geschichte der Gewölbe. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte." *Technikgeschichte*, Band. 23, 1934. pp.86-93.

INTRODUCCION

En la Primera Parte, *Análisis de estructuras de fábrica*, se ha realizado una recopilación sobre el estado actual de los conocimientos sobre el tema, centrando la atención sobre la aplicación del análisis a rotura, al considerar que este es el método más adecuado para este tipo de estructuras. Para realizarlo, se han tenido en cuenta las últimas contribuciones realizadas en este sentido por Heyman, pero también se ha revisado la tradición clásica que murió a principios de este siglo y donde hay un verdadero tesoro de información sobre el tema. En este aspecto la investigación ha sido todo lo exhaustiva posible.

En la Segunda Parte, *Inventario de Reglas Empíricas en España 1500-1800*, se pretende conocer los métodos empleados por los constructores y arquitectos en el diseño de bóvedas de fábrica, así como, en la medida de lo posible, su difusión y aceptación.

El plazo de tiempo elegido, entre 1500 y 1800, es ciertamente un poco arbitrario, y trata simplemente de reducir el volumen de trabajo a un nivel abarcable por una sola persona. No obstante, la primera fecha marca aproximadamente la aparición de los primeros tratados de arquitectura (objeto prioritario de este estudio); la segunda podría representar, quizá, el surgimiento del análisis estructural como herramienta efectiva de análisis. Sin embargo, tanto los límites cronológicos como los geográficos no se han respetado de manera estricta. El estudio se ha extendido, en realidad desde las primeras fuentes documentales, manuscrito de Zaragoza, manuscritos de Rodrigo Gil etc., hasta finales del siglo XIX, y se han examinado cuantos tratados extranjeros han parecido de importancia.

La investigación sólo ha alcanzado cierta exhaustividad en lo que se refiere a los Tratados de Arquitectura, ya que las bibliografías existentes así lo permitían. Se han consultado todos los manuscritos de los que se ha

tenido noticia, pero ese campo precisa todavía de un inventario adecuado. Es más que probable que una investigación sistemática por los distintos archivos de España incremente considerablemente las referencias de reglas empíricas de este tipo. Creemos que un trabajo de esta naturaleza constituiría de por sí otra Tesis.

Se ha limitado la investigación al tema expuesto. Aspectos importantes, como la influencia de las distintas escuelas extranjeras de ingeniería y arquitectura en la formación de los arquitectos e ingenieros españoles, el nacimiento de dichas escuelas en España, o la influencia de los métodos constructivos, no se han tratado para poder concentrar los esfuerzos e intentar llegar a conclusiones concretas dentro del ámbito propuesto.

En la Tercera Parte, *Validez de las reglas empíricas tradicionales*, se realiza un examen analítico de la validez de las reglas más interesantes o de mayor difusión recogidas en la Segunda Parte, empleando el marco teórico desarrollado en la Parte Primera.

Las Conclusiones resumen los aspectos más importantes que se deducen de la investigación precedente.

La Bibliografía recoge toda la documentación que se ha podido reunir sobre el tema de la historia y la teoría del análisis estructural de las estructuras abovedadas de fábrica. No todas las obras que aparecen en ella son estrictamente relevantes al presente estudio o han podido ser consultadas.⁸⁵ Se han incluido por dos razones: en primer lugar por el alto grado de dificultad en la recopilación de estas fuentes; en segundo lugar, como demostración 'empírica' de que el campo de la Historia de la Construcción, incluso en un ámbito reducido como el de las estructuras abovedadas de fábrica, dis-

85. Cuando esto es así la obra aparece marcada con un asterisco '*'. Aproximadamente se han podido consultar las tres cuartas partes del total de las obras citadas en la Bibliografía.

INTRODUCCION

pone de un 'cuerpo teórico' que, aunque disperso, debe ser tenido en cuenta por su propia riqueza y para evitar la repetición inútil de investigaciones ya realizadas.

Primera Parte

Análisis de estructuras de fábrica

2. LOS MATERIALES

Un macizo de fábrica¹ se compone, en general, de piedras o ladrillos, de diferentes formas y tamaños según el tipo, trabados con un mortero que presenta con ellas una cierta adherencia. Se trata pues de un material que no es homogéneo y que presenta resistencias muy desiguales según la dirección de los esfuerzos. No se pueden por tanto aplicar los métodos generales de la resistencia de materiales sin adaptarlos a estas condiciones.

A continuación pasaremos revista a las propiedades mecánicas de las fábricas y de sus componentes como punto de partida para establecer un modelo matemático para el análisis de su comportamiento estructural.

2.1 Las piedras

En la construcción de edificios y puentes se han empleado, en general, todo tipo de piedras salvo las más disgregables. Según su tamaño y la forma de su talla se pueden dividir en dos grandes grupos:

- sillares cuando la piedra está bien labrada y escuadrada. La fábrica de estos elementos, recibidos con o sin mortero ('a hueso'), y dispuestos en hiladas regulares recibe el nombre de sillería. Como veremos es la más resistente y se emplea normalmente en los elementos estructurales que reciben más carga como son los pilares y los contrafuertes, o para reforzar los muros en las esquinas.
- mampuestos cuando la piedra está sin labrar, o prácticamente sin labrar. La fábrica de estos elementos recibidos con mortero recibe el

1. El Diccionario de la Real Academia de la Lengua define el término *fábrica*, en la acepción que nos interesa, como "Cualquier construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo y argamasa".

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

nombre de la mampostería. Su resistencia es mucho menor y se emplea en elementos donde el nivel de tensiones es bajo, como son los muros.

En un nivel intermedio entre ambos grupos se encuentran los plementos, piedras de pequeña dimensión, toscamente labradas que se emplean para realizar las plementerías en las bóvedas. El nivel tensional en las bóvedas suele estar, para tamaños y formas normales, también comprendido entre los mencionados para los dos grupos anteriores.

2.1.1 Resistencia a compresión

Se mide, como en el caso del hormigón, sobre probetas en general de forma cúbica. La forma y el tamaño de la probeta influyen en la carga de rotura y es preciso tener en cuenta estos factores para realizar comparaciones fiables.

La resistencia a compresión simple de las piedras es, en general, bastante elevada. En la siguiente tabla presentamos los valores que Delbecq da para algunos tipos de piedras frecuentes en la práctica. La resistencia puede variar, sin embargo, entre piedras del mismo tipo pero de diferentes canteras, por lo que se recomienda realizar ensayos particulares en los casos en que la resistencia tenga un papel crítico, lo que en la práctica sucede raramente.

	compres. (Kg/cm2)	tracc. (Kg/cm2)	E (10 Kg/cm2)	p.esp. (kg/dm3)	H (m)
Tiza	20-120	1-15	20-100	1.4	500
Caliza ordinaria	70-400	5-50	50-300	2.1	1119
Caliza compacta	400-1000	40-150	300-600	2.36	2966
Esquistos	150-700	10-100	70-500	2.22	2252
Granito	600-1800	60-150	150-700	2.85	4210
Cuarzita	800-3000	70-200	250-800	3.06	6209

Tabla 1.1. Resistencias mecánicas de las piedras²

2. Los datos se han tomado de J.M. Delbecq "Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture." (Tesis Doctoral, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris: 1983), p. 33. La altura H se ha calculado en base a la media de las resistencias a compresión de la tabla. Es fácil deducir

En la columna de la derecha se ha añadido, siguiendo la tradición de los antiguos tratados de construcción (Rondelet, Gauthey, etc), la altura que tendría que tener una columna de sección constante del mismo material para que se produjera en la base el colapso por agotamiento del material. Introducimos este dato porque creemos que da una idea clara del tamaño que pueden llegar a alcanzar las estructuras de fábrica sometidas a su propio peso.

2.1.2 Resistencia a tracción

La resistencia a tracción de las piedras es considerablemente menor que la resistencia a compresión. Los valores de la Tabla 1.1 ponen de manifiesto este comportamiento anisótropo; como puede verse la resistencia a tracción viene a ser aproximadamente la décima parte de la resistencia a compresión. Esta diferencia tan marcada hace que, como veremos, la resistencia a tracción se considere nula en el análisis de este tipo de estructuras.

2.1.3 Módulo de Young

Los valores del módulo de Young aparecen así mismo en la Tabla 1.1. Estos valores son orientativos, ya que el módulo de elasticidad de las piedras varía con la tensión de trabajo e , incluso, el comportamiento es distinto para distintas piedras de la misma cantera³. Sin embargo, en general este dato no

la fórmula $H = \sigma_c / p$, esp. Los valores resultantes son bastante altos. Si hicieramos el prisma o la pared de sección variable, disminuyendo con la altura estos valores podrían llegar a triplicarse (pirámide); si además empleáramos materiales más densos y resistentes en la base y más ligeros al aumentar la altura, se podría alcanzar con tensiones de trabajo del material admisibles una altura parecida a la del Everest. Esta comparación aparece en el libro de J.E. Gordon *Structures* (Harmondsworth: Penguin, 1978), p. 173.

3. Véase P. Sejourné *Grandes Voûtes*, Bourges: 1913-16, tomo 3, págs. 372-374. Cita los siguientes trabajos de C. Bach "Versuche über die Elastizität und Druckfestigkeit von Körpern aus Zement, Zementmörtel und Beton." *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, 1896, pp. 1381; "Untersuchung von Granit inbezug auf Zug-, Druck-, Biegungs-, und Schubfestigkeit, sowie in Hinsicht auf Zug-, Druck-, und Biegungs-Elastizität" *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, 1897, pp. 241; "Versuche zur Ermittlung der Zusammendrückung (Elastizitätsversuche) und der Druckfestigkeit" *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, 1903, pp. 1445; "Zur Frage der Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen bei Sandstein" *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, 1900, pp. 1169 y su libro *Elastizität und Festigkeit*, Berlin: J. Springer, 1905, pp. 67. Bach llega a la siguiente expresión del módulo de elasticidad en función de la tensión de trabajo: $E = K/\sigma^n$,

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

es significativo dado que el bajo nivel tensional existente en las fábricas hace que las deformaciones estén en la práctica totalidad de los casos dentro de límites admisibles.

2.2 Ladrillo

2.2.1 Resistencia a compresión

Los ladrillos empleados en las fábricas se obtienen a partir de ciertas arcillas secadas al sol o cocidas artificialmente en hornos. Su resistencia es, en general, inferior a la de las piedras. La norma MV-201 da los siguientes valores 'de cálculo': ladrillos macizos 70-300 Kg/cm²; ladrillos perforados 100-200 Kg/cm² y ladrillos huecos 30-150 Kg/cm². Delbecq⁴ admite para ladrillos de calidad excepcional resistencias características comprendidas entre 350 y 700 Kg/cm². Para los adobes, ladrillos secados al sol, Lahuerta⁵ da resistencias entre 20 y 30 Kg/cm².

Para conocer la resistencia de los ladrillos en las antiguas edificaciones es preciso realizar ensayos sobre probetas o elementos extraídos del propio edificio. Thode realizó diversas experiencias sobre los ladrillos de Santa Sofía y San Vitale, ambas construidas en el siglo VI d.C. Realizando ensayos sobre distintas probetas, según la norma DIN 105, Thode obtiene para los ladrillos de Santa Sofía una resistencia característica de 180 Kg/cm² y para los de San Vitale de 320-330 Kg/cm²⁶. Valores, pues, comparables a los de los modernos ladrillos de edificación.

donde K es constante y n es otra constante <1.

4. Op. cit. página 34.

5. J. Lahuerta *Formulario para el proyecto de estructuras*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Arquitectura, 1975, pág. 64.

6. Véase D. Thode *Untersuchungen über Lastabtragung in Spätantiken Kuppelbauten*. Tesis Doctoral, Darmsatdt: 1975, págs. 49 (Santa Sofía) y 163-164 (San Vitale).

2.2.2 Resistencia a tracción

La resistencia a tracción de los ladrillos es muy baja, alrededor del 3 por ciento de la resistencia a compresión, y no se tiene en cuenta en el análisis.

2.2.3 Módulo de Young

El módulo de Young de los ladrillos es bajo con valores comprendidos entre los 50,000 y los 250,000 Kg/cm²⁷. Como en el caso de las piedras varía con la tensión de trabajo y no suele ser relevante dado el bajo nivel tensio-
nal existente en este tipo de estructuras.

2.3 Morteros

2.3.1 Resistencia a compresión

Las resistencias de los morteros empleados modernamente en las fábricas se especifican más adelante al tratar de la resistencia de las fábricas, pero están comprendidas normalmente entre 5 y 150 Kg/cm².

La resistencia de los morteros empleados en las antiguas edificaciones es difícil de precisar. Citaremos los resultados de los ensayos realizados por Rondelet⁸, Vicat⁹ y Tourtay¹⁰:

- Rondelet: resistencias a la rotura comprendidas entre 30 y 65 Kg/cm², según que el mortero sea normal o batido.
- Vicat: morteros de cal grasa y arena ordinaria 20-25 Kg/cm².
morteros de cal hidráulica 75 Kg/cm².
morteros de cal muy hidráulica 146 Kg/cm².
- Tourtay: mortero de cal 20 Kg/cm².

7. Delbecq op.cit. pág.34.

8. J. Rondelet, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: Chez Firmin Didot, 1834.

9. Vicat "Recherches expérimentales sur les phénomènes physiques qui précèdent et accompagnent la rupture ou l'affaissement d'un certaine classe de solides." *Annales des Ponts et Chaussées, 1er série*, Vol. 6, 1833. pp. 201-268, Pl. 69.

10. Citado por Delbecq, op. cit. pág. 39.

mortero de cemento 75 Kg/cm².

A partir de estos datos podemos deducir que la resistencia de los morteros empleados en el siglo XIX está comprendida entre 20 y 77 Kg/cm². Para edificaciones más antiguas es preciso extraer probetas y realizar ensayos;

2.3.2 Resistencia a tracción

La resistencia a tracción de los morteros es también muy baja y se desprecia en los cálculos. Rondelet estima la resistencia a tracción entre 1/8 y 1/10 de la resistencia a compresión, y Vicat da valores comprendidos entre 1 y 12 Kg/cm²¹¹.

2.3.3 Módulo de Young

Varía según el tipo de mortero y el estado tensional. McNary y Abrams¹² dan los siguientes valores:

Mortero (cemento:cal:arena)	f _{ck} (Kg/cm ²)	E _{máx} (Kg/cm ²)
Tipo M (1:1/4:3)	526	124,200
Tipo O (1:2:9)	34	20,000

Tabla 2.2. Módulo de Young de los morteros

Se aplican en este caso las mismas consideraciones que en las piedras y ladrillos.

2.4 Resistencia de las fábricas

Como hemos visto antes una fábrica, de piedra o ladrillo, es un material compuesto. Sus características y su comportamiento son función de las propiedades de sus componentes, del tipo de contacto que se establece entre

11. Datos citados por L.M.H.Navier *Resumé des leçons...*, Bruselas: 1839, págs. 13-14.

12. W. S. McNary y D. P. Abrams "Mechanics of Masonry in Compression" *ASCE. Journal of Structural Engineering*, 111, 1985: 857-870.

ellos y de la geometría de su disposición. Un material de esta naturaleza no es isótropo debido a las direcciones de rotura que marcan las juntas.

Los estudios más recientes sobre las propiedades mecánicas de las fábricas se han dedicado casi exclusivamente al caso de las fábricas de ladrillo y de bloques de hormigón¹³.

2.4.1 Resistencia a compresión

La resistencia a compresión simple de una fábrica depende de la resistencia de cada uno de sus componentes y de sus relaciones geométricas (es decir, relación canto ancho de las piedras y espesor de las juntas). Delbecq¹⁴ describe el comportamiento de un conjunto de piedras o ladrillos y juntas de mortero trabajando a compresión como sigue:

- compresión centrada. Dado que el módulo de elasticidad del mortero es mucho menor que el de la piedra, el mortero presenta una tendencia a expandirse lateralmente. En razón de la adherencia y del rozamiento entre el mortero y la piedra esta expansión induce en la piedra un estado de tracción lateral y en el mortero un estado de compresión lateral, de donde resulta que la piedra rompe por tracción en los bordes.
- compresión excéntrica. Existe un momento flector y la estructura sufre una curvatura que se concentra en las juntas de mortero. Aparecen

13. Las últimas aportaciones que he podido consultar son las siguientes: A. A. Hamid et al. "Shear Strength of Concrete Masonry Joints." *ASCE. Journal of the Structural Division*, **105**, 1979: 1227-1240; R.G. Drysdale et al. "Tensile Strength of Concrete Masonry.", *ASCE. Journal of the Structural Division*, **105**, 1979: 1261-1276; A. A. Hamid et al. "Concrete Masonry Under Combined Shear and Compression Along Mortar Joints." *ACI Journal*, **77-73**, 1980: 314-320; M. Hatzinikolas et al. "Failure Modes for Eccentrically Loaded Concrete Block Masonry Walls." *ACI Journal*, **77**, 1980: 258-263; A. A. Hamid y R. G. Drysdale "Proposed Failure Criteria for Concrete Block Masonry under Biaxial Stresses." *ASCE. Journal of the Structural Division*, **107**, 1981: 1675-1687; F. Sawko y M. A. Rouf "On the Stiffness Properties of Masonry." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, **77**, 1984: 1-12; W. S. McNary y D. P. Abrams "Mechanics of Masonry in Compression." *ASCE. Journal of Structural Engineering*, **111**, 1985: 857-870; y M. Z. Ghazali y J. R. Riddington "Simple Test Method for Masonry Shear Strength." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, **85**, 1988: 567-574.

14. Op.cit. página 40, basándose en el mecanismo propuesto por Hatzinikolas op. cit.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

también tensiones de cortadura que se oponen a las tensiones laterales.

La rotura tiene lugar en este caso por agotamiento del material o giro alrededor de la arista. Se han elaborado modelos de comportamiento de este tipo que permiten deducir algunas de las propiedades observadas en los ensayos.

2.4.1.a Fábricas de piedra

La siguiente tabla extraída de las Recomendaciones Internacionales para las Estructuras de Fábrica pone de manifiesto la influencia del mortero:

Resistencia característica a compresión simple de las piedras (Kg/cm ²)	Resistencia característica a compresión simple de la fábrica en función del tipo de mortero (Kg/cm ² ver Tabla 2.5)			
	M4	M3	M2	M1
20	13	14	14	14
50	29	33	34	35
75	35	41	45	49
100	41	47	53	62
150	51	59	67	82
200	61	69	80	97
300	72	86	102	120
400	81	104	120	143
600	-	-	160	188

Tabla 2.3. Resistencia de las fábricas en función del tipo de mortero¹⁵

Tipo de mortero	Resistencia media a los 28 días (Kg/cm ²)	Composición aproximada en volumen		
		cemento	cal	arena
M1	20	1	0-1/4	2 1/4
M2	10	1	1/4-1/2	-
M3	5	1	1/2-1 1/4	-
M4	2.5	1	1 1/4-2 1/2	-

Tabla 2.4. Resistencia de los morteros tipo¹⁶

15. Esta Tabla y la siguiente están extractadas de las presentadas por Delbecq, op. cit. página 41, a partir de las *International Recommendations for Masonry Structures*, CIB Report - Publication 58. Los valores característicos se han establecido para un coeficiente de variación del 15 % y una probabilidad igual al 5% de obtener un valor inferior al característico. Los valores relativos a las piedras corresponden a ensayos con cubos con una relación anchura altura igual 1.

16. Los ensayos se han realizado sobre probetas paralelepédicas de 40*40*160 mm.

El espesor de las juntas juega un importante papel en la resistencia a compresión de las fábricas aunque no aparece reflejado en las tablas anteriores. En este aspecto es todavía hoy fundamental la memoria publicada por Tourtay en 1885¹⁷. Citamos a continuación sus conclusiones:

- a. El agotamiento del mortero en las juntas de las fábricas se produce a tensiones muy superiores a la resistencia intrínseca del mortero, pero muy inferiores a la resistencia de la piedra.
- b. La tensión que produce la disgregación del mortero está en razón inversa del espesor de la junta, manteniendo constantes los otros factores.
- c. Las fábricas formadas por piedras colocadas sin juntas de mortero (a hueso) dan resistencias bastante inferiores a las de la piedra, pero superiores a las de la fábrica con juntas de mortero.
- d. Las piedras unidas por una simple lechada de cemento parecen funcionar monolíticamente y dan resistencias, semejantes a la de las piedras, y muy superiores a las de las fábricas con juntas de mortero.

Estas conclusiones concuerdan bastante bien con el modelo de rotura propuesto por Delbecq. En efecto, cuanto menor sea el espesor de la junta tanto menor será el efecto de la expansión lateral. El efecto beneficioso de la lechada de cemento consiste en crear una superficie de contacto uniforme que recubre las pequeñas imperfecciones de la superficie; de esta forma las tensiones se transmiten en toda el área y no en unos pocos puntos. En el contacto 'a hueso', por bien que se hayan pulido las caras de la junta, siempre habrá irregularidades, granos, etc. que actuando a modo de cuña pueden iniciar una grieta de rotura.

17. Tourtay "Sur la influence des joints dans la résistance a l'écrasement des maçonneries de pierre de taille" *Annales des Ponts et Chaussées*, 1885, pp. 582-592. Las experiencias consistieron en ensayos a rotura de bloque de piedra de distintos tipos, intercalando juntas de espesor y composición variables. Los bloques estaban compuestos por dos semibloques paralelepípicos de 10 cm de lado y 5 cm de altura; la junta se disponía entre ambos.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

2.4.1.b Fábricas de ladrillo

La MV-201 nos da unas tablas que permiten obtener las tensiones admisibles para el cálculo de muros de fábrica de ladrillo; éstas dependen del tipo y resistencia a compresión del ladrillo, del tipo y plasticidad del mortero y del espesor de las juntas. Las siguientes tablas se han elaborado a partir de las anteriores para morteros de plasticidad grasa y juntas de menos de 1 cm de espesor (la resistencia del mortero viene expresada por el dígito correspondiente en Kg/cm²; por ej. M-5 fck=5 Kg/cm²):

Ladrillo	Res.ladr. (Kg/cm ²)	Resist. de cálculo de la fábrica Kg/cm ²					
		M-5	M-10	M-20	M-40	M-80	M-160
Macizo	70	12	14	16	18	20	-
	100	16	18	20	22	25	28
	150	20	22	25	28	32	36
	200	25	28	32	36	40	45
	300	32	36	40	45	50	56
Perforado	100	14	16	18	20	22	25
	150	18	20	22	25	28	32
	200	22	25	28	32	36	40
	300	28	32	36	40	45	50
Hueco	30	6	7	8	9	-	-
	50	8	9	10	11	12	-
	70	10	11	12	14	16	-
	100	12	14	16	18	20	22
	150	16	18	20	22	25	28
	200	20	22	25	28	32	36

Tabla 2.5. Resistencia de las fabricas de ladrillo según MV-201.

2.4.1.c Tensiones admisibles

La Tabla 2.1 nos da los valores de rotura de las piedras y la Tabla 2.3 la resistencia característica de las fábricas. Para obtener la tensión admisible de trabajo del material tendremos que aplicar un coeficiente de seguridad que minore esta resistencia. Además, se suelen mayorar las cargas. El

efecto combinado de ambas correcciones produce tensiones admisibles 2 o 3 veces inferiores a la resistencia característica de la fábrica.

En los tratados de los siglos XIX y comienzos del XX se tomaba como tensión admisible de trabajo la décima parte de la tensión de rotura de las piedras. Comparando los valores de la Tabla 2.3 vemos que ambos métodos dan resultados equivalentes.

Las tensiones admisibles obtenidas por ambos métodos son bastante altas. En la siguiente tabla damos las tensiones de trabajo de algunas estructuras de fábrica de gran tamaño donde el nivel tensional es bastante alto; dado que la mayoría de ellas tienen más de 100 años de edad podemos deducir que dichos niveles han demostrado ser seguros:

EDIFICIOS	Kg/cm ²
Pilares de la cupula de S. Pedro en Roma	17
Pilares de la cupula de S. Pablo en Londres	19
Pilares de la cupula de los Inválidos en París	14
Pilares de la cupula de S. Genoveva en París	29
Columnas de la iglesia de S. Pablo extramuros en Roma	20
Columnas de la iglesia de Toussaint d'Angers	44
Pilares de la iglesia de Santa Sofía en Constantinopla	22
Pilares de la catedral de Palma de Mallorca	22
PUENTES	
Puente sobre el Rocky River (L = 85 m)	44
Viaducto de Salcano en Göritz (L = 85 m)	51
Puente de Plauen (L = 90 m)	69
Puente de Villeneuve (L = 96 m)	57
Puente de Morbegno (L = 70 m)	70

Tabla 2.6. Tensiones de trabajo en estructuras de fábrica.¹⁸

18. Los datos están sacados de las siguientes publicaciones: J. R. Rondelet, *op. cit.*, tomo IV, p. 135; L.M.H. Navier, *op. cit.* págs. 102-103.; D. Thode, *op. cit.*, pág. 96.; J. Rubió Bellver "Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca" *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 1912, p. 136.; "Viaduc de Salcano sur l'Isonzo." *Nouvelles Annales de la Construction*, Vol. 7, 1910, col. 179. La tensión citada se produce en la junta de rotura en los riñones del arco; en la clave 28 Kg/cm² y en los arranques 40 Kg/cm².

2.4.2 Resistencia a tracción

Depende de las resistencias a tracción de los materiales constituyentes (piedras y mortero) y de la adherencia entre ellos. En general el fallo se produce falta de adherencia en la superficie de unión de piedra y mortero. Los valores de resistencia a tracción de las fábricas son muy bajos (1-5 kg/cm²) por lo que ésta no se tiene en cuenta al realizar el análisis de la estructura.

2.4.3 Resistencia a cortante

La resistencia a cortante de las fábricas es función de un gran número de factores. Sin embargo se ha podido demostrar¹⁹ que para niveles normales de las tensiones de compresión (alrededor de 20 Kg/cm²) la relación entre la resistencia a cortante τ y la tensión de compresión σ puede expresarse por la fórmula:

$$\tau = \tau_0 + \sigma \operatorname{tg} \Phi$$

donde τ_0 es la resistencia a cortante para $\sigma=0$ (cohesión) y Φ es el ángulo de rozamiento interno²⁰. Para que no se produzca el colapso se tiene que verificar:

19. Véase M. Z. Ghazali y J. R. Riddington "Simple Test Method for Masonry Shear Strength." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, 85, 1988: 567-574.

20. El fenómeno del rozamiento entre sólidos es muy complejo. Las leyes del rozamiento fueron formuladas por primera vez por el ingeniero francés Amontons, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1699. C. A. Coulomb casi cien años después publicó en una memoria, *Mémoires de Mathématique et de Physique, présentées à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants*, 1785, donde recogía los resultados de extensos y sistemáticos experimentos, llegando a las mismas conclusiones. Los resultados de Coulomb fueron confirmados por A. J. Morin, *Comptes Rendues...*, 1830. Todas estas experiencias arrojaron las siguientes conclusiones: a) El rozamiento estático es mayor que el rozamiento dinámico; b) La fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza normal N transmitida a través de la superficie de contacto; la constante de proporcionalidad recibe el nombre de *coeficiente de rozamiento*; c) El rozamiento es independiente de la tensión normal, es decir, no depende del área de la superficie de contacto; d) Para velocidades moderadas el rozamiento cinético es independiente, también, de la velocidad; e) El rozamiento depende de la naturaleza de las superficies en contacto; f) Los coeficientes de rozamiento son constantes para cada dos materiales. La anterior exposición está basada en J. Thewlis *Encyclopaedic Dictionary of Physics* (New York: Pergamon Press, 1961), tomo 3, pág. 308.

$$\tau \leq \tau_0 + \sigma \operatorname{tg} \Phi$$

esta expresión recibe el nombre de 'criterio de rozamiento seco de Coulomb'²¹.

Para ladrillos Ghazali y Ridington²² han obtenidos valores de τ_0 de comprendidos entre 1.7 y 8.3 Kg/cm² y de $\operatorname{tg} \Phi$ entre 0.78 y 0.81 ($\Phi=37-39^\circ$). Delbecq²³ propone a título indicativo τ_0 entre 5 y 6 Kg/cm² y Φ entre $\pi/4$ y $\pi/3$.

El valor de la cohesión es muy bajo y no se suele tener en cuenta en los cálculos. Es determinante por tanto el valor de Φ . Este dato no se encuentre fácilmente en los modernos manuales de resistencia de materiales. Citamos a continuación los resultados de las experiencias realizadas en el pasado siglo sobre distintos materiales²⁴:

Rondelet	piedra caliza grano fino	30°
Boistard	piedra caliza sup. picada	38°
Regnier	madera sobre piedra	30°
Perronet	piedra (sin especificar)	39°
Rennie	granito	33°

Para los puentes de fábrica se suele tomar en casi todos los manuales $\operatorname{tg} \Phi=0.5$, $\Phi=27^\circ$ ²⁵.

21. Coulomb fue el primero en formular esta expresión. Véase su memoria "Essai sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture" *Mémoires de Mathématique & Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savans*, Vol. 7, 1773, pp. 351-355. Para un extenso comentario sobre este trabajo véase J. Heyman *Coulomb's Memoir on Statics. An Essay in the History of Civil Engineering* (Cambridge: 1972).

22. Op. cit. pág. 573.

23. Op. cit. pág. 44.

24. Citados por L. M. H. Navier, op. cit., págs. 142-143.

25. Véase por ejemplo uno de los de mayor difusión a principios de este siglo, Ph. Croizette Desnoyers *Cours de Construction des Ponts*, Paris: 1885, tomo I, pág. 418.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

2.4.4 Módulo de elasticidad

Es muy difícil deducir el módulo de elasticidad de una fábrica a partir de lo de sus componentes, incluso en el caso de piezas muy regulares con juntas muy delgadas. A título indicativo incluimos los resultados del estudio realizado por los ingenieros austríacos en 1895²⁶ :

Tipo	Bóveda	Materiales de la bóveda
Bóveda de piedra ordinaria	0.604	1.37 - 2.71
Bóveda de ladrillo	0.278	0.45 - 1.62
Bóveda de hormigón en masa	2.460	

Tabla 2.7. Módulo de elasticidad de las fábricas ($\cdot 10^5$ Kg/cm²)

Las consideraciones hechas sobre el módulo elasticidad de piedras y ladrillos son también de aplicación en este caso.

26. *Bericht des Gewölbe-Ausschusses des Oesterr. Ingenieur und Architekten*. Sonderabdruck aus der Zeitschrift der Oesterreich. Ingenieur und Architekten Vereines, 1895, pp. 41-42. Citado por Sejourné, op. cit., vol3, pág. 373, nota 25.

3. MODELO MATEMATICO: LINEA DE EMPUJES

Como hemos visto en el capítulo anterior la característica más importante de las fábricas en cuanto a su comportamiento estructural reside en su poca resistencia a la tracción en relación a su resistencia a compresión y en la anisotropía introducida por las juntas.

Consideraremos, por tanto, las fábricas como un conjunto de elementos débilmente unidos entre sí, capaces de soportar compresiones pero no tracciones. La idealización matemática de esta estructura correspondería a la de un sistema de sólidos en contacto.

Para el estudio de este tipo de estructuras es de enorme utilidad el concepto de línea de empujes ideado de forma casi simultánea por Moseley en Inglaterra y por Méry en Francia alrededor de 1830, intentando buscar un procedimiento que permitiera explicar los fenómenos de colapso de los arcos¹.

La línea de empujes depende exclusivamente del sistema de cargas y de la geometría de la estructura, no es preciso hacer hipótesis sobre el comportamiento del material y es, por tanto, independiente del método de análisis, elástico o plástico, empleado.

3.1 Definición general de las líneas de empujes e inclinaciones

Consideremos un macizo cualquiera de fábrica, haciendo abstracción por el momento de la resistencia de los materiales, es decir, considerando esta

1. La idea es más antigua, en particular en relación con la analogía de la catenaria, sin embargo la definición correcta corresponde a los autores citados. Véase: H. Moseley "On the stability of arches." *Cambridge Philosophical Transactions*, 5, 1833 y "On the equilibrium of a system of bodies in contact." *Cambridge Philosophical Transactions*, 6, 1837. Véase también del mismo autor "On the Theory of the Arch." En: *The Theorie, Practice and Architecture of Bridges...*, editado por John Weale, London: Architectural Library, 1843, Vol.1, part.3 pp. 1-72. E. Méry "Sur l'équilibre des voûtes en berceau." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840, pp. 50-70. Los trabajos de Moseley fueron publicados con anterioridad, pero, según J. Dupuit *L'Equilibre des Voûtes...*, Paris: Dunod, 1870, pág. 118, el manuscrito de Méry data de 1827. En cualquier caso parece claro que ambos llegaron al concepto de línea de empujes de forma independiente.

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

infinita, una estructura de este tipo sometida a un determinado sistema de cargas colapsará bien por el deslizamiento de alguna de las superficies de contacto respecto a otra, o bien por el giro alrededor de alguna de las aristas.

3.1.1 Línea de empujes

Sea la estructura MNLK, compuesta por un apilamiento de piedras recibidas sin mortero y de cualquier forma. Consideremos ahora una superficie A-A' que corta a la estructura y llamemos R_a a la resultante de todas las fuerzas situadas a la derecha del plano. Supongamos que esta superficie de corte cambia de forma y posición de forma que coincida con todas las superficies de contacto B-B', C-C', D-D', E-E', etc., de los sólidos que componen la estructura; y sean R_b, R_c, R_d, \dots las resultantes, obtenidas en forma análoga a la R_a , correspondientes a los distintos planos de intersección.

Para cada una de las superficies consideradas la resultante tendrá un punto de aplicación que estará situado *dentro* o *fuera* de la masa de la estructura. Llamaremos a este punto centro de empuje. Si este punto está situado *fuera* de la masa de la estructura entonces la parte derecha girará alrededor de la arista extrema común de la superficie de contacto, produciéndose el colapso de la estructura.

Así pues, la condición de que en ningún punto de la estructura se produzca el colapso por el giro alrededor de alguna de las aristas de las superficies de contacto, equivale a la condición de que los centros de empujes deben caer siempre dentro de la masa de la estructura.

Imaginemos ahora la estructura seccionada por una infinidad de planos (que pueden seguir una ley determinada, por ejemplo ser normales a una

determinada curva) y consideremos las intersecciones de cada una de la dirección de cada una de las resultantes con su plano, es decir, los centros de empujes correspondientes a cada uno de los plano; el lugar geométrico de estos puntos forma una curva que llamaremos línea de empujes².

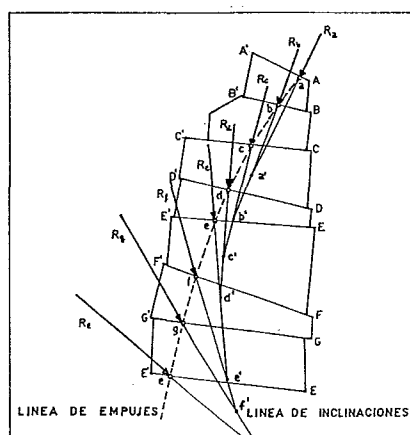


Figura 3.1. Líneas de empujes e inclinaciones en un macizo de fábrica.

De la anterior definición se deduce fácilmente que la línea de empujes depende de la forma y sistema de cargas de la estructura y de la familia de planos de sección seleccionados. Dada una estructura de cualquier forma geométrica, sometida a un determinado sistema de cargas y cuyas partes están en contacto según una serie de superficies definidas geométricamente, los métodos del análisis matemático permiten escribir su ecuación.

También puede procederse a la inversa: dada una línea de empujes, podemos deducir la forma geométrica de una estructura compatible con ella.

3.1.2 Línea de inclinaciones de los empujes

Hay otra condición que es necesario cumplir para que no se produzca el

2. No hay un acuerdo muy claro sobre los nombres: Moseley la denominó *line of resistance* y Méry *courbe de pression*. Moseley emplea esta última expresión *line of pressure* para designar otra curva, la envolvente de las direcciones de las resultantes, como veremos más adelante. En alemán se emplea el término *Drückkurve* [curva de presiones o empujes]. Más recientemente Heyman, en sus numerosas contribuciones al estudio de los arcos y bóvedas de fábrica (ver bibliografía) emplea el término *line of thrust*. Nosotros emplearemos en lo sucesivo en castellano la expresión *línea de empujes*, ya que el vocablo *presión* se refiere en general no a una fuerza sino a fuerza/superficie.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

colapso de una estructura, en la hipótesis que hemos hecho de considerarla como un sistema de sólidos en contacto: no se debe producir el deslizamiento en ninguna de las superficies de contacto. Para que esta condición se cumpla el ángulo que forma la dirección de la resultante en cada plano de sección debe estar comprendido dentro de ciertos límites.

Estos límites están definidos por la superficie de un cono recto cuyo eje es normal a la superficie de contacto en el centro de empujes y cuyo ángulo es el doble de aquel cuya tangente es el coeficiente de rozamiento. Si la dirección de la resultante está contenida dentro de este cono no se producirá el deslizamiento; en caso contrario éste se producirá.

Por lo tanto, la dirección de la resultante respecto a la normal en el centro de empujes es de gran importancia. Consideremos ahora la línea $a'b'c'd'$... formada por los puntos de intersección de las direcciones de las resultantes R_a, R_b, R_c, R_d , etc. La dirección de la resultante en cada sección es tangente a esta línea que llamaremos línea de inclinaciones³.

Su forma geométrica puede determinarse, como en el caso anterior, por los métodos del análisis. Análogamente, dada una estructura con una geometría y un sistema de cargas dados, la ecuación de la línea de inclinaciones depende de la familia de secciones elegida, es decir, de la posición de las superficies de unión en tre las diversas partes que componen la estructura.

Para conocer rigurosamente el estado de equilibrio de una estructura es preciso encontrar estas dos líneas: la línea de empujes y la línea de inclinaciones. La primera determina la posición de la resultante en cada sección; la segunda la dirección de dicha resultante. En el siguiente apartado haremos un desarrollo matemático exacto de las ecuaciones de estas curvas y

3. El término empleado por Moseley es *line of pressure*. Adoptaremos en castellano la expresión más descriptiva de *línea de inclinaciones*.

veremos que en las condiciones usuales en la práctica: cargas verticales, arcos o bóvedas de poco espesor en relación con la luz, ambas líneas se aproximan mucho y pueden considerarse a todos los efectos como coincidentes.

3.2 Teoría matemática de las líneas de empujes⁴

3.2.1 Definición

Sea ABCD una parte de un elemento resistente sometido a la acción de fuerzas exteriores y a su propio peso. Supondremos:

Que el cuerpo es prismático y sus generatrices son perpendiculares al plano del dibujo.

Que las líneas de intradós y extradós son curvas continuas.

Que el cuerpo es homogéneo y su peso específico es g .

Que el espesor de la porción considerada, comprendida entre dos planos paralelos al de la figura, y medida perpendicularmente a éste es β .

Que las cargas exteriores están contenidas también en el plano de la figura, actúan sobre las líneas que la limitan, y varían de punto a punto de forma continua.

Consideremos ahora una sección NN' del elemento por un plano perpendicular al del dibujo, eliminemos la parte a la derecha de dicho plano, y restablezcamos el equilibrio de nuevo mediante la aplicación de una fuerza R. Llamaremos a R el empuje en la sección NN', y a su punto de aplicación E, centro de empuje de la sección NN'.

Seccionemos ahora la estructura por una familia de planos infinitamente próximos siguiendo una determinada ley; definiremos como línea de empujes de una bóveda sometida a un determinado sistema de cargas como el lugar geométrico de los centros de empujes para cada uno de los planos de corte.

4. La exposición que sigue está basada fundamentalmente en el riguroso estudio realizado por el matemático yugoslavo M. Milankovitch "Theorie der Drückkurven" *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 55, 1907: 1-27. El autor aplica las ecuaciones obtenidas sobre líneas de empujes al equilibrio de los contrafuertes de fábrica en un artículo posterior: "Zu der Statik der massiven Widerlager" *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 58, 1910: 120-188.

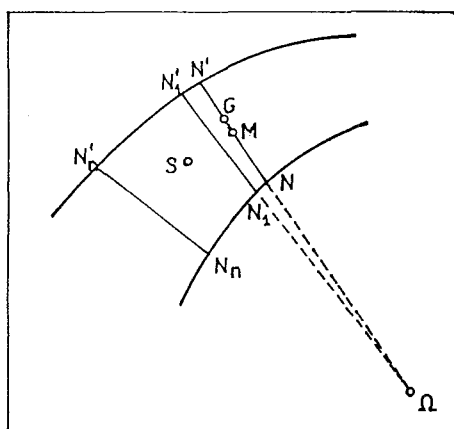
Si variamos el sistema de cargas o la familia de planos de sección, la línea de empujes también variará⁵.

3.2.2 Ecuación general de la línea de empujes para una bóveda

Como ya hemos dicho, y se deduce fácilmente de la definición, la línea de empujes depende de la familia de planos de sección elegida. Consideremos, para el caso de las bóvedas, que esta familia se obtiene trazando planos perpendiculares a una determinada curva. También supondremos que las cargas exteriores sólo actúan sobre la línea de extradós.

3.2.2.a Centro de gravedad de una sección

Antes de pasar a la formulación de la ecuación interesa establecer la posición del centro de gravedad de un elemento diferencial de bóveda comprendido entre dos planos infinitamente próximos, ya que esta consideración ha dado lugar a numerosos errores en la literatura sobre líneas de empujes.



Sean NN' y N_nN_n dos secciones cualesquiera de la bóveda, y sea S el centro de gravedad de la parte comprendida entre ellas. Consideremos ahora que la sección N_nN_n se aproxima infinitamente a la sección NN' ; el centro de gravedad S alcanzará entonces una posición límite G ; llamaremos a este punto G centro de gravedad de la sección NN' .

Figura 3.2. Centro de gravedad de una sección.

5. En las construcciones de fábrica la fuerza R actúa siempre en compresión, de ahí las expresiones *empuje*, *centro de empuje* y *línea de empujes*. Sin embargo el concepto puede también aplicarse a estructuras que trabajen a tracción y entonces hablaríamos de: *tracción*, *centro de tracciones* y *línea de tracciones*.

Estableceremos la posición de G de la siguiente manera:

Sea NN'_1N_1 un elemento diferencial de la bóveda, Ω el punto donde se cortan los planos NN' y N_1N_1 , y sea M el punto medio del segmento NN' . Llamaremos:

$$NN' = \delta \quad NM = \delta/2 \quad \Omega M = r$$

Podemos hallar el punto G como el centro de gravedad de la diferencia de dos triángulos: $\Omega N'_1N_1$ y ΩNN_1 , cuyas superficies llamaremos respectivamente df_1 y df_2 . Los centros de gravedad de estos triángulos distarán de Ω :

$$\frac{2}{3} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \quad y \quad \frac{2}{3} \left(r - \frac{\delta}{2} \right)$$

respectivamente. Tomando momentos estáticos respecto a Ω tendremos:

$$G\Omega (df_1 - df_2) = \frac{2}{3} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) df_1 - \frac{2}{3} \left(r - \frac{\delta}{2} \right) df_2$$

por otro lado, sabemos que:

$$df_1 / df_2 = \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 / \left(r - \frac{\delta}{2} \right)^2$$

de estas dos ecuaciones se deduce:

$$G\Omega = r + \frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r}$$

y,

$$M\Omega = \frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r}$$

Por lo tanto, el centro de gravedad de la sección está separado en general del punto medio por una cantidad finita. Solamente en el caso en que $r = \infty$ (los planos de sección son paralelos entre sí), o si $\delta = 0$ (la bóveda es infinitamente delgada), ambos puntos coinciden.

3.2.2.b Notaciones

Elijamos un sistema ortogonal de coordenadas (Fig.xx) de origen cualquiera tomando como la dirección de las ordenadas positivas la del peso.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

x, y las coordenadas del centro de empujes E de una sección cualquiera NN'

Φ el ángulo de la sección NN' con la vertical (medido como aparece en la figura)

Consideraremos x, y, Φ como variables independientes.

R el empuje en la sección NN'

V la componente vertical de R

H la componente horizontal de R

δ la longitud de NN'

M el punto medio de la sección NN' ($NM = \delta/2$)

ϵ la distancia del centro de empujes E al punto medio de la sección NN' ($\epsilon = ME$)

G el centro de gravedad de la sección NN'

p la carga por unidad de longitud sobre la línea de extradós

α el ángulo de dicha carga en cada punto con la vertical (medido como aparece en la figura)

Supondremos que p y α son funciones de la variable independiente Φ .

Sea N_1N_1 una sección infinitamente próxima a la NN' , y que se corta con ella en un punto Ω . Llamaremos:

r la longitud $M\Omega$ (es decir, el radio de curvatura de la línea media)

$d\Phi$ el ángulo infinitamente pequeño $N'\Omega N_1$

E_1 el centro de empujes de la sección N_1N_1

M_1 el punto medio de la sección N_1N_1

de el diferencial de arco $N'N_1$

dm el diferencial de arco MM_1

di el diferencial de arco NN_1

3.2.2.c Ecuación de la línea de empujes

Consideremos suprimida ahora solamente la parte de la estructura situada a la izquierda del plano $N_1 N_1$ y restablezcamos el equilibrio mediante la fuerza R_1 aplicada en el punto E_1 . Sobre el elemento diferencial de bóveda $NN'N_1 N_1$ actúan las siguientes fuerzas:

1. el empuje R sobre la sección NN' aplicado en el punto E y descompuesto según los ejes en V y H ,
2. el empuje R_1 sobre la sección $N_1 N_1$ aplicado en el punto E_1 ,
3. el peso dG del elemento $NN'N_1 N_1$, que debido a la situación infinitamente próxima de las secciones consideraremos aplicado en el centro de gravedad de la sección NN' ,
4. la carga sobre el diferencial de arco $N'N_1$, que debido como anteriormente a la infinita proximidad entre ambas secciones consideraremos igual a $p \, dx$ y actuando en el punto N' .

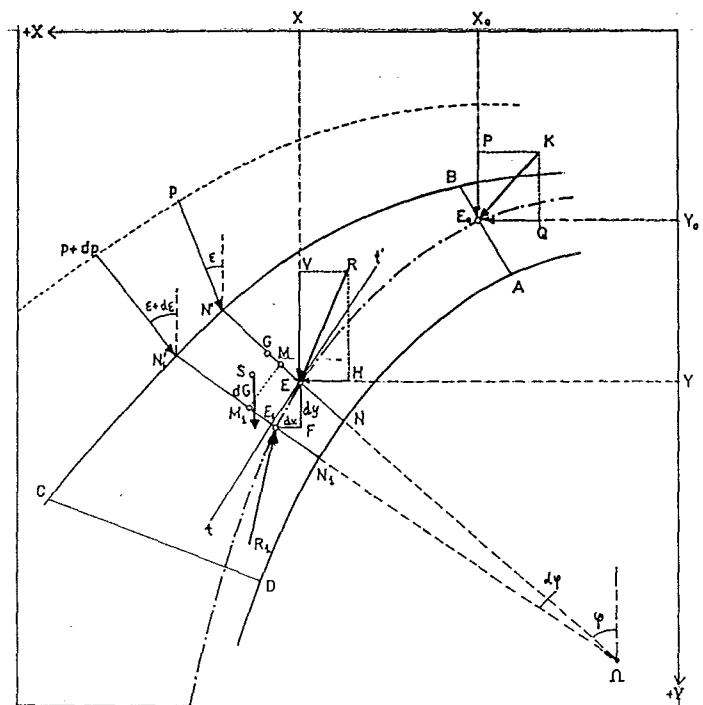


Figura 3.3. Línea de empujes.

Las dos primeras de estas fuerzas son en general finitas, las otras dos tienden a cero con dx y son del mismo orden de magnitud que dx y dy .

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

Para que haya equilibrio, la suma de los momentos de estas cuatro fuerzas respecto a cualquier punto del plano que las contiene debe ser igual a cero. Tomemos como centro de momentos el punto E_1 , y llamemos a los momentos de las fuerzas dG y pde con respecto a este punto M_g y M_e , respectivamente. La ecuación de equilibrio de momentos toma la forma:

$$(1) \quad Vdx - Hdy + M_g + M_e = 0$$

En esta ecuación los cuatro miembros son del mismo orden de magnitud. En los dos primeros la fuerza es finita y el brazo sin embargo es infinitamente pequeño; en los dos últimos, la fuerza es un infinitésimo y el brazo por el contrario es finito; además, todos los infinitésimos son del mismo orden.

Debido a la infinita proximidad entre los puntos E_1 y E , y la distancia finita de las fuerzas dG y pde a dichos puntos, podemos considerar iguales las distancias de dichas fuerzas a los puntos E_1 y E .

Por lo tanto, como es fácil de ver:

$$M_g = -dG(GM + \epsilon)\text{sen}\Phi$$

donde

$$dG = g\beta \delta r d\Phi$$

Sabemos que:

$$GM = \frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r}$$

de donde:

$$(2) \quad M_g = -g\beta \delta \left(\frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r} + \epsilon \right) \text{sen}\Phi r d\Phi$$

Además:

$$(3) \quad M_e = -(pde)N'E \text{sen}(\Phi - \alpha) = -p\left(\frac{\delta}{2} + \epsilon\right) \text{sen}(\Phi - \alpha)de$$

La sustitución de las ecuaciones (2) y (3) en (1) da:

$$(4) \quad Vdx - Hdy - g\beta \delta r \left(\frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r} + \epsilon \right) \text{sen}\Phi d\Phi - p\left(\frac{\delta}{2} + \epsilon\right) \text{sen}(\Phi - \alpha)de = 0$$

Supongamos que existe una sección AB de la cual conocemos las coordenadas de su centro de empujes E_0 (x_0, y_0), y el empuje K (de componen-

tes horizontal y vertical Q y P respectivamente); sabemos, pues, que para

$$(5) \quad \begin{aligned} x &= x_0 \\ y &= y_0 \quad V = P \quad y \quad H = Q \end{aligned}$$

de donde, estableciendo el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales:

$$(6) \quad V = P + g\beta \int_x^x \delta r d\Phi + \int_x^x p \cos \alpha \, de$$

$$(7) \quad H = Q - \int_x^x p \sin \alpha \, de$$

Por tanto todos los factores que influyen en la línea de empujes (la forma de la bóveda, el sistema de cargas y la familia de planos de sección) aparecen representados matemáticamente en las ecuaciones (4), (6) y (7). Si sustituimos los valores de V (6) y H (7) en la ecuación (4) y derivamos dos veces la expresión con respecto a Φ y ϵ obtendremos la ecuación diferencial de la línea de presiones, que puede transformarse en función de las coordenadas x e y.

La ecuación es integrable y sus tres constantes de integración pueden obtenerse a partir de las condiciones de contorno expresadas en (4).

3.2.2.d Dirección del empuje

De la ecuación (4) se deduce, reordenando los términos:

$$(8) \quad \frac{V}{H} - \frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} [g\beta\delta r(\frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r} + \epsilon) \sin \Phi \frac{d\Phi}{dx} + p(\frac{\delta}{2} + \epsilon) \sin(\Phi - \alpha) \frac{de}{dx}]$$

Si llamamos

\varnothing el ángulo del empuje R con el eje X,

μ el ángulo de la tangente tt' a la línea de empujes en el punto E con el eje X, es evidente que:

$$(9) \quad \frac{V}{H} = \operatorname{tg} \varnothing \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \mu$$

De las ecuaciones (8) y (9) se deduce que, en general,

$$\varnothing \geq \mu,$$

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

es decir, el empuje corta a la línea de empujes.

3.2.3 Bóveda sometida solamente a cargas verticales

Consideraremos ahora el caso particular de una bóveda cuyo sistema de cargas está compuesto por un sistema de fuerzas verticales. En este caso

$$\alpha = 0$$

Supondremos, además, que los planos de sección son perpendiculares al eje de la bóveda (lugar geométrico de los puntos medios de las secciones). En este caso particular

r coincide con el radio de curvatura del eje de la bóveda,

Φ es igual al ángulo que forma la tangente al eje de la bóveda (en el punto M) con el eje de las X,

dm es el diferencial de arco del eje de la bóveda, de forma que

$$r d\Phi = dm$$

las ecuaciones (8), (6) y (7) para este caso se convierten en:

$$(10) \quad \frac{V}{H} - \frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} \left[g\beta r \left(\frac{1}{12} \frac{\delta^2}{r} + \epsilon \right) \operatorname{sen}\Phi \frac{dm}{dx} + p \left(\frac{\delta}{2} + \epsilon \right) \operatorname{sen}\Phi \frac{de}{dx} \right]$$

$$(11) \quad V = P + g\beta \int_x^x \delta dm + \int_x^x p de$$

$$(12) \quad H = Q$$

La ecuación (12) expresa que la componente horizontal del empuje es la misma para todas las secciones (esto se debe a la verticalidad de las cargas).

Sustituyendo los valores de V (11) y H (12) en la ecuación (10) solamente es preciso derivar una vez para eliminar los signos de integral. La ecuación diferencial de la línea de empujes de una bóveda con cargas verticales es, pues, de segundo orden. Esta ecuación ya contiene una constante Q. Para

encontrar su integral definida es preciso conocer tres constantes (tres puntos de paso de la curva, o el empuje horizontal y dos puntos, etc.), cuando éstas no se pueden determinar obtendremos una familia de infinitas líneas de empujes.

La determinación de la integral particular que corresponde a la verdadera línea de empujes que existe en la bóveda (en la que el empuje en cada sección sería la resultante de las tensiones en dicho plano) no puede establecerse basándose únicamente en las ecuaciones de la estática. De momento no nos ocuparemos de este problema, solamente resaltaremos el hecho que para una bóveda y un sistema de cargas dado existe un número infinito de líneas de empujes compatibles con las condiciones de equilibrio de la estática.

3.2.3.a Familia de planos de corte verticales

En el caso particular de que además de ser las cargas verticales la familia de planos de sección sea también vertical, tendremos:

$$\Phi = 0 \quad \alpha = 0$$

la ecuación general (8) se convierte en

$$(13) \quad \frac{V}{H} - \frac{dy}{dx} = 0$$

En relación con la inclinación del empuje (9) en este caso se verifica

$$(14) \quad \phi = \mu$$

es decir, el empuje es tangente a la línea de empujes y la línea de empujes coincide con la línea de inclinaciones.

Dado que todas las cargas son verticales no es preciso distinguir entre las cargas y el peso propio de la bóveda. Llamemos a $w = f(x)$ el peso específico de la proyección horizontal de la bóveda y sea w función de la variable independiente x . Por lo tanto:

$$(15) \quad V = P + \int_x^x w dx \quad H = Q$$

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

de donde

$$(16) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{Q} [P + \int_x^x w dx]$$

La derivada de esta ecuación respecto a x da:

$$(17) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w}{Q}$$

Esta es la ecuación diferencial de la línea de empujes para este caso particular.

La integración de la ecuación (26), teniendo en cuenta que para $x = x_0$, $y = y_0$,

$$(18) \quad y = y_0 + \frac{1}{Q} \int_{x_0}^x dx \int_{x_0}^x w dx + \frac{P}{Q} (x - x_0)$$

Esta es la ecuación de la línea de presiones.

3.2.3.b Polígono funicular

Para el caso de una porción de bóveda que no tenga carga, es decir

$$w = 0$$

la ecuación de la línea de empujes es

$$(19) \quad y = y_0 + \frac{P}{Q} (x - x_0)$$

La línea de empujes se convierte en una recta. Supongamos ahora que dividimos la bóveda de la figura en partes discretas por una familia de planos verticales $n_1 n_1$, $n_2 n_2$, $n_3 n_3$, ..., y que concentramos los pesos correspondientes P_1 , P_2 , ... en sus centros de gravedad S_1 , S_2 , ...; en este caso la línea de empujes se convierte en el polígono funicular de las fuerzas P_1 , P_2 , ... En los planos de corte $n_1 n_1$, $n_2 n_2$, ..., el polígono funicular es tangente a la línea de empujes para una familia infinita de planos verticales, ya que para estos puntos no han cambiado ni el centro de empujes ni el empuje (la resultante de las fuerzas).

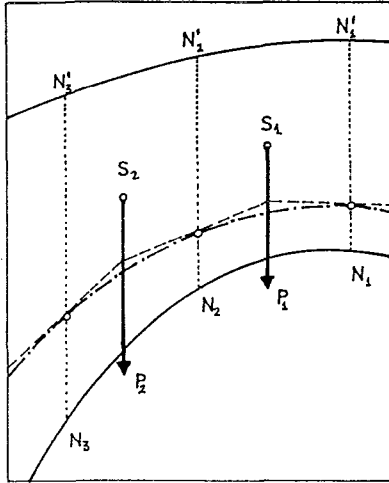


Figura 3.4. Polígono funicular

Queda de esta forma demostrado que el polígono funicular de un sistema de fuerzas obtenido como se ha descrito más arriba concentrando los pesos correspondientes a distintos sectores en sus correspondientes centros de gravedad, circunscribe la línea de empujes (siempre en la hipótesis de secciones verticales).

3.2.3.c Catenaria

Si suponemos que la bóveda degenera en una cadena sin ninguna resistencia a la flexión (es decir, de espesor cero), todavía es posible el equilibrio (aunque sea inestable) para el caso en que la línea de empujes coincida con la catenaria. Para obtener la ecuación de la catenaria consideraremos, pues, que:

$$\delta = 0$$

y, por tanto,

$$\epsilon = 0$$

también se deduce que:

$$de = di = dm = ds$$

donde ds es un diferencial de catenaria, cuya ecuación diferencial:

$$(20) \quad \frac{V}{H} - \frac{dy}{dx} = 0$$

Supongamos que la cadena, análogamente al caso de las bóvedas que ya hemos estudiado, sometida a un sistema de cargas p y que su peso específico en un punto x,y es g_x , las ecuaciones de equilibrio de fuerzas verticales y horizontales son:

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

$$(21) \quad V = P + \int_x^x g_x ds + \int_x^x p \cos \alpha ds$$

$$(22) \quad H = Q - \int_x^x p \sin \alpha ds$$

Las ecuaciones (20), (21) y (22) determinan la ecuación de la catenaria. En el caso de que las cargas exteriores sean verticales la catenaria y la línea de presiones coinciden. Podemos, pues, considerar la línea de presiones como la figura de equilibrio de una cadena infinitamente delgada cuya carga por unidad de longitud de la proyección horizontal, w , está representada por una función de x : $w = f(x)$

3.3 Propiedades fundamentales de las líneas de empujes de bóvedas sometidas a su propio peso

Resumimos a continuación los hechos más relevantes en cuanto al estudio de las estructuras abovedadas sometidas a su propio peso:

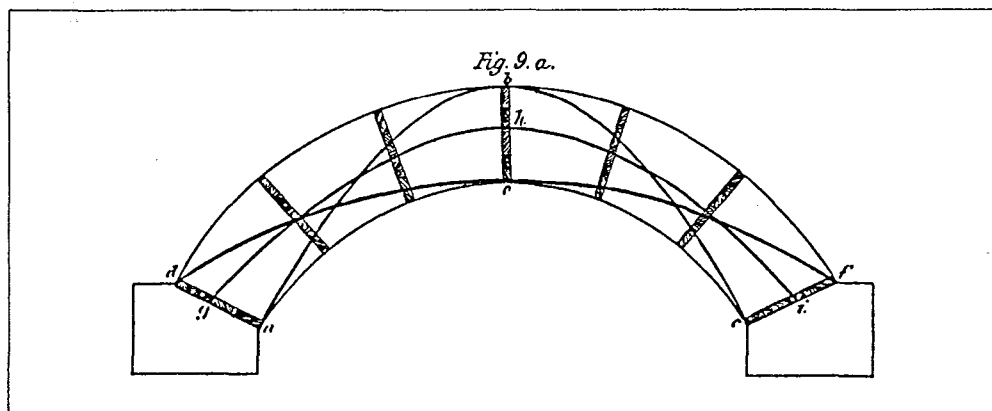
- la forma de las líneas de empujes e inclinaciones es función de la forma geométrica de la estructura definida por sus líneas o superficies de extradós e intradós, y de la familia de planos ideales de corte elegidos. Por tanto, es independiente del tamaño.
- en la hipótesis de planos de corte verticales las líneas de empujes e inclinaciones se confunden y, además, coinciden con el antifunicular de las cargas. Esta hipótesis simplificatoria va a favor o en contra de la seguridad dependiendo del modo de colapso de la estructura y de la forma de acción del material de relleno. Más adelante veremos en qué casos esto es así y en qué grado.
- la posición de la línea de empujes no puede determinarse en base a consideraciones puramente estáticas y, en general, tendremos una familia de posibles líneas de empujes compatibles con las cargas y la geometría de la estructura.

4. ANALISIS A ROTURA: TEOREMAS FUNDAMENTALES

El estudio de la líneas de empujes en una estructura de fábrica nos permite conocer su grado de 'estabilidad' al vuelco o por deslizamiento, así como su estado tensional. La ecuación de esta curva puede obtenerse por los métodos del análisis matemático y se ha hecho un desarrollo riguroso de su definición y propiedades.

4.1 Posición de la línea de empujes. Inconvenientes del análisis elástico

Las bóvedas y arcos son, en general, estructuras hiperestáticas, y, por tanto, pueden existir un número infinito de líneas de empujes pertenecientes a una misma familia de curvas. En estas condiciones, la línea de empujes 'real', es decir la que se obtendría a partir del estado real de tensiones en el interior de la estructura siguiendo la familia de planos de corte elegida, no puede deducirse de consideraciones puramente estáticas.



BOISTARD (1846)

Figura 4.1. Posición de la línea de empujes. Experimento de Barlow. Moseley demostró analíticamente que la línea de empujes puede ocupar distintas posiciones dentro de un arco. Barlow presentó en 1846 a la Institution of Civil Engineers un ingenioso experimento que permitía demostrar este hecho. Las juntas entre las seis dovelas que forman el modelo de arco están formadas por cuatro tralillas de madera sueltas. Se retiraron tres de las cuatro piezas en cada junta en diferentes configuraciones correspondientes a distintas líneas de empuje que, de esta forma, se hacían físicamente visibles.

Esta indeterminación en la posición de la línea de empujes fue causa de gran preocupación entre los ingenieros en los años anteriores a la aparición

de la teoría elástica y se realizaron numerosos intentos para fijar su posición o, al menos, establecer su intervalo posible de variación dentro del arco¹.

La aplicación de la teoría de la elasticidad y del principio de mínima energía de deformación permitió, finalmente, a Winkler poder determinar la posición de la 'verdadera' línea de empujes de un arco biempotrado según el siguiente teorema²: "entre todas las líneas de empujes posibles para un sistema de fuerzas dado, la verdadera es la que se aparta menos de la directriz del arco". Esto se traduce en una condición geometrica que permite elegir 'visualmente' entre las líneas posibles una que no difiera excesivamente de la real.

Sin embargo, la aplicación de la teoría de la elasticidad al estudio de los arcos de fábrica presenta un cierto número de inconvenientes. Para valorar el estado de un arco siguiendo el análisis elástico tendremos que realizar en primer lugar ciertas hipótesis sobre los contrafuertes, que son rígidos o que se deforman siguiendo una ley determinada dependiendo de la carga a que están sometidos, y sobre las propiedades del material que lo compone, homogeneidad,

1. Coulomb en su "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique..." *Mémoires de Mathématique et de Physique...*, Vol.7 (1773): 343-382, se limitó a señalar que el empuje en la clave está comprendido entre dos valores uno máximo y otro mínimo, según su posición. Las siguientes aportaciones que buscaron aplicación práctica a este planteamiento teórico buscaban configuraciones de colapso lo que implicaba suponer la línea de empujes mínima. Ver, por ejemplo: Audoy "Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau" *Mémorial de l'Officier de Génie*, 1820: 1-16. Navier en su *Resumé des leçons...* (Bruselas: 1839): 166-170, expuso por primera vez la hipótesis de repartición lineal de las presiones y señaló que para que no hubiera tracciones la resultante debía pasar a 1/3 del borde. Carvallo "Etude sur la stabilité des voûtes" *Annales des Ponts et Chaussées*, 1853: 1-77, empleó esta regla del 'tercio' para fijar la posición de la línea de empujes que pasaría a 1/3 del canto del borde superior en la clave y a un 1/3 del intradós en la junta de rotura. Esta regla gozó de gran difusión y se siguió empleando hasta principios del s. XX. Moseley "On the stability of arches" *Cambridge Philosophical Transactions*, 1837, aplicó su 'principio de mínima resistencia' para fijar su posición. Otras contribuciones se limitaban a establecer, dada la imposibilidad de conocer con certeza su situación, el campo de variación posible dada la geometría de la estructura y la tensión admisible del material. Este enfoque ya fue intuido en el trabajo pionero de Méry "Sur l'équilibre des voûtes en berceau" *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840: 50-70, y fue desarrollado con todo rigor en un procedimiento gráfico por Durand-Claye "Sur la verification de la stabilité des voûtes en maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pressions" *Annales des Ponts et Chaussées*, 1867: 132-133.

2. E. Winkler "Die Lage der Stützlinie im Gewölbe", *Deutsche Bauzeitung*, 1879, pp. 117-9, 127-8, 130; 1880, pp. 58-60.

módulo de elasticidad, etc.

Partiendo de un conjunto de suposiciones de este tipo podremos realizar un análisis elástico del arco; es decir, habremos obtenido un estado de tensiones y unas reacciones exteriores compatibles con las hipótesis y con el sistema de cargas existente. Sin embargo, decir que este estado tensional que acabamos de obtener representa el estado real de la estructura quizá sea mucho suponer. Además, de lo discutible de considerar un módulo de elasticidad constante, irregularidades no visibles de la construcción, el paso del tiempo, un pequeño cedimiento en los contrafuertes, la aparición de grietas de retracción, etc., pueden alterar de forma notable el estado de la estructura de acuerdo con la teoría de la elasticidad.

No parece razonable que, por ejemplo, un pequeño cedimiento de unos milímetros en relación con una luz de varios metros pueda tener un efecto apreciable sobre el estado general de la estructura aunque pueda modificar sensiblemente la posición de la línea de presiones³. Pero el inconveniente fundamental es que la teoría elástica no aborda el tema de la estabilidad.

El diseño de estructuras de fábrica utilizando el método elástico de la tensión admisible llevaría a configuraciones altamente 'inestables' para tamaños convencionales⁴. El método del 'tercio', la obligación de que no aparezcan tensiones en ningún punto de una sección, en realidad está enmascarando una condición geométrica que tiene su origen en suministrar al arco una cierta seguridad en relación con la rotura, una cierta 'estabilidad'.

3. Para un estudio comparativo de los distintos métodos de análisis de arcos véase J. Heyman *The Masonry Arch*, Chichester:1982. Las opiniones aquí expuestas coinciden básicamente con las de Heyman.

4. Supongamos por ejemplo que diseñamos un arco de 10 metros de luz en ladrillo, sometido a su propio peso (peso específico = 1800 kg/m^3 y $\sigma_{adm} = 10 \text{ kg/cm}^2$) por el método de las tensiones admisibles; obtenemos una relación canto/luz de 1/16, muy cerca de la proporción de colapso 1/18 (la resultante pasa 1/11 del canto en la base). Si calculamos la relación entre el momento de estabilidad y el de vuelco veremos que $M_e/M_v = 1.05$. El arco es inaceptable no porque aparezcan fisuras de tracción en su intradós o extradós (que, en cualquier caso, podrían sellarse con masilla elástica, etc.), sino porque no presenta suficiente seguridad en relación con el colapso.

4.2 Análisis a rotura

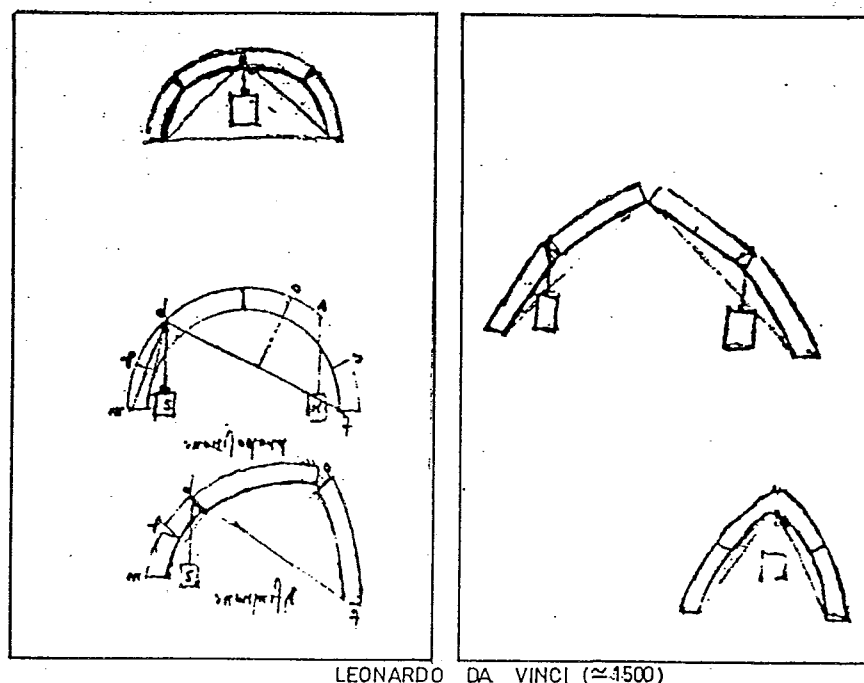
El análisis elástico se basa en el concepto de tensión admisible. El análisis a rotura se basa en el concepto de carga o configuración límite, aquella para la cual se produce el colapso de la estructura, y en establecer la seguridad con respecto a ella.

El análisis límite o a rotura de arcos y bóvedas, como hemos visto, nació a principios del siglo XVIII⁵ y se desarrolló hasta finales del XIX. Para la segunda mitad de este siglo la aparición de nuevos materiales capaces de soportar tanto tracciones como compresiones, el hierro y más tarde el hormigón armado, impulsó el desarrollo de la teoría de las estructuras por el camino del análisis elástico⁶. A principios del siglo XX, ya no hubo nuevas aportaciones al tema del análisis a rotura de las estructuras de fábrica, si bien los métodos gráficos de líneas de empujes se siguieron empleando como alternativa al laborioso análisis elástico⁷.

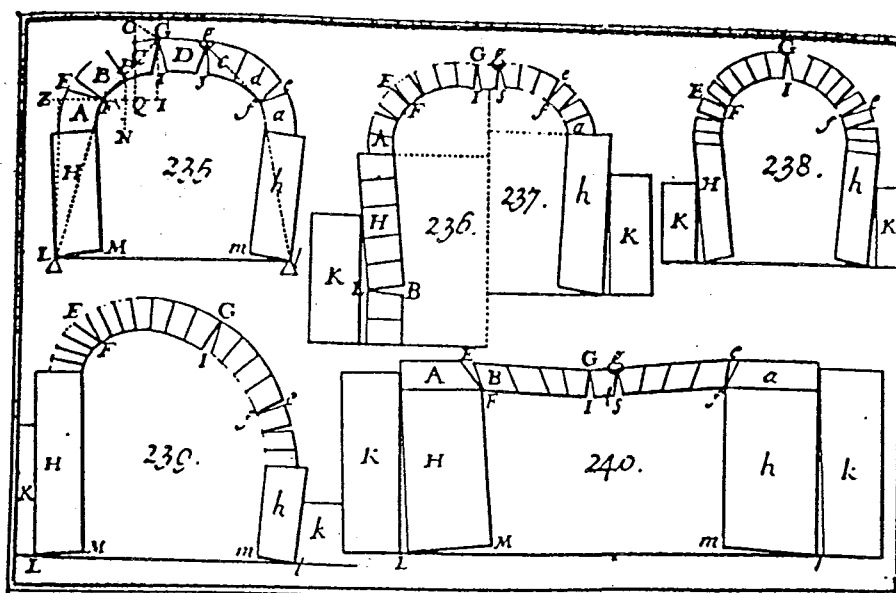
5. Podemos citar como la primera aportación al análisis límite o de rotura al análisis de arcos, la memoria del matemático francés La Hire: P. La Hire "Sur la construction des voûtes dans les edifices" *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1712: 69-78. El primer análisis a rotura de una cúpula fue realizado por tres matemáticos italianos en 1743 sobre la cúpula de San Pedro de Roma: T. Le Seur, F. Jacquier y R.G. Boscovitch *Parere di tre matematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S. Pietro* (Roma:1743).

6. Para un análisis de la influencia de los tipos y materiales estructurales sobre el desarrollo de la teoría de las estructuras véase H. I. Dorn, "The art of building and the science of mechanics: a study of the union of theory and practice in the early history of structural analysis in England", Ph.D.Diss., Princeton University: 1970, especialmente el capítulo 3 'Structural Modes' pp. 27-42. de donde cito textualmente (p.41): '...in response to the chief modes of building, it was both arch theory and flexure theory which formed the dominant concerns of investigators during the seventeenth, eighteenth and early nineteenth centuries and that studies of the arch lost their prominence in the theory of structures only when the introduction of structural iron invested flexure theory with new urgency.' (el subrayado es mío).

7. Sejourné en su monumental obra en 6 volúmenes *Grandes voûtes*, Bourges: 1913-16, donde hace un inventario de todos los grandes arcos de fábrica de más de 40 m, realiza al final de la obra una comparación entre los distintos métodos de análisis disponibles y termina recomendando los procedimientos gráficos: "Le calcul est laborieux, rebutant: on y peut, sans s'en apercevoir de quelque temps, commettre de grosses erreurs. Le graphique fatigue moins; il se prête mieux à toutes les combinaisons de surcharges; avec lui, on voit. Tous deux viennent d'hypothesis inexactes: la précision du calcul y est fort inutile; celle du graphique suffit; il n'y a vraiment pas à s'inquieter des décimales quand les entiers sont suspects." op. cit. tomo 3, pág. 358.



LEONARDO DA VINCI (≈ 1500)



DANIZY (1732)

Figura 4.2. Primeros ensayos de colapso de arcos: Leonardo y Danizy. Leonardo realizó numerosos experimentos sobre modelos de arcos. Tienen particular importancia los dibujos de las figuras (a) y (b) en los que aparece por primera vez representado el mecanismo correcto de colapso basado en la formación de rótulas. Este descubrimiento de Leonardo no tuvo ninguna influencia posterior dada la escasa, o nula, difusión de sus escritos. Hubo que esperar 200 años para que Danizy realizara en 1732 ensayos sobre pequeños modelos de escayola que ponían de manifiesto este modo colapso lo que confirmaba la hipótesis ya formulada por Couplet en 1730 de la imposibilidad de deslizamiento de las dovelas.

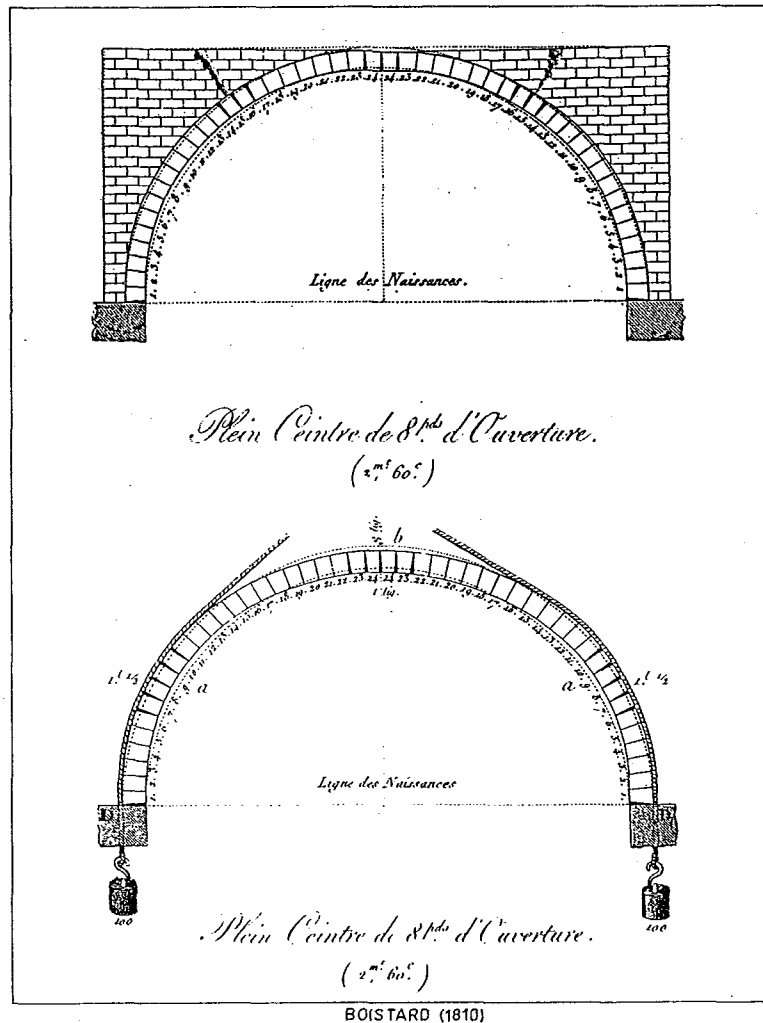


Figura 4.3. Los ensayos sistemáticos de colapso de arcos de Boistard. Alrededor de 1800 L. C. Boistard realizó los primeros ensayos sistemáticos sobre un gran número de modelos de arcos. Las dovelas estaban formadas por la unión de dos ladrillos pulidos por una de las caras y unidos por la superficie rugosa mediante escayola, que daba la curvatura. Para hacer todas las dovelas iguales se empleó un molde de escayola. Las dovelas se colocaban sobre una cimbra y la clave se realizaba 'in situ'. Boistard realizó un total de 24 modelos de arcos. Todos ellos tenían una luz constante de 2.6 m y la relación canto/luz también era constante e igual a 1/24. El colapso se provocaba haciendo descender la cimbra unos centímetros. En los casos en los que la proporción canto/luz de colapso era inferior a 1/24 se aplicó una carga puntual en la clave hasta que éste se produjo. Estos ensayos demostraron la imposibilidad del colapso por deslizamiento en las formas y proporciones de arcos más usadas y establecieron en toda la literatura posterior la preferencia por la hipótesis de colapso por formación de rótulas.

Por último, alrededor de los años 1920 se dejaron, prácticamente, de construir grandes arcos y bóvedas de fábrica.

Los puentes de fábrica continuaron en servicio a lo largo de este siglo sin despertar mucho interés hasta que, alrededor de 1940 el aumento del

peso de los vehículos y, en particular de los tanques durante la Segunda Guerra Mundial, obligó a plantearse de nuevo el problema de la resistencia de los arcos y bóvedas de fábrica.

Los primeros estudios estaban destinados a realizar simplemente comprobaciones de resistencia y utilizaban el método elástico suponiendo el arco biarticulado en sus extremos⁸. Los ya mencionados inconvenientes de este método y el desarrollo alcanzado ya en aquel momento por el método plástico de análisis de estructuras metálicas hicieron volver de nuevo el interés hacia los métodos de rotura y en particular, sobre la aplicación de los teoremas fundamentales, demostrados ya para estructuras metálicas, también al tema de los arcos⁹. En los últimos años ha habido un verdadero 'redescubrimiento' del análisis a rotura de las estructuras de fábrica que había permanecido hibernado durante 100 años¹⁰.

4.3 Teorías del análisis a rotura: Hipótesis y Teoremas fundamentales

En la actualidad existen dos teorías fundamentales sobre el análisis a rotura de estructuras de fábrica:

8. A.J.S. Pippard y otros "The Mechanics of the Voussoir Arch" *Journal of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 4, 1936, págs. 281 y ss.; A.J.S. Pippard y R.J. Ashby "An Experimental Study of the Voussoir Arch" *Journal of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 10, 1938, págs. 383 y ss.; A.J.S. Pippard "The Approximate Estimation of Safe Loads on Masonry Bridges" *Civil Engineer in War*, 1948, págs. 365 y ss.

9. Los teoremas del análisis límite fueron demostrados por primera vez para vigas de un material plástico ideal por Greenberg y Prager *ASCE Proceedings*, Vol. 77, 1951, y para problemas y condiciones de fluencia más generales por Drucker, Greenberg y Prager *Quarterly of Applied Mathematics*, 9, 1952, y *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 73, 1951. Estos teoremas se aplicaron a arcos de un material perfectamente plástico por E.I. Onat y W. Prager *Limit Analysis of Arches*, Brown University Report A11-69 to Office of Naval Research. No me ha sido posible encontrar estas fuentes que aparecen citadas por A. Koocharian "Limit Analysis of Voussoir (Segmental) and Concrete Arches" *Proceedings of the American Concrete Institute*, Vol. 49, 1953: 317-328.

10. Véanse las numerosas referencias posteriores a 1960 en el apartado C.1.1 de la bibliografía sobre monografías y artículos de revista sobre el análisis límite de estructuras de fábrica, especialmente las contribuciones de Jacques Heyman.

4.3.1 Teoría de Kooharian/Heyman

Hemos llamado a esta teoría de Kooharian/Heyman pues si Kooharian fue el primero en aplicar las teorías del análisis plástico de pórticos de acero al análisis de arcos de fábrica, ha sido Heyman el principal impulsor de estos métodos a través de sus numerosas contribuciones en los últimos 20 años.

Para poder aplicar el análisis plástico a los arcos de fábrica es preciso partir de las siguientes tres hipótesis¹¹ :

1. La resistencia a compresión es infinita. Esta hipótesis implica que las tensiones son tan bajas en este tipo de construcción que no existe peligro de que el material colapse por falta de resistencia. El análisis del estado tensional en numerosas estructuras de fábrica justifica esta hipótesis¹² , si bien siempre es necesario realizar al final del análisis de rotura una comprobación de resistencia.
2. El colapso por deslizamiento es imposible. Supondremos que el rozamiento en las uniones es suficientemente alto para que los ladrillos o piedras no puedan deslizarse unos sobre otros. Es posible encontrar casos de colapso por deslizamiento en estructuras de fábrica; sin embargo, estos pueden evitarse en casi todas las situaciones mediante una adecuada elección de los planos de corte¹³ .
3. La resistencia a tracción es nula. Esta hipótesis va a favor de la

11. Véase H. Parland "Basic Principles of the Structural Mechanics of Masonry: A Historical Review" *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 2, 1982, pág. 49.

12. Véase la Tabla 2.6 sobre tensiones de trabajo en las estructuras de fábrica de mayor tamaño y compárense con los valores de la Tabla 2.3 sobre resistencia de las fábricas. Dado que las tensiones crecen linealmente con el tamaño (en estas estructuras donde el peso propio es la acción más importante) estas estructuras podrían duplicar o incluso triplicar su tamaño sin problemas de resistencia.

13. El colapso por deslizamiento se producirá cuando la resultante forme un ángulo menor que el ángulo de rozamiento. Este varía según los tipos de piedras, morteros y ladrillos y varía entre los 25° y 40° (véase el cap.1 sobre los materiales). Como puede verse fácilmente, la práctica de realizar las uniones normalmente a la directriz del arco elimina prácticamente la posibilidad de este tipo de colapso en arcos de un canto normal.

seguridad puesto que sí existe una pequeña resistencia a tracción debida a la adherencia de los morteros, sin embargo, dado su pequeño valor es práctica habitual no considerarla, como hemos señalado repetidas veces en el capítulo sobre los materiales de las fábricas.

4.3.1.a Teoremas fundamentales¹⁴

En base a los anteriores hipótesis es posible aplicar los teoremas del análisis plástico de estructuras de acero al caso de los arcos de fábrica. Existen dos teoremas fundamentales del análisis a rotura.

El primer teorema permite definir estados de cargas 'seguros'. Dice que *el colapso no se producirá si en cada estado sucesivo de carga que atraviesa la estructura es posible encontrar un estado de equilibrio estáticamente admisible.*

En el caso de los arcos implica que si podemos encontrar una línea de empujes estáticamente admisible dentro de la estructura el arco es seguro. 'Seguro' significa que el arco no colapsará y una línea de empujes 'estáticamente admisible' es aquella que es compatible con el estado de cargas de acuerdo con las leyes de la estática. Con este teorema podemos obtener un valor límite inferior de la carga de colapso.

Así pues, aplicando el primer teorema podemos obtener estados de carga seguros para un arco. Sin embargo, sería deseable saber el grado de seguridad, es decir obtener un valor límite superior de la carga de colapso.

El segundo teorema se ocupa precisamente de los valores de la carga que producen el colapso. Establece que *el colapso se producirá si puede encontrarse una configuración de colapso cinemáticamente admisible.*

Una estructura alcanza una 'configuración de colapso' cuando desarro-

14. La siguiente exposición está basada fundamentalmente en Kooharian, op. cit. más arriba.

lla el número suficiente de rótulas para convertirse en un mecanismo. Una configuración de colapso 'cinemáticamente admisible' se caracteriza porque en un desplazamiento virtual del mecanismo, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores es mayor o igual al realizado por las fuerzas interiores.

En el caso de los arcos de fábrica, dada la inexistencia de tracciones, el trabajo de las fuerzas interiores es cero, y el teorema adopta una forma más simplificada: el colapso se producirá, en una configuración de rotura determinada, si en un desplazamiento virtual el trabajo de las fuerzas exteriores es mayor o igual a cero, o, lo que es lo mismo, si el mecanismo resultante de la aparición de las rótulas está en equilibrio inestable.

4.3.2 Hipótesis de Parland

Kooharian y Heyman aplicaron la teoría del análisis a rotura desarrollada para pórticos de acero a los arcos de fábrica. Esto es válido en la hipótesis de que el colapso se produce por formación de rótulas, es decir, si el deslizamiento es imposible.

Parland en un reciente artículo¹⁵ ha desarrollado una teoría del análisis a rotura de estructuras de fábrica a partir de la mecánica clásica de los medios continuos. Partiendo de un enfoque distinto llega a demostrar también los teoremas fundamentales del análisis a rotura, si bien introduce la posibilidad de colapso por deslizamiento.

La teoría propuesta es una teoría lineal de la estabilidad de un sistema de sólidos rígidos en contacto seco y completo¹⁶. La teoría se basa en

15. H. Parland, "Basic principles of the structural mechanics of masonry: a historical review." *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 2, 1982: 48-58.

16. El planteamiento recuerda por su abstracción y generalidad al realizado por Moseley en su definición de línea de empujes. Moseley afirmaba: "The equilibrium of the arch is a particular case of the equilibrium of a system of bodies in contact.", y publicó una memoria sobre el tema: "General conditions of the equilibrium of a system of bodies in contact" *Cambridge Philosophical Transactions*, Vol. 6, 1838, págs. 463-491.

las siguientes hipótesis fundamentales:

1. La fábrica se compone de un conjunto de sólidos rígidos de resistencia infinita ($E = \infty$; $\sigma_{rot} = \infty$). Esta hipótesis lleva implícita la de impenetrabilidad del material: dos puntos materiales diferentes no pueden ocupar la misma posición en el espacio. Este principio procede de la tradicional Mecánica de los Medios Continuos.
2. Resistencia a tracción nula en las juntas.

Estas hipótesis se traducen en las siguientes condiciones de contacto en las juntas:

- a. Las juntas de los sólidos rígidos presentan un indentado compatible con una superficie perfectamente lisa. Este indentado permite simular el rozamiento entre los sólidos en contacto. Cualquier deformación esta contenida dentro de un cono convexo definido por el indentado.
- b. El vector resultante de las sollicitaciones sobre la junta esta sujeto a las siguientes limitaciones: tiene que ser menor que cero (compresión) y tiene que estar contenido dentro del cono de rozamiento.
- c. Los conos de rozamiento y de deformación son polares, es decir, sus generatrices son ortogonales.

4.3.2.b Teoremas fundamentales

Partiendo de estas premisas y aplicando el teorema de los trabajos virtuales al equilibrio del sistema, Parland establece la condición de equilibrio estable para un arco (teorema del límite inferior en el análisis plástico tradicional):

Un arco es ciertamente estable para un sistema de cargas dado si existe al menos una línea de empujes contenida dentro de la fábrica y cuyas tangentes

están dentro del cono de rozamiento en cada una de las juntas.

Esta proposición es válida en la hipótesis del 'rozamiento geométrico' conseguido mediante los indentados. En el caso en que consideremos un rozamiento real, que disipa energía, la teoría sólo se aplica para los casos extremos en los que el coeficiente de rozamiento es 0 ó ∞ (en este último caso llegamos a los mismos resultados que Kooharian/Heyman).

Si el rozamiento es disipativo el teorema anterior se modifica de la siguiente manera:

Un arco es ciertamente estable si existe al menos una línea de empujes contenida por completo dentro de la fábrica cuyas tangentes en cada junta están dentro del cono de rozamiento, y si no existe ninguna línea de empujes dentro del arco que viola esta condición de rozamiento.

La posibilidad de encontrar una línea de empujes que incumpla la condición de estabilidad al rozamiento solamente se da, según Parland, en los arcos de gran canto. Esta posibilidad se elimina reduciendo el espesor del arco, lo que se traduce no solamente en ahorro de material en el propio arco sino también en los contrafuertes, puesto que cuanto menos pesa el arco menor es el empuje.

Parland no hace ninguna proposición en cuanto a cuando un arco es 'ciertamente inestable', lo que correspondería al segundo teorema del análisis a rotura de Kooharian/Heyman.

Parece probable que la misma formulación sea válida, es decir, *un arco sería ciertamente inestable si podemos encontrar una configuración de colapso cinemáticamente admisible*. La diferencia consistiría en que la 'configuración de colapso' podría obtenerse no solamente mediante rótulas sino también por deslizamiento de unos sólidos respecto a los otros, o por una combinación de ambos mecanismos.

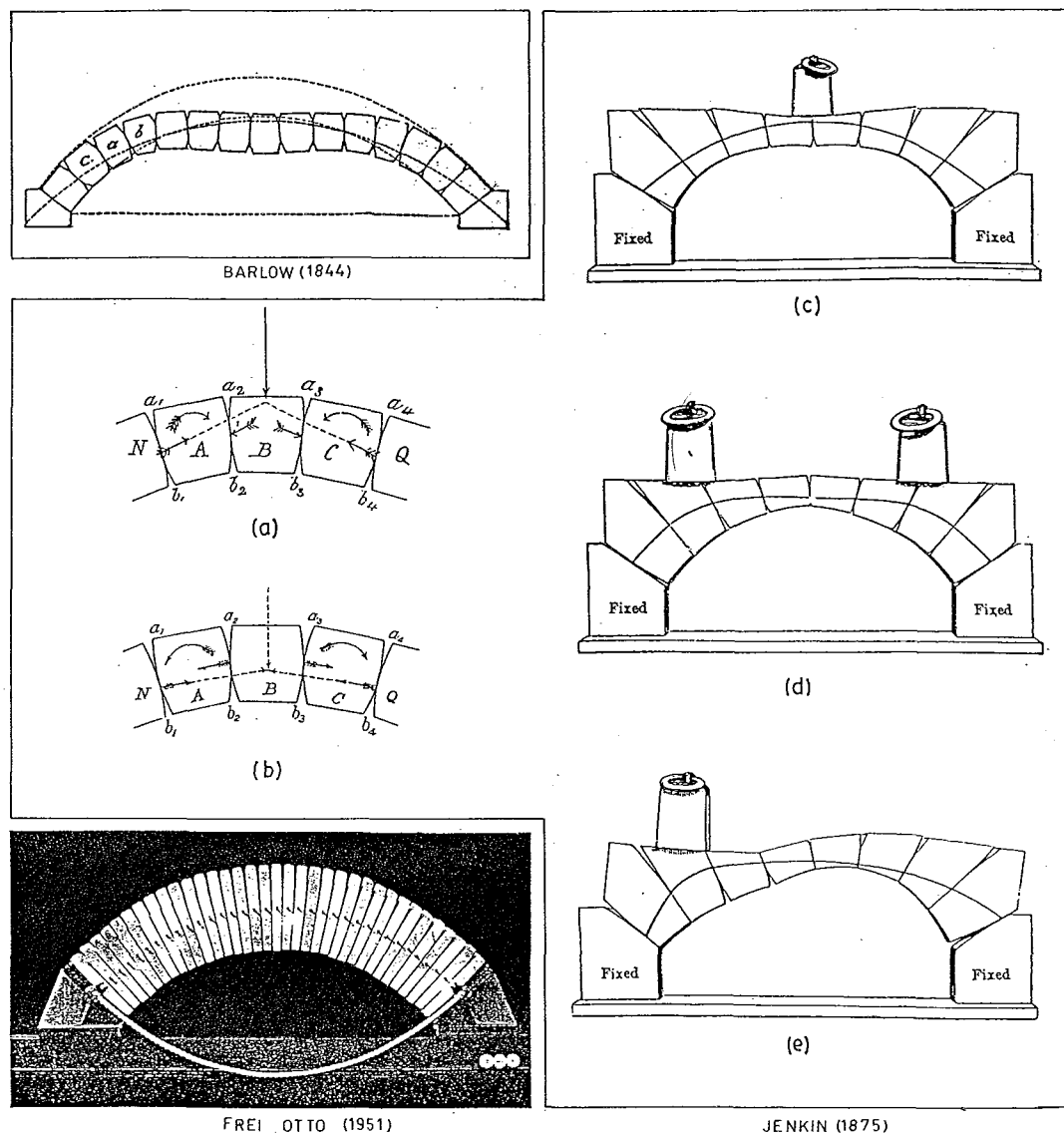


Figura 4.4. Demostración experimental del primer teorema. El primer teorema fundamental del análisis a rotura no fue demostrado rigurosamente hasta este siglo. Sin embargo, ya fue intuitivo en el pasado. Barlow¹⁷ ya en 1844 propuso el experimento para demostrar que un arco era estable si existía una posibilidad de equilibrio. Jenkin¹⁸ en 1875 diseñó la serie de ensayos de la figura para probar la misma afirmación. El modelo de Frei Otto¹⁹, 'inventado' en 1951, es otro ejemplo más del proceso de redescubrimiento de la teoría de los arcos de fábrica.

17. Op. cit. más arriba.

18. H. C. F. Jenkin, "Bridges." *Encyclopaedia Britannica*, 9th edition, Edinburgh: Adam and Charles Black, 1875-1888. Vol. 2, pp. 284-341.

19. F. Otto, "Der Bogen." *Arcus*, nº 2, nº 3, nº 4, 1983. pp. 71-81, 119-127, 199-207.

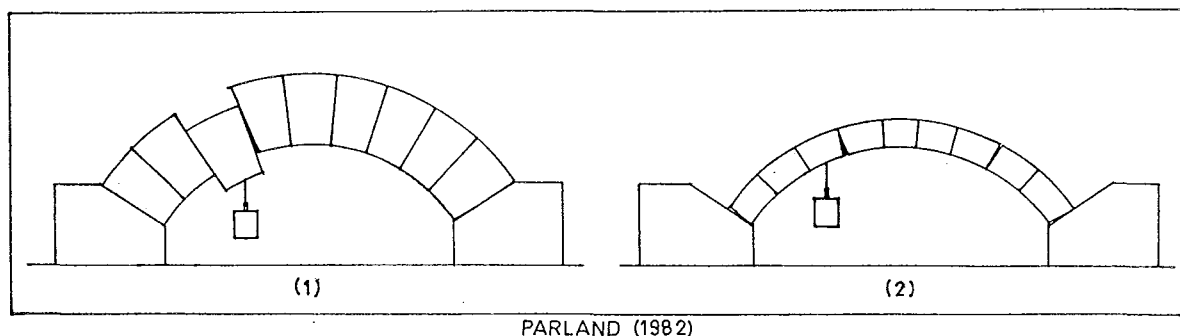


Figura 4.5. Colapso por deslizamiento. Ensayo de Parland. Los dibujos están basados en los ensayos sobre modelos realizados por Parland para demostrar la posibilidad de colapso por deslizamiento para arcos de gran canto con una carga puntual (1). El fallo puede evitarse reduciendo el canto del arco (2). Parland no da detalles sobre el material de que está hecho el modelo y sobre su ángulo de rozamiento. No parece probable que este tipo de colapso pueda darse con materiales como la piedra o el ladrillo con un ángulo de rozamiento mayor de $\pi/4$.

4.4 Colapso de arcos. Rótulas plásticas. Ensayos sobre modelos

Si un arco está en equilibrio es porque contiene al menos una de las líneas de empujes compatibles con su geometría y con sus cargas. En un arco con una relación canto/ancho 'holgada' podemos dibujar infinitas líneas de empujes que estén contenidas dentro de las líneas de extradós e intradós. Si disminuimos el canto del arco o aumentamos las cargas la línea de empujes modifica su forma, se reduce el intervalo de curvas posibles dentro del arco y éstas empiezan a acercarse a las líneas de contorno.

En general, dado un arco y planteando las ecuaciones de su línea de empujes podemos llegar a deducir mediante tanteos sucesivos su forma de colapso. Sin embargo, dada la laboriosidad de este procedimiento matemático es preferible emplear métodos gráficos o, mejor aún, trabajar con modelos a pequeña escala. De hecho, si estudiamos la historia de la evolución del cálculo de arcos a rotura veremos que los ensayos sobre modelos jugaron un papel crucial en la selección de las hipótesis para la modelización matemática

correcta del problema y en la formulación del concepto de línea de empujes²⁰.

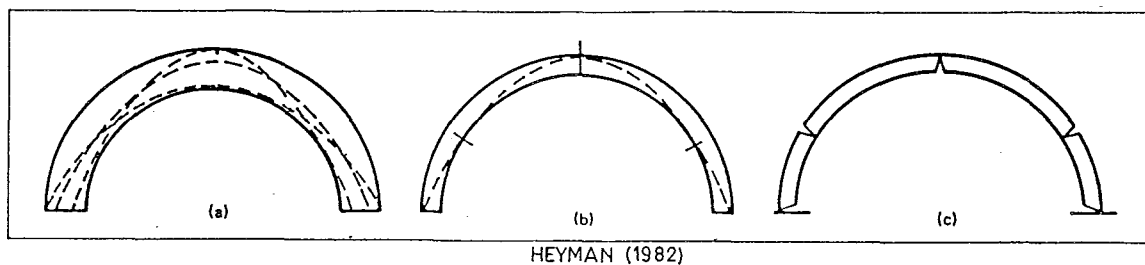
4.4.1 Colapso por formación de rótulas (Heyman/Kooharian)

Consideremos un arco cualquiera sometido a su propio peso y supongamos que reducimos progresivamente su canto. A medida que las líneas de empujes se acercan a sus bordes las tensiones tienden a concentrarse en un área cada vez más pequeña que no presenta rigidez al giro, es decir, se forma una rótula.

Esto sin embargo no implica necesariamente que el arco colapse, simplemente sabemos que la línea de empujes pasa, necesariamente, por ese punto. Al seguir aumentando las cargas o disminuyendo la sección, la línea de empujes se aproximará en otro lugar a las líneas de intradós o extradós y se formará otra rótula, cuando su número alcance cuatro el arco se convertirá en un mecanismo y colapsará.

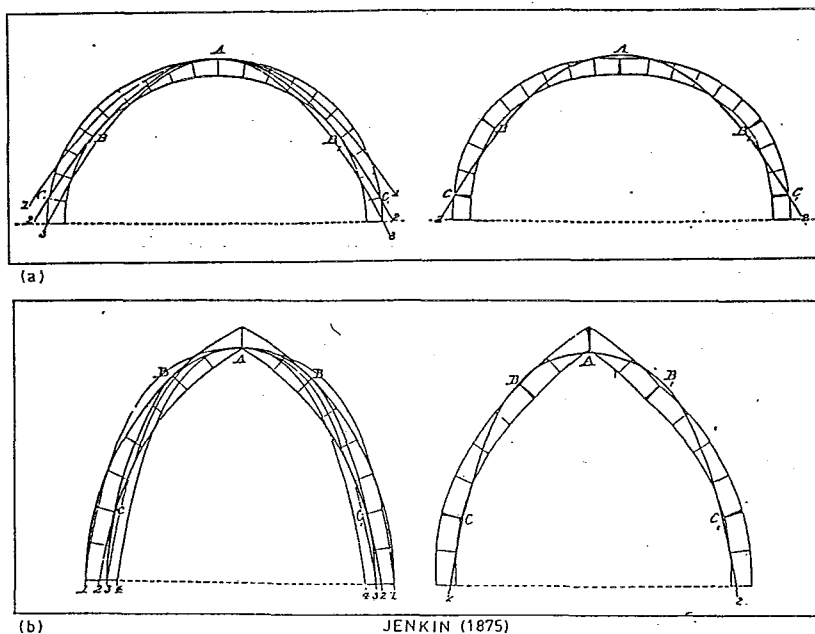
Este mecanismo de colapso sólo admite dos variaciones: vuelco de los riñones y levantamiento de la clave. En la Figura 4.7. aparecen los dos modos básicos de colapso: por hundimiento o por levantamiento de la clave. Aparecen dibujadas también otras posibles líneas de empujes.

20. Los primeros ensayos sobre arcos de los que se tiene constancia escrita fueron realizados por Leonardo que ya descubrió el mecanismo correcto de las cuatro barras, véase su "Tratado de Estática y de Mecánica" Biblioteca Nacional, Madrid, Mss. 3076, folios 139-40. La siguiente referencia aparece en el libro de Gautier *Dissertation sur l'épaisseur des culées des ponts...* (Paris: 1717), págs. 372-375, que dedujo de sus ensayos, mal planteados, una fórmula geométrica análoga (aunque peor) a la de Derand/Blondel. De La Hire formuló en 1712, "Sur la construction des voûtes...", *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1712: 69-78, la primera hipótesis de colapso basada en el mecanismo, erróneo, de la cuña. Couplet en su "Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes" *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1730: 117-141, fue el primero en suponer la imposibilidad de deslizamiento entre las dovelas y en emplear, por tanto, el mecanismo de colapso de las cuatro barras. Los primeros ensayos sistemáticos que pusieron de manifiesto la bondad de esta hipótesis los realizó Danizy, "Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes" *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier*, 2, 1732: 40-. Estos ensayos, sin duda, eran conocidos por Coulomb (que alude a ensayos sin citar procedencia) cuando escribió el capítulo de arcos en su famosa memoria de 1773. Por último, Boistard *Recueil de divers expériences...* (Paris: 1802), realizó los ensayos 'definitivos' sobre modelos ya de escala considerable (luz de 2.6 m) que establecieron la hipótesis del mecanismo de cuatro barras en toda la literatura posterior sobre análisis de arcos y bóvedas.



HEYMAN (1982)

Figura 4.6. Proporciones de colapso de un arco. (a) Un arco de suficiente canto sometido a su propio peso puede contener una familia de infinitas líneas de empujes. A cada una de ellas corresponde un valor del empuje, que está, por tanto, acotado entre dos valores, uno máximo y otro mínimo. (b) A medida que reducimos el canto del arco se reduce el campo de variación de las líneas de empujes. Cuando alcanza una determinada proporción límite solo hay una línea de empujes que puede estar contenida en el arco. (c) En este momento dicha línea es tangente en al menos cuatro puntos (pueden ser más en configuraciones simétricas) a las curvas de intradós y extradós. En estos puntos se forman rótulas; el arco se convierte en un mecanismo de barras en equilibrio inestable y colapsa.

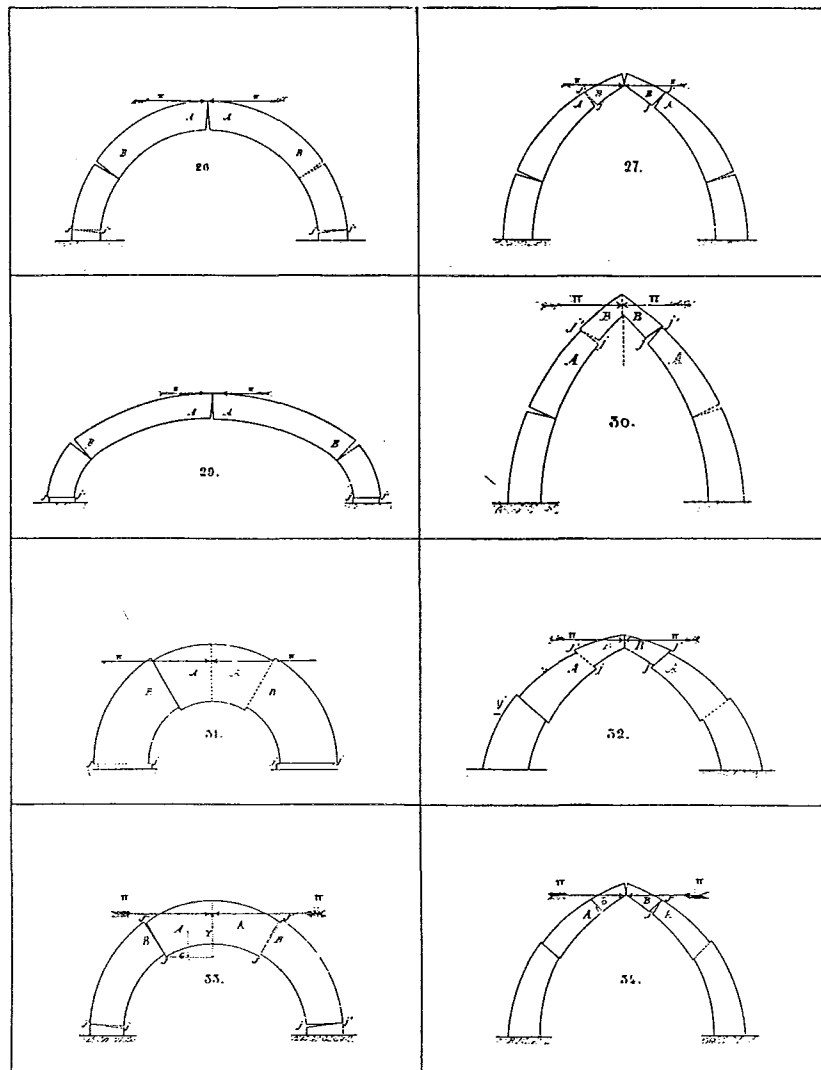


JENKIN (1875)

Figura 4.7. Formas de colapso de arcos. Existen dos formas fundamentales: (a) Descenso de la clave. Las rótulas se forman en el extradós en la clave y en la base, y en el intradós en los riñones. La posición de las dos primeras es bastante fija; la tercera se sitúa, dependiendo de las cargas, en un sector entre los 30° y los 55° a partir de la horizontal. En esta disposición, las dos piezas superiores empujan a las inferiores: la clave desciende y los riñones giran alrededor de las aristas exteriores. Este modo de colapso se presenta en la práctica totalidad de los arcos de medio punto, rebajados y adintelados. Se puede incrementar la estabilidad cargando los riñones. (b) Levantamiento de la clave. La posición de las rótulas es la inversa: en la clave en el intradós; en los riñones en el extradós y en la base en el intradós. Las partes inferiores empujan a las superiores: la clave sube y los riñones giran sobre las aristas interiores. Este modo de colapso es típico de los arcos apuntados. La estabilidad se aumenta cargando la clave.

4.4.2 Formas generales de colapso (Parland)

En el apartado anterior hemos visto el proceso de colapso según el mecanismo de las rótulas. Si admitimos con Parland la posibilidad de deslizamiento los modos de colapso pasan de ser dos a ocho. En la Figura 4.8. se han representado, a modo de curiosidad, estos ocho modos de colapso posibles; los dos primeros corresponden a la teoría de Kooharian/Heyman.



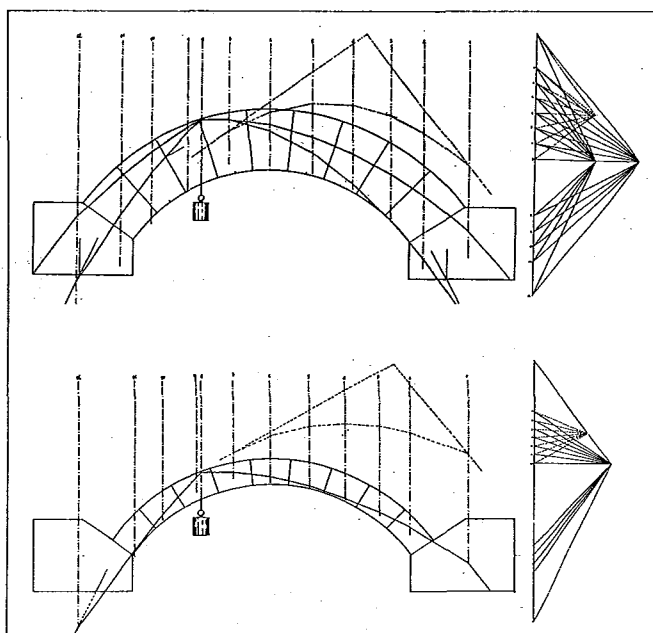
MICHON/SAAVEDRA (1960)

Figura 4.8. Modos generales de colapso. El empuje horizontal de una bóveda proviene siempre del peso de un segmento, comprendido entre la junta de rotura y el vértice, que tiende a caer hacia el interior de la bóveda (o a ser levantado hacia el exterior), sea por rotación o por traslación/deslizamiento. Para cada una de las dos maneras de empuje hay cuatro modos de resistencia, y por consiguiente, ocho modos de rotura para una bóveda cualquiera con estribos o sin ellos.

4.4.3 Conclusiones: crítica de la teoría de Parland y elección de la teoría de Kooharian/Heyman

Según la teoría de Parland para verificar la estabilidad de una bóveda tenemos que comprobar los ocho modos posibles de rotura. Esto sin embargo sería una pérdida inútil de tiempo dado que en la práctica (juntas normales al intradós, arcos delgados) el colapso se produce en casi la totalidad de los casos por formación de rótulas, como demostraron, como ya hemos visto, ya los ensayos de Danizy, Boistard, Gauthey, Rondelet, Dejardin, etc.

Por otro lado el buscar configuraciones de colapso según esta teoría lleva a resultados que contradicen la práctica constructiva: en efecto, para conseguir el colapso por deslizamiento tenemos que hacer que en uno o varios puntos la línea de empujes forme con las superficies de junta un ángulo menor del de rozamiento. Dado que este ángulo oscila entre los 30° y los 40° la única forma de conseguirlo es aumentar progresivamente el canto, aplicando al mismo tiempo fuertes cargas puntuales, o producir los cortes de una manera antinatural, buscando intencionadamente el fallo.



Para verificar la anterior afirmación, hemos repetido gráficamente el ensayo de Parland, véase Figura 4.9. Como puede verse, las posibles líneas de empujes más desfavorables cortan a las uniones de las dovelas, y a la base de los contrafuertes con ángulos que ni siquiera se acercan al ángulo de rozamiento de las fábricas.

Figura 4.9. Verificación del ensayo de Parland

Frecuentemente se atribuyen los desplomes en las claves de los arcos adintelados a este mecanismo de colapso. Hemos explorado también esta posibilidad en la Figura 4.10., con el mismo resultado que antes. De hecho este tipo de fenómenos hay que atribuirlos a defectos de ejecución o a movimientos en los muros, debidos, por ejemplo a la acción de terremotos. La manera de prevenirlos es, en las zonas sísmicas realizar las dovelas de estos arcos con indentados, como ha puesto de manifiesto con gran claridad Cejka²¹ (Figura 4.11.).

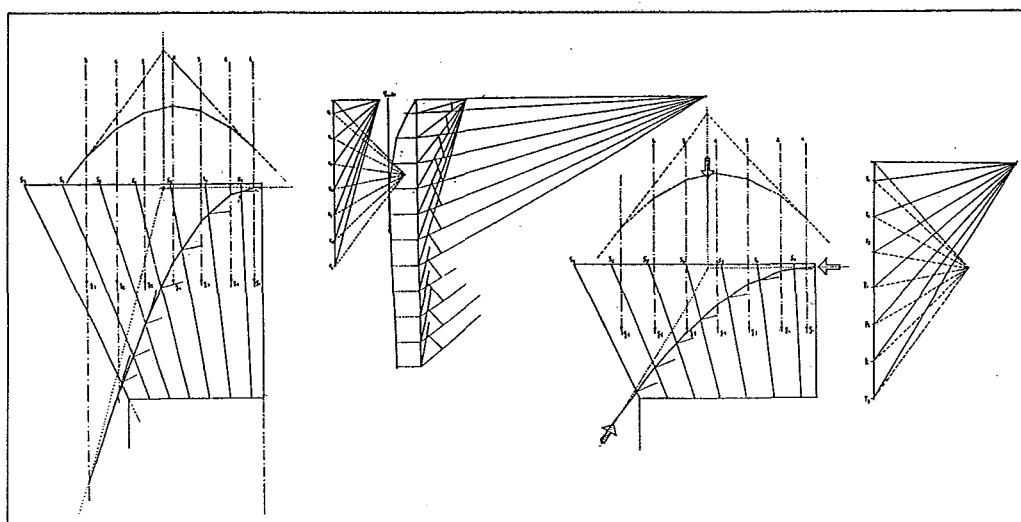
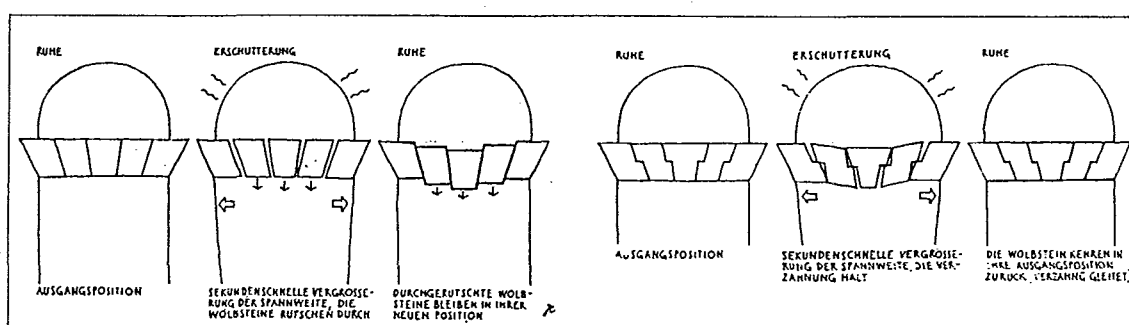


Figura 4.10. Líneas de empuje en arcos adintelados



CEJKA (1978)

Figura 4.11. Terremotos y arcos adintelados: efecto y solución según Cejka

21. J. Cejka, *Tonnengewölbe und Bogen islamischer Architektur. Wölbungstechnik und Form*. Dissertation: München. Techn. Univ. Fachbereich Architektur, 1978. Véase el capítulo 5, "Verzahnte Wölbsteine".

4.4.3.a Los contrafuertes

Los contrafuertes constituyen prácticamente el único caso que se presenta habitualmente en el que es posible el colapso por deslizamiento. El empleo de las líneas de empujes debe hacerse con cuidado, dado que la elección del sistema de planos de corte influye sensiblemente en la forma de las líneas de empujes e inclinaciones. En este caso debe elegirse como familia de planos de corte la real, normalmente formada por planos horizontales paralelos.

Para el caso de un empuje horizontal (véase Figura 4.12. (a)), la línea de empujes se convierte en una línea recta vertical. Las inclinaciones se obtienen a partir del polígono de fuerzas. Como puede verse, la inclinación del empuje en la primera unión empezando por arriba se aproxima peligrosamente al ángulo de rozamiento.

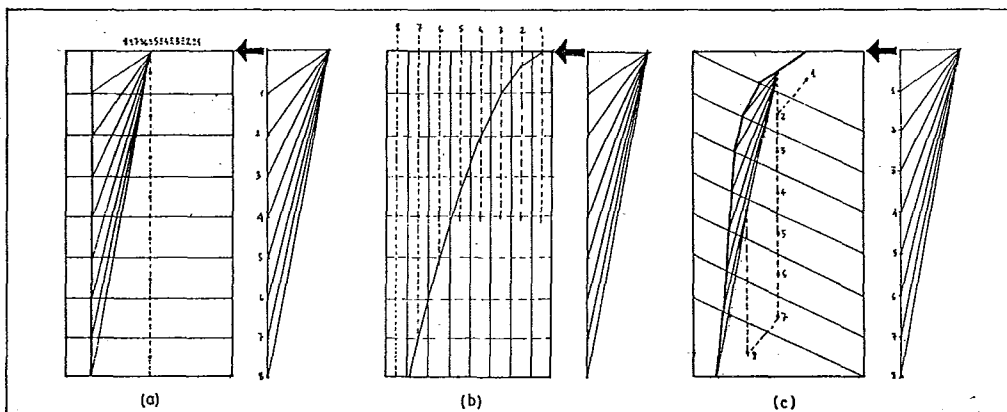


Figura 4.12. Contrafuerte con empuje horizontal: empujes e inclinaciones

En la Figura 4.12. (b) se ha estudiado la línea de empujes suponiendo un sistema de planos de corte verticales. El corte de la línea de empujes e inclinaciones (en el caso de planos y fuerzas verticales coinciden) con esta primera sección se produce con un ángulo superior a 45° , confortablemente por encima del límite. ¡Sin embargo, los empujes e inclinaciones reales son los de la figura (a)! Así, pues, para evitar sorpresas desagradables conviene, al

estudiar los contrafuertes, estudiar la línea de empujes teniendo en cuenta el despiece de la sillería.

Para obviar este problema existen dos caminos. El primero consiste en variar adecuadamente el sistema de planos de corte, y aparece representado en la Figura 4.12. (c). Obsérvese la modificación en la forma de la línea de empujes. Las inclinaciones no varían en forma absoluta (están representadas por el mismo polígono de fuerzas), pero sí en relación con los planos de corte, donde forman ya ángulos seguros en relación con el posible deslizamiento. Esta solución se ha empleado con frecuencia en los contrafuertes de los puentes de arcos muy rebajados.

El segundo método consiste en cargar el contrafuerte, para conseguir que los empujes se aproximen más a la vertical. Este es el procedimiento habitual seguido en la arquitectura tradicional, y constituye la base racional para el empleo de los pináculos en los arbotantes (véase Figura 4.13). El pináculo mejora algo la estabilidad del contrafuerte, pero, sobre todo, hace que las inclinaciones de los empujes tengan una pendiente considerablemente mayor.

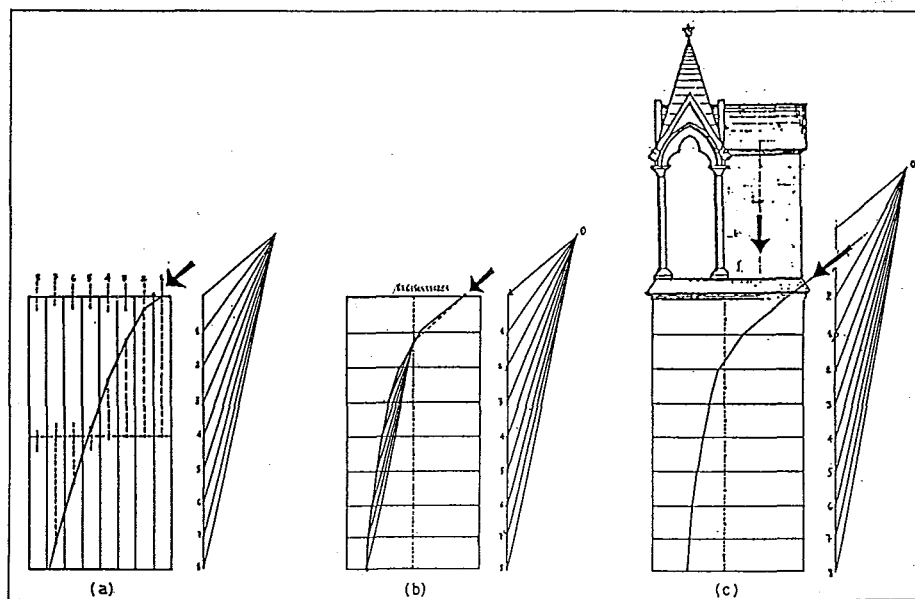


Figura 4.13. Contrafuerte con empuje inclinado: empleo de pináculos

4.4.3.a Conclusión

Por lo dicho anteriormente, en lo sucesivo solamente consideraremos la posibilidad de colapso por formación de un mecanismo a base de rótulas (teoría de Kooharian/Heyman), para el caso de los arcos y bóvedas normales. En el estudio de los contrafuertes (o de casos especiales, como arcos de gran canto con fuertes cargas puntuales) se deberá contemplar la posibilidad de colapso por deslizamiento.

4.5 Aplicación del primer Teorema: comprobaciones de estabilidad

El primer teorema fundamental del análisis a rotura nos permite conocer si un arco es estable: basta con encontrar al menos una línea de empujes compatible con las cargas que esté contenida entre las superficies de intradós y extradós. Es de particular interés para nosotros, ya que el presente estudio sobre el análisis de las estructuras de fábrica se dirige en último término a la verificación o comprobación de las reglas empíricas tradicionales de dimensionamiento de arcos, bóvedas y contrafuertes.

El procedimiento analítico consistiría en establecer la ecuación general de la línea de empujes y, por tanteo, encontrar una de estas línea de empujes que partiendo de algún punto de la clave alcance la base del arco sin cortar las líneas de intradós y extradós. Para ello podríamos realizar, por ejemplo, un programa de ordenador que comprobara todas las líneas posibles y que nos dijera si existe alguna que cumpla esta condición. Este proceso es largo y, en general, de alta complicación matemática, dadas todas las variables que intervienen.

Es posible realizar una comprobación mucho más rápida utilizando métodos gráficos o modelos. Los métodos gráficos se basan generalmente en las propiedades de los polígonos funiculares y en los modelos se suelen emplear

catenarias. El procedimiento consiste en descomponer el sistema de cargas, en general continuo, en un sistema de cargas puntuales equivalente. Para ello hemos de hacer hipótesis sobre el sistema de planos de división y sobre la forma de acción del relleno si lo hubiera. A continuación discutiremos ambos aspectos que son fundamentales para saber si las simplificaciones del modelo van a favor o en contra de la seguridad, en el caso de los arcos.

4.5.1 Planos de corte verticales

Como hemos visto en el capítulo anterior en la hipótesis de cargas verticales y familias de planos de corte verticales, la línea de empujes se confunde con la de inclinaciones y coincide, además, con el antifunicular o catenaria invertida de las cargas.

La hipótesis de planos de corte verticales va a favor o en contra de la seguridad según el modo de colapso del arco: según que este se produzca por vuelco de los riñones o levantamiento de la clave. En la hipótesis de arcos 'delgados' puede verse que esto no es de gran importancia.

Puede conseguirse una mayor 'precisión' en el método si al establecer el sistema de cargas puntuales equivalente tenemos en cuenta la descomposición del arco en dovelas. Si hay relleno a cada dovela se le asigna la parte de carga vertical que 'entra' dentro de su extradós. En este caso la línea de empujes se aproxima más a la real pero no llega a coincidir; para ello las dovelas tendrían que estar cortadas de manera que su centro de gravedad estuviera contenido en la línea media del arco.

4.5.2 Forma de acción del relleno

Otro aspecto fundamental a considerar es el de la acción del relleno sobre el arco o bóveda en cuestión. Si bien en la gran mayoría de los casos el

suponer la acción vertical es más que suficiente, en casos especiales va en contra de la seguridad y permite explicar algunos colapsos ocurridos en estructuras.

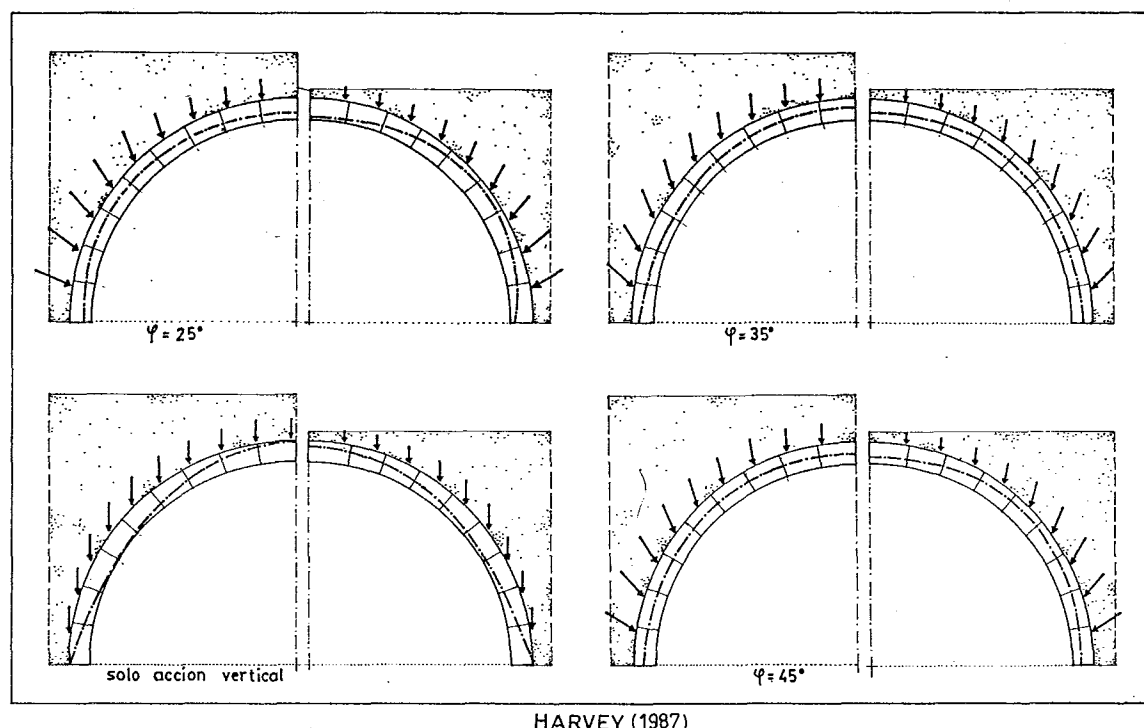
4.5.2.a Distintas hipótesis

Acción vertical: Se supone que la acción del relleno se ejerce verticalmente sobre la parte de extradós situada inmediatamente debajo. Esto parece evidente en las zonas de poca inclinación, pero superado el ángulo de rozamiento entre el relleno y la piedra no parece una hipótesis muy plausible.

Acción hidrostática: Otra hipótesis que se ha considerado ha sido la de asimilar el relleno a un líquido que tiene la misma forma y densidad que la fábrica que está sobre los riñones. En esta hipótesis la acción del relleno se traduce en una presión que es, en cada punto, normal a la superficie del extradós y cuya magnitud es igual a la que se produciría en la base de una columna de material de altura igual a la distancia vertical entre dicho punto y el plano superior que delimita el relleno. El primero en plantear esta hipótesis fue Bossut en el siglo XVIII, y, posteriormente, los estudios de Yvon Villarceau y Saint Guilhem²² en el siglo pasado partían también de esta suposición.

Acción geostática de Rankine: En este caso se tiene en cuenta el empuje del terreno y la variación de éste con la profundidad y la inclinación de la curva de extradós.

22. Véase A. Yvon Villarceau "Sur l'établissement des arches de pont envisagé au point de vue de la plus grande stabilité." *Institut de France, Académie des Sciences, Mémoires présentées par divers savants*, 12, 1854, pp. 503- ; y P. Saint-Guilhem "Sur l'établissement des arches de pont assujetties aux conditions du maximum de stabilité" *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 17, pp. 83-106.



HARVEY (1987)

Figura 4.14. Influencia de la acción del relleno en la estabilidad

El desarrollo teórico más completo y general hasta la fecha sobre la influencia de la acción del terreno sobre la estabilidad de los arcos corresponde a Rankine. En su 'Manual of Applied Mechanics' y, más tarde, en su 'Manual of Civil Engineering', Rankine realiza una discusión completa del problema con relación a la forma de las líneas de empujes de los arcos. El punto de partida de su trabajo es el estudio de los 'arcos hidrostáticos', que corresponderían al grupo anterior, a partir de los cuales y mediante transformaciones geométricas deduce la forma de las líneas de empujes para los 'arcos geostáticos', aquellos en los que la presión sobre el extradós es la del terreno. La teoría de Rankine, como en muchos casos en relación con su obra, no tuvo apenas influencia posterior. Únicamente, existe un trabajo muy reciente en el que se

han aplicado los conceptos de empuje pasivo y activo del suelo de Rankine²³, aunque en el desarrollo no se han tenido en cuenta los trabajos anteriores del propio Rankine.

4.5.2.b Discusión sobre las distintas hipótesis

La mayor o menor seguridad depende, como en el caso anterior, de la forma de colapso del arco:

Vuelco de los riñones: El comportamiento del suelo produciendo empujes no verticales tiende a asegurar la estructura en el caso de colapso por vuelco de los riñones, por lo que en estos casos la hipótesis de acción vertical va a favor de seguridad.

Levantamiento de la clave: En el caso de colapso por levantamiento de la clave, sin embargo, los empujes horizontales tienden a levantar más la posición de la línea de empujes en la clave y su efecto es, por tanto, desfavorable.

En conclusión, la hipótesis de acción vertical va a favor de seguridad en la gran mayoría de casos prácticos y su validez ha quedado demostrada en la práctica por su continua aplicación a lo largo del siglo pasado y comienzos de éste. Sin embargo, en casos especiales donde se prevea el colapso por levantamiento de la clave, por ejemplo en suelos anegados y arcos apuntados o muy rebajados, será preciso considerar la hipótesis de Rankine sobre la acción del relleno.

23. W. J. Harvey y F. W. Smith "Semicircular arches" *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, **83**, pp. 845-849.

4.5.3 Métodos gráficos

Los métodos gráficos permiten obtener con facilidad líneas posibles de empujes a partir de los sistemas de cargas que se deducen de las hipótesis preliminares (planos de corte, actuación del relleno), y son, por tanto, especialmente adecuados a los trabajos de verificación de estabilidad de arcos o bóvedas existentes.

El primer método gráfico fue propuesto por Méry en su memoria sobre líneas de empujes; por su claridad y sencillez es, probablemente el que ha gozado de mayor difusión. No es un método puramente geométrico pues los sistemas de cargas se calculan aritméticamente. Poncelet desarrolló un método puramente geométrico de un alto nivel de generalidad, que, quizá debido a su complicación, no gozó de tanta difusión como el de Méry. Por último es preciso citar el método propuesto por Fuller que permite comprobar todos las posibles líneas de empujes para un arco dado. A continuación veremos los métodos de Méry y Fuller, con vistas a su posterior aplicación en la verificación de las reglas empíricas.

4.5.3.a Método de Méry

Méry, como hemos visto, fue simultáneamente con Moseley quien definió por primera vez el concepto de línea de empujes. Moseley dió al tema un tratamiento altamente matemático; por el contrario Méry aportó un procedimiento geométrico de extraordinaria sencillez, que fue adoptado inmediatamente. El método originario de Méry no utilizaba el polígono funicular, pero los desarrollos posteriores incorporaron rápidamente este concepto, siendo de destacar la obra de Cullmann.

El método consiste en esencia en lo siguiente. Sabemos que para los arcos el antifunicular de las cargas se aproxima con precisión suficiente a

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

la línea de empujes correspondiente; por otro lado, según el primer teorema fundamental del análisis a rotura, si existe una línea de empujes (i.e. polígono funicular) contenida dentro del arco éste es estable. Se trata, pues, de averiguar de forma gráfica si esto es posible. Dado un sistema de cargas existen infinitas soluciones posibles de equilibrio, infinitos polígonos funiculares. El sistema queda determinado fijando tres puntos de paso del polígono (dos en los casos de simetría).

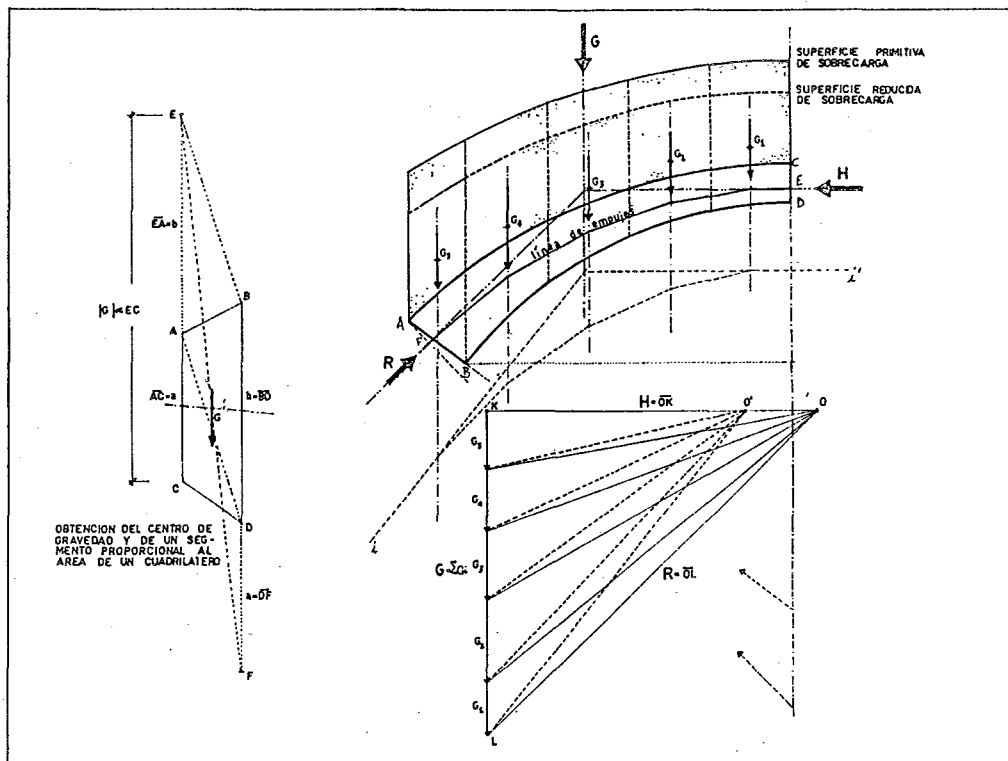
El procedimiento aparece descrito en detalle en cualquier manual de estática gráfica²⁴, pero lo resumiremos brevemente para el caso de una bóveda de cañón simétrica sometida a su propio peso y un relleno sobre su extradós. Sea esta bóveda la ABCD de la Figura. 4.15. (a). Queremos saber si es estable. Por simetría trabajaremos sobre la mitad de la bóveda. En primer lugar la dividiremos en un cierto número de partes iguales, cinco por ejemplo.

A cada uno de estas partes corresponde una porción de relleno en vertical. Hallamos la resultante, para cada elemento, de la parte de bóveda y de relleno.

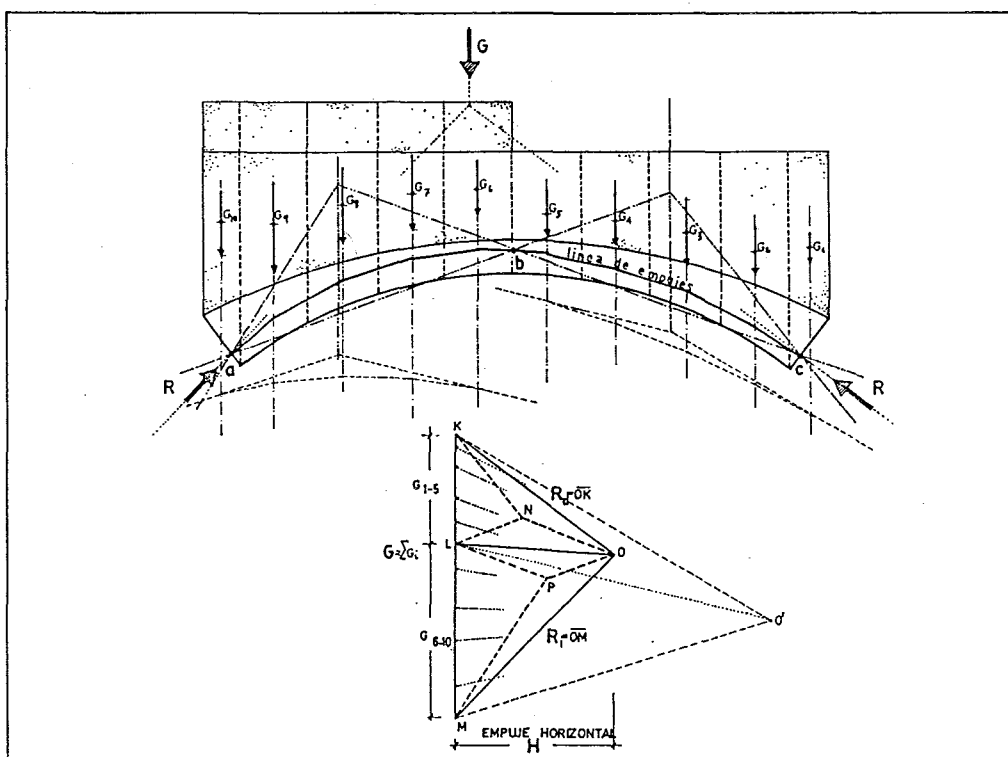
De esta forma obtendremos un sistema de fuerzas G_1, G_2, \dots, G_5 . Después hallamos la resultante de estas fuerzas, G , mediante el polígono funicular auxiliar $i-i'$.

Fijaremos ahora los puntos de paso de la resultante. Dado que este tipo de bóvedas rebajadas con carga en los riñones tienden a colapsar por levantamiento de la clave, podemos imaginar que la línea de empujes se acercará al intradós en la clave y al extradós en los arranques. Fijamos, pues, los puntos de paso E y F. Trazamos una paralela n por E en la clave y, donde corta a G , unimos este punto con el punto de paso F en los arranques.

24. Para un excelente resumen de los métodos gráficos de análisis de bóvedas, véase: A. Föppl, *Die graphische Lösung technischer Aufgaben*, Leipzig: 1893, en particular el Cap. 8 "Die graphische Berechnung der Gewölbe.", págs. 62-75.



(a) BOVEDA SIMETRICA



(b) BOVEDA ASIMETRICA

Figura 4.15. Método de Méry: bóveda simétrica y asimétrica.

Esta operación nos define por completo la dirección del empuje horizontal y de la reacción en la base y, por tanto, del polígono funicular. Podemos ahora dibujar la línea de empujes y comprobar, que en este caso no sólo el arco es estable, sino que la línea de empujes está contenida en todos sus puntos dentro del núcleo central de inercia de las secciones.

En el caso de carga asimétrica, representado en la Figura 4.15. (b), el proceso se complica un poco más y, en ocasiones, es necesario realizar dos o tres tanteos. El procedimiento es análogo y no precisa de más explicación²⁵.

4.5.3.b Método de Fuller/Heyman

El método de Méry permite encontrar con relativa facilidad situaciones de equilibrio para un arco o bóveda. Sin embargo, no da una idea del grado de estabilidad general; es decir, si el canto es excesivo, etc..., y hay que repetir el proceso completo para encontrar nuevas líneas de empujes. Además, tampoco sugiere mecanismos para dar una mayor estabilidad a una bóveda dada. El método de Fuller/Heyman da información sobre ambos aspectos, sin embargo, su comprensión no es tan inmediata como en el caso anterior.

El procedimiento se basa en la degeneración de los posibles funiculares en rectas. La primera contribución en este sentido, y en la cual se basó Fuller, apareció publicada por un autor anónimo en 1861²⁶. Fuller generalizó el método y lo aplicó en su memoria de 1875 al trazado de la línea de empujes,

25. Véase, por ejemplo, un buen resumen en: J. M. Delbecq, J.M. *Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture*. Thèse: Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1983, ágs. 78-85. así como la obra de Föppl citada anteriormente.

26. "The Statics of Bridges." *The Civil Engineer and Architect's Journal*, Vol. 24, 1861, pp. 1-2, 60-65, 163-66, 223-26, 317-20 y 347-49.

una vez fijado sus puntos de paso por la teoría de la elasticidad²⁷. Finalmente el método ha sido adaptado al análisis a rotura de arcos de fábrica por Heyman²⁸.

Para una discusión completa nos remitimos a la bibliografía citada. No obstante daremos una descripción sucinta del método. Consideremos un arco, véase Figura 4.16. (a), y una de las posibles líneas de empuje correspondiente a una determinada posición del polo del polígono funicular. No es necesario que la línea sea una línea determinada, y podemos mover la posición del polo para buscar otras posibles.

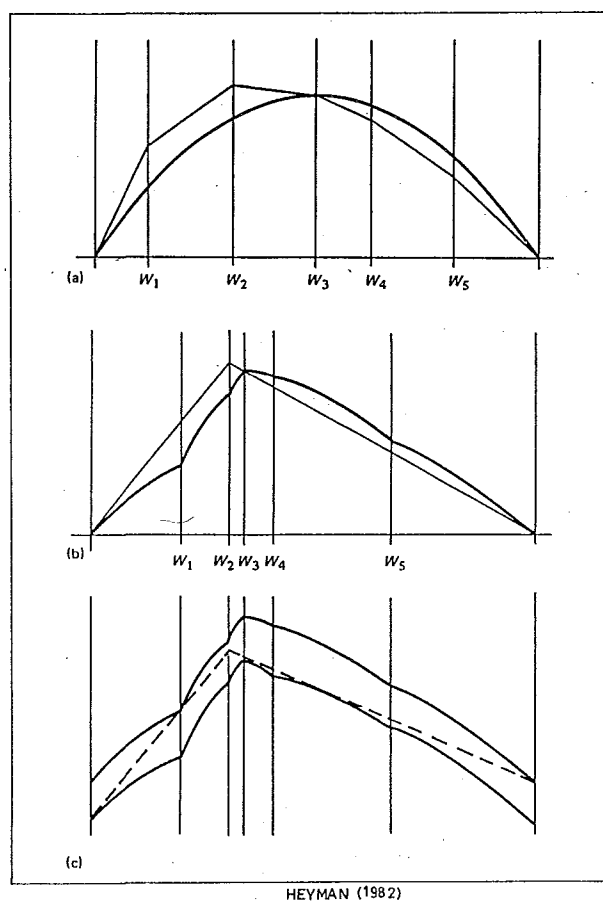
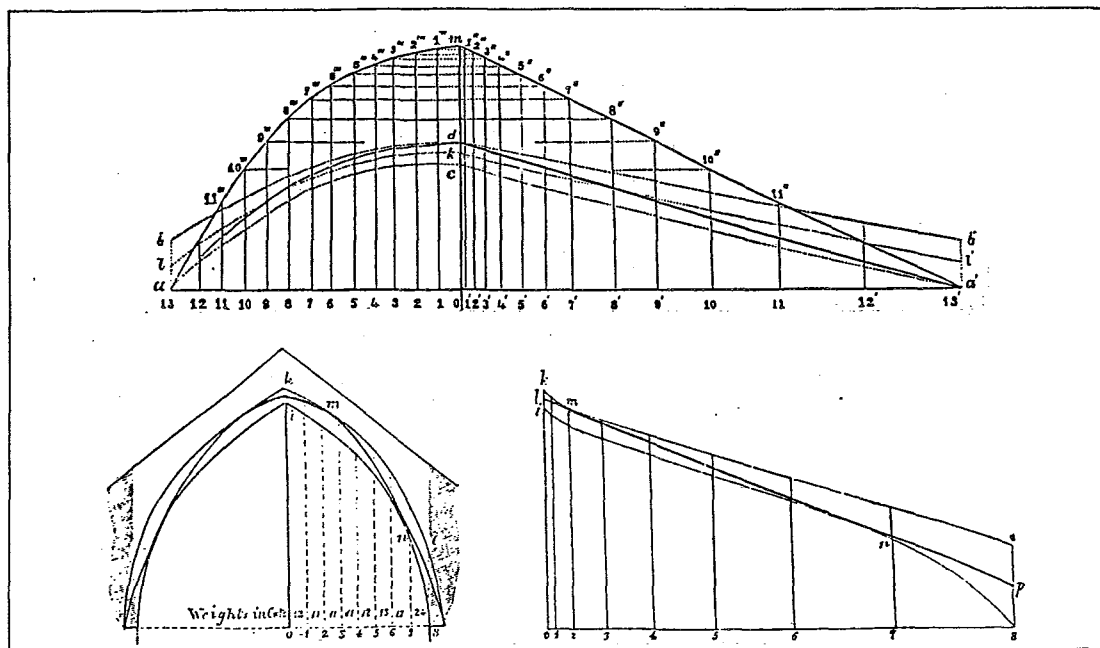


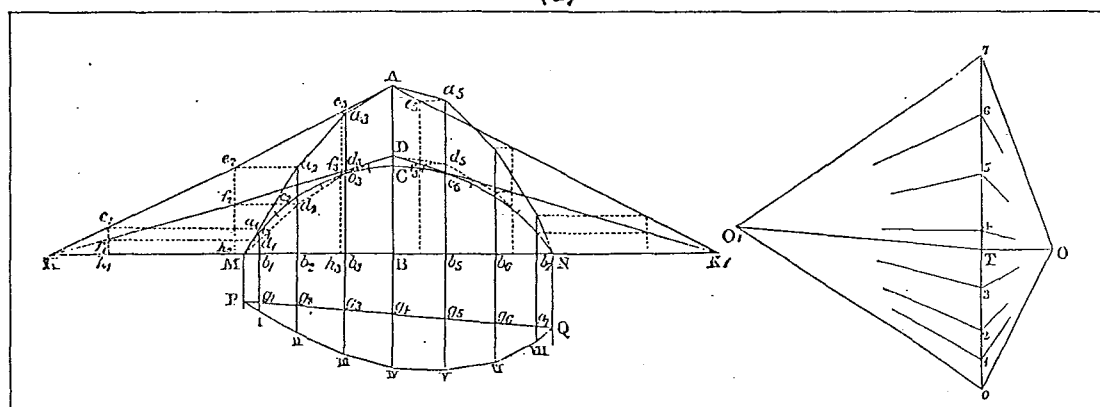
Figura 4.16. Degeneración de un polígono funicular.

27. G. Fuller "Curve of Equilibrium for a Rigid Arch under Vertical Forces." *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers* Vol. 40, 1875. pp. 143-149. El artículo determina el punto de paso de la línea de empujes en base a la teoría desarrollada por W. Bell "Stresses in Rigid Arches." *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 33, 1868, 78, 80.

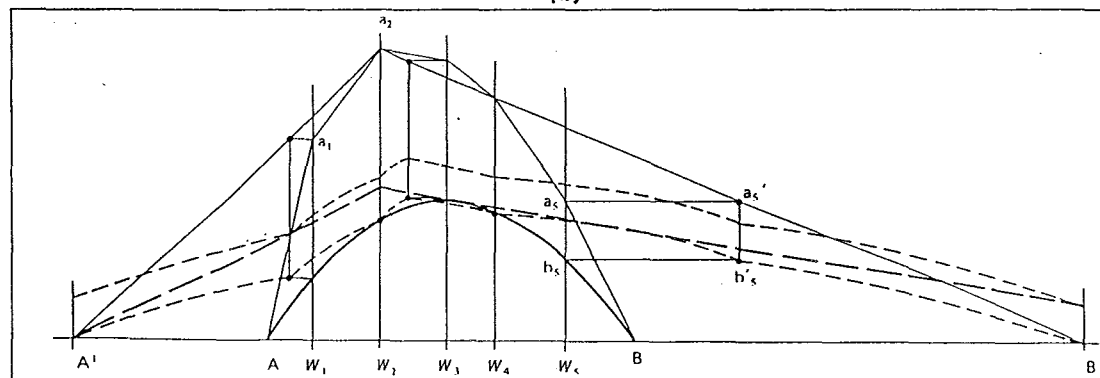
28. Véase: J. Heyman, *The Masonry Arch*, Chichester: Ellis Horwood, 1982, pp. 25-27. En la discusión que sigue hemos adoptado, con algunas modificaciones, el enfoque de Heyman.



(a) 1861



(b) FULLER 1875



(c) HEYMAN 1982

Figura 4.17. Método de Fuller/Heyman: evolución histórica.

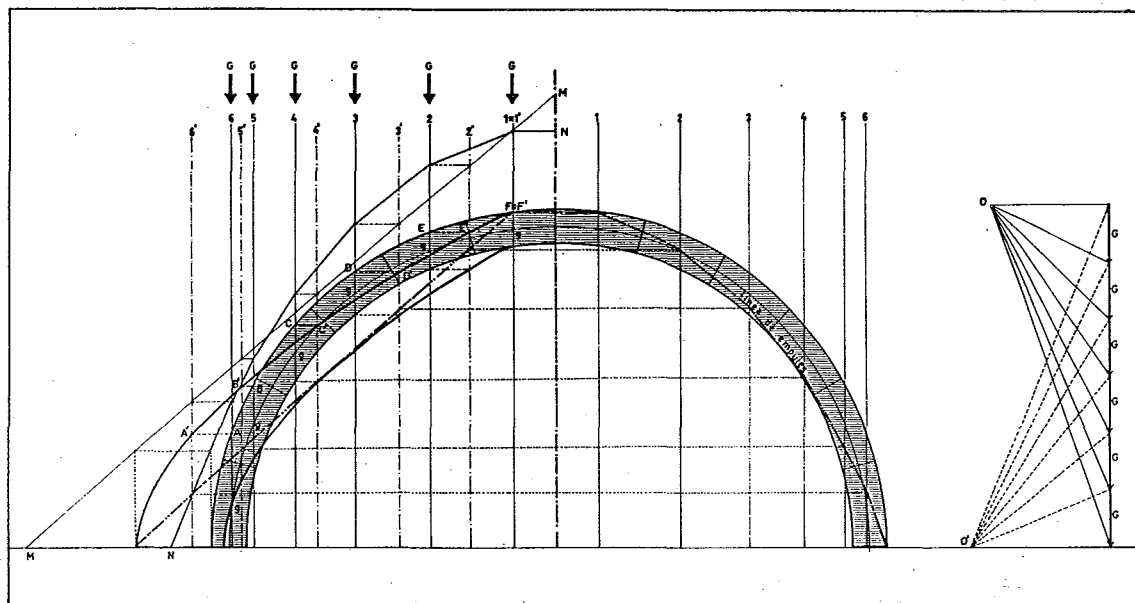
La Figura 4.16. (b), da la misma información que la anterior pero la escala horizontal se ha distorsionado de forma que la línea de empujes se ha convertido en dos líneas rectas, mientras que las líneas de extradós e intradós han tomado una forma curiosamente distorsionada, véase Figura 4.16. (c). Sin embargo, las distancias verticales entre puntos homólogos no han variado. Como se demuestra por las propiedades de los polígonos funiculares, dado un sistema de cargas, una vez que hemos dibujado la forma distorsionada del arco, cualquier polígono estará representado por otras dos rectas. Como puede apreciarse, dado el suficiente grosor del arco es posible dibujar infinitas líneas de empujes en su interior (Figura 4.16. (c)).

En la Figura 4.18., se ha dibujado a una escala mayor y con mayor detalle, la aplicación de este procedimiento a los casos de carga simétrica y asimétrica. Consideremos el primero de ellos. El polígono funicular $Aa_1a_2 \dots B$, se ha elegido arbitrariamente, imponiendo únicamente la condición de que pase por N y N . El valor del empuje H es, en consecuencia, arbitrario. Distorsionamos el citado polígono: para ello elegimos dos puntos cualesquiera M y M sobre la línea de base y los unimos con el punto más alto del polígono. El homólogo del punto A del extradós se convierte en A' ; análogamente realizamos la operación para un número suficiente de puntos, hasta que obtenemos las transformadas de las curvas de extradós e intradós. Dado que la escala vertical no se deforma podemos dibujar también el núcleo central de inercia y saber, de esta manera, si es posible dibujar al menos un polígono funicular dentro, para que no haya tracciones. Para el caso de carga asimétrica el procedimiento es el mismo, aunque un poco más largo.

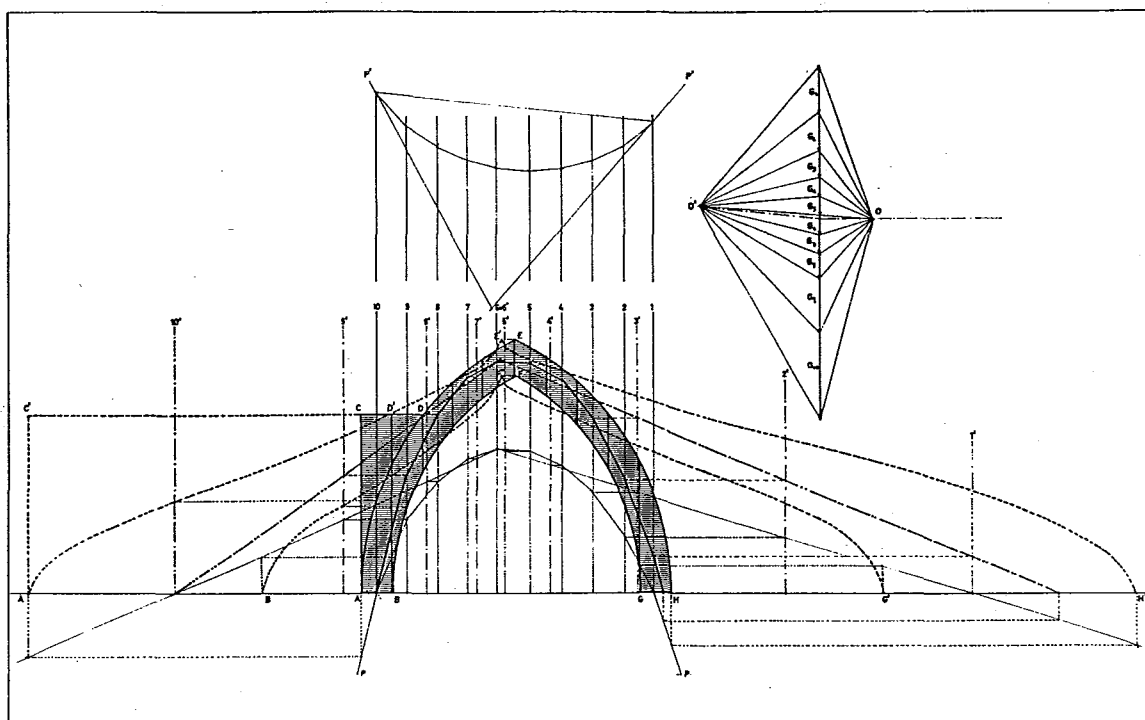
La construcción de Fuller/Heyman nos permite, además, poder intuir cuál sería la manera de cargar un arco para darle mayor estabilidad. Así, en la Figura 4.17. (a), extraída de la primera memoria citada de 1861, podemos

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

observar como para el caso de un arco apuntado la transformada del arco se 'levanta' en la clave y se 'hunde' en los riñones, indicando que es preciso cargar ambos puntos.



(a)



(b)

Figura 4.18. Método de Fuller/Heyman: bóveda simétrica y asimétrica.

4.5.4 Métodos experimentales: la catenaria y los modelos a escala.

Otro método de conocer el grado de estabilidad de una bóveda (o incluso de un edificio) de fábrica consiste en el empleo de modelos. Como hemos visto en este caso el problema fundamental es de estabilidad, i.e. que la(s) línea(s) de empujes estén contenidas siempre dentro de la masa del edificio. Dado que la acción fundamental en este tipo de estructuras es el peso propio, la condición de estabilidad depende de las posiciones relativas de los centros de gravedad. Esto justifica plenamente el empleo de modelos²⁹.

4.5.4.a La catenaria

Como hemos visto, en las hipótesis más habituales, el inverso de la catenaria de las cargas verticales coincide muy aproximadamente con la línea de empujes en un arco o bóveda. Esta propiedad permite realizar una comprobación extremadamente sencilla de la estabilidad de un arco: basta con realizar un dibujo a escala de su sección, invertirlo, y, mediante un hilo cargado con un sistema de cargas proporcional al real, intentar encontrar una posición del hilo cargado enteramente dentro de la sección. Además, y esto es muy importante, tenemos una idea del grado de estabilidad (si la catenaria se acerca a las líneas de intradós o extradós, significa que hay peligro de colapso). Para esta última comprobación podríamos dibujar incluso el núcleo central de inercia de cada una de las secciones.

El método data del siglo XVII: fue expuesto, como ya hemos visto, por primera vez por Hooke, posiblemente aplicado por Wren en el diseño de la cúpula de San Pablo, y explicado con gran claridad por Gregory.

29. En sus numerosas contribuciones sobre la estabilidad de las construcciones góticas Heyman ha señalado este hecho. Véase especialmente: J. Heyman "The Stone Skeleton." *International Journal of Solids and Structures* Vol. 2, 1966. pp.249-279.

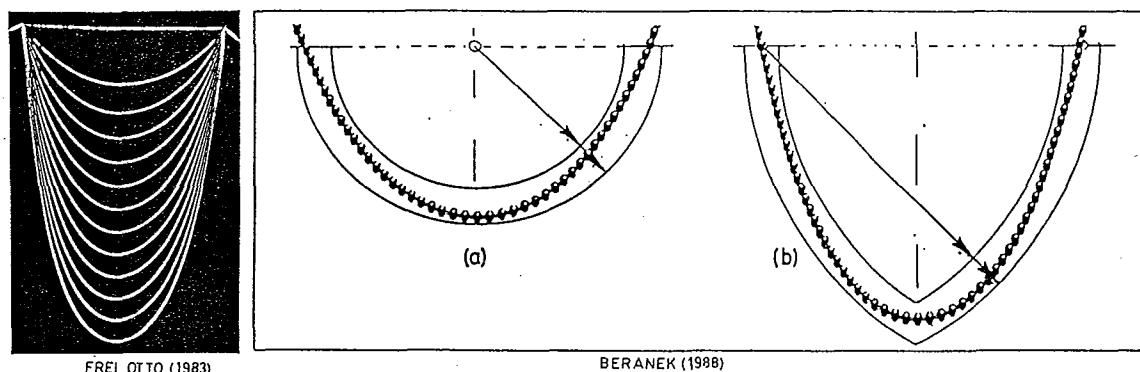


Figura 4.19. Comprobación de estabilidad empleando la catenaria.

Estos descubrimientos no pasaron desapercibidos a Poleni quien realiza la primera aplicación práctica del método, con un alto grado de perfección, a la comprobación de la estabilidad de la cúpula de San Pedro (véase Figura 1.2. (c)). Posteriormente, Perronet lo empleó para encontrar la forma del arco del puente de Neuilly, y, probablemente, Rondelet para definir la de la cúpula de Santa Genoveva.

Ya en el siglo XIX un arquitecto alemán, Hübsch, desarrolló el método como tal y lo aplicó para el diseño de las bóvedas y contrafuertes de la Iglesia Católica de Bulach y la Catedral del Obispado de Rottenburg en Württemberg. El método de Hübsch, incluido en su tratado, tuvo cierta repercusión en Alemania y ya aparece recogido en uno de los tratados de arquitectura más populares de la segunda mitad del siglo pasado, el de Breymann³⁰. Por último, Heinzerling, dio carácter científico riguroso al método experimental en su memoria de 1869³¹.

30. G. A. Breymann, *Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen. I Theil. Konstruktionen in Stein*. 4a Ed. 2 Vols. Leipzig: J.M. Gebhardt's Verlag, 1868.

31. F. Heinzerling, "Die Bauwaage und deren Ergebnisse für den Gewölbebau." *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 19, 1869, pp. 89-110, láms. C y D. Quien cita los siguientes casos de empleo del principio de la catenaria: (anónimo) "Experimentelle Darstellung der Construction von Kirchengewölben." *Versammlung deutschen Architekten und Ingenieure zu Dresden*, Jahrgang 1854; Simons, "Über die Form und Stärke gewölbter Kuppeln, insbesondere derjenigen der Michaelskirche in Berlin." *Sitzungsprotokolle der 12. Versammlung deutscher Architekten und Ingenieure zu Frankfurt a. M.*, 1861.

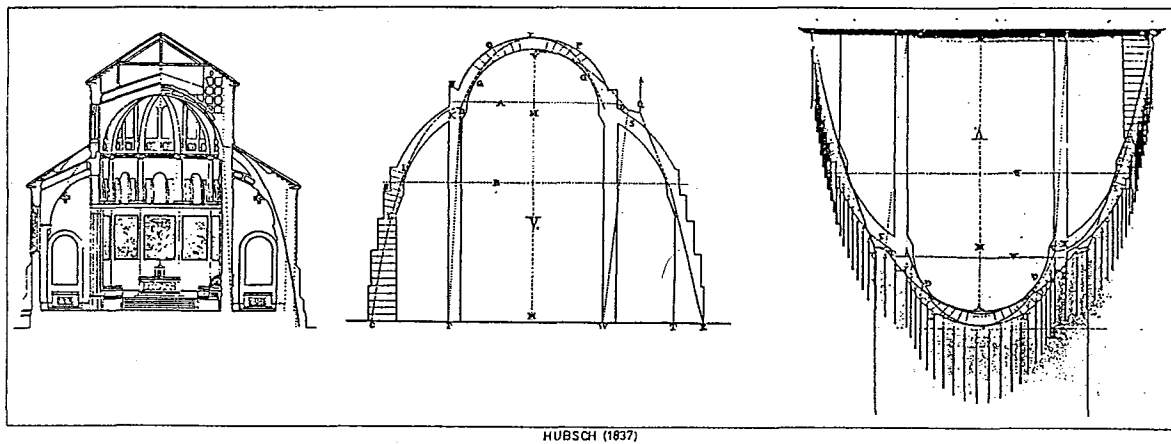


Figura 4.20. Diseño de Hübisch para la katolische Kirche.

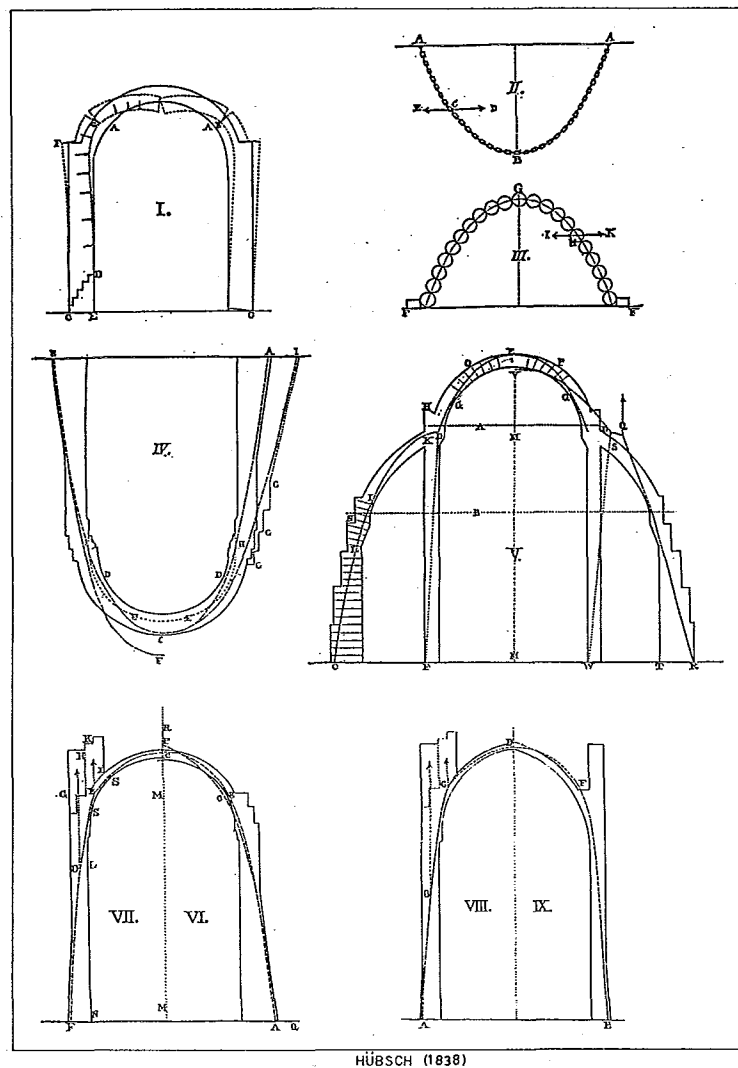
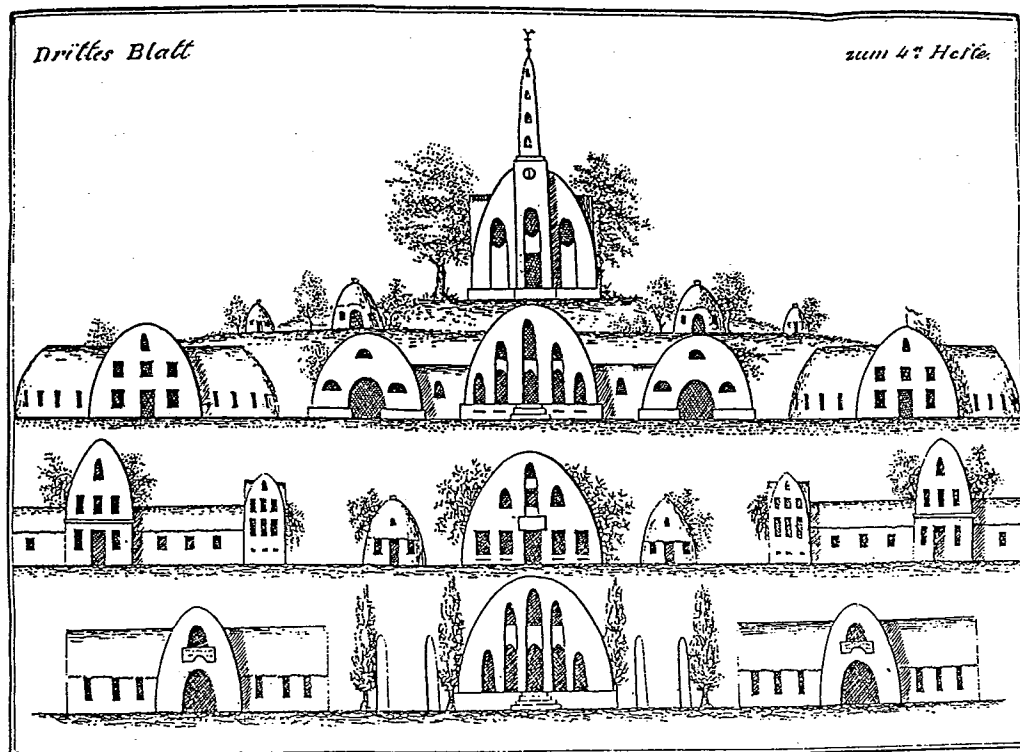


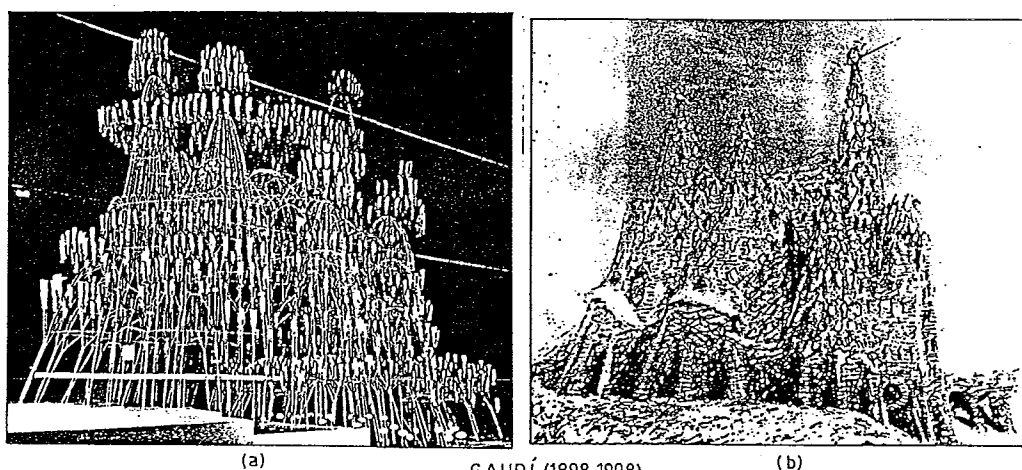
Figura 4.21. Ensayos de Hübisch

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

La fuerza visual del método no escapó a la sensibilidad de los arquitectos y Tappe basó en las formas catenarias resultantes su vocabulario formal. Más tarde, en este siglo, todavía puede verse su influencia en la arquitectura expresionista de Rudolf Steiner, y en España, tenemos en Gaudí quizá la expresión más desarrollada del empleo de figuras catenarias invertidas.



WILHELM VON TAPPE (1821)



GAUDÍ (1898-1908)

Figura 4.22. Arquitecturas catenarias: Tappe y Gaudí³²

32. Las ilustraciones están tomadas de, R. Graefe, "Zur Formgebung von Bogen und Gewölben." *Architectura*, Vol. 16, 1986. pp. 50-67.

El método anterior, extraordinariamente sencillo de ejecutar incluso con los medios más precarios (basta con un hilo y algunas tiras de plomo), no ha tenido sin embargo la difusión que hacía esperar, quizá por su aparente carácter no-científico. Sin embargo, no sólo permite realizar comprobaciones de estabilidad, sino que, como ha demostrado Gaudí, es una inmejorable herramienta de diseño. Incluso en la actualidad podía emplearse con provecho en numerosos estudios estructurales de obras de rehabilitación.

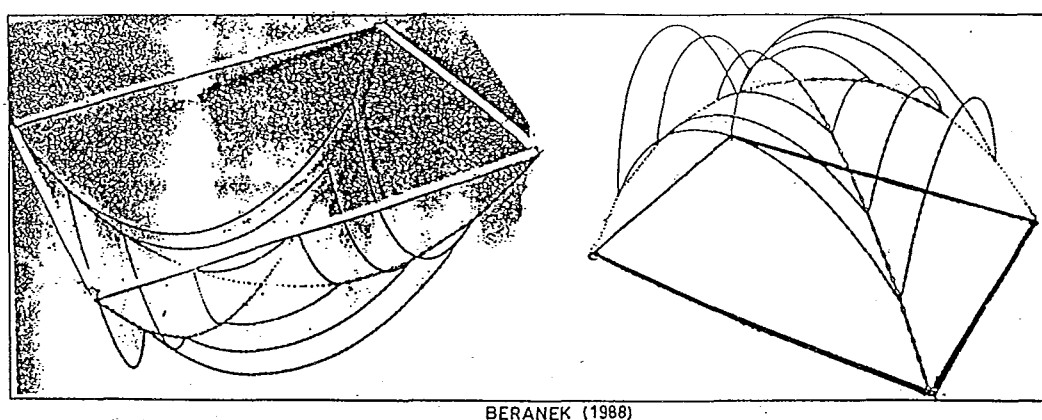


Figura 4.23. Bóvedas de crucería: empleo de la catenaria

4.5.4.b Los modelos a escala

Las consideraciones teóricas anteriores dan carta de validez al empleo de modelos a escala para estudiar la estabilidad de los edificios de fábrica. Los modelos a escala se han utilizado desde la antigüedad. La primera referencia documental corresponde a la época griega, pero muy posiblemente fueron ya utilizados con anterioridad³³. De la época medieval tenemos noticia de su existencia; algunos de ellos de gran tamaño. Este tipo de modelos podrían haber permitido a los constructores medievales sacar conclusiones sobre la

33. A. Petronotis *Zum Problem der Bauzeichnungen bei den Griechen*. Athen: Dodona Verlag, 1972. Citado por: D. Thode *Untersuchungen zur Lastabtragung in Spätantiken Kuppelbauten*. Dissertation: Universität Darmstadt, Fach. Architektur, 1975, pp. 6-7.

estabilidad del edificio real³⁴. Por otra parte, sabemos que una de las partes del examen para acceder al grado de maestro en las logias alemanas era la construcción de un modelo a escala de la estereotomía de una bóveda³⁵. En casos como el de la Catedral de Palma de Mallorca es inconcebible que la solución se haya podido alcanzar de otra manera³⁶.

Ya en el renacimiento, hay que destacar el modelo realizado por Brunelleschi para la cúpula de Santa Maria del Fiore. Construido de ladrillo y de considerables dimensiones (alrededor de 7 metros de diámetro) le hubiera permitido a Brunelleschi sacar conclusiones sobre la estabilidad de la cúpula. De hecho Brunelleschi conocía perfectamente el funcionamiento estructural de las cúpulas de fábrica como queda claro de las especificaciones que redactó para la cúpula; sin embargo, no hay constancia documental de que el modelo le ayudara a sacar estas conclusiones³⁷.

El representante por antonomasia del empleo de los modelos a escala para

34. Este es el caso de S. Petronio de Bologna cuyo modelos, construido de ladrillo y escayola, medía más de 18 m de longitud. Según Heyman "On the Rubber Vaults of the Middle Ages and Other Matters." *Gazette des Beaux-Arts* Vol. 71, 1968. pág. 185, "...Such a model can be used with complete confidence to check the stability of the whole or any part of the real structure..". Otros casos sobre el empleo de modelos en la arquitectura gótica aparecen mencionados en: P. Frankl *The Gothic: Literary Sources and Interpretations Through Eight Centuries*. Princeton: Princeton University Press, 1960. Citado por Heyman, *ibidem*.

35. Véase el término *Steinmetzen* [Estereotomía] en J. H. Zedler *Grosses vollständiges Universal-Lexikon Aller Wissenschaften und Künste...* Halle und Leipzig: Im Verlag Johann Heinrich Zedlers, 1735-1744, Vol. 39, pág. 1719. Cita el examen para maestro en la logia de Nürnberg, que incluía, por ejemplo, hacer dos bóvedas de crucería, una cuadrada de 24 pies de lado y otra de 24 por 16 pies.

36. Los pilares de esta Catedral tienen una esbeltez aparente (altura/diámetro de la sección) de 16. Dado que a media altura acomete el empuje de las naves laterales, la única forma de centrar la resultante dentro de la sección era cargar los pilares. En efecto, en la nave central, los arcos formeros están muy cargados como también lo está la clave de los arcos cruceros. Esto hace que la resultante que baja por el pilar sea un orden de magnitud superior al empuje de la nave lateral. Todos estos grandes pesos están en perfecto equilibrio. Para un análisis detallado del funcionamiento estructural de la Catedral, y del cual hemos tomado los datos para esta interpretación, véase: J. Rubió Bellver "Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca." *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 1912. pp. 87-140.

37. La más completa monografía sobre la cúpula es la de H. Saalman, Howard *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*. London: A. Zwemmer Ltd., 1980. Sobre el modelo véase pp. 58-68. Para una discusión sobre la validez estructural de las especificaciones redactadas por Brunelleschi, véase: H. J. Cowan "A History of Masonry and Concrete Domes in Building Construction." *Building and Environment* Vol. 12, 1977. pp. 1-24.

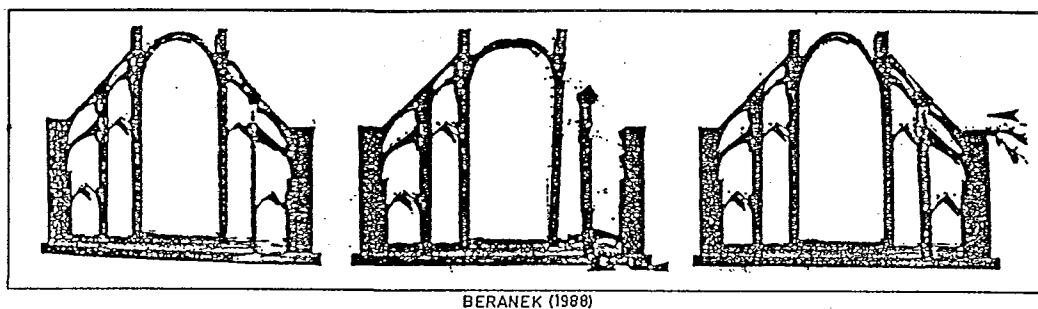
el estudio de la estabilidad de arcos, bóvedas y cúpulas, es Rondelet. En su monumental *Traité de l'Art de Bâtir*, dedica una parte sustancial del volumen 4 consagrado a las bóvedas y arcos a describir las numerosísimas experiencias que realizó con modelos. El objetivo de sus investigaciones era proporcionar reglas de diseño para todo tipo de arcos y bóvedas. Las reglas empíricas de Rondelet, como hemos visto en la Introducción, tuvieron una difusión extraordinaria y sirvieron como herramienta de diseño prácticamente única para las bóvedas compuestas, hasta bien entrado el presente siglo.

También a principios del siglo XIX un inglés, Bland³⁸, en una obrita no muy conocida, desarrolló por primera vez lo que puede considerarse como primeros rudimentos de la Teoría de Modelos.

Sin embargo, aunque los ensayos sobre modelos jugaron un papel capital en el desarrollo de la correcta teoría de colapso, fueron rara vez empleados durante el siglo XIX para comprobar la estabilidad de construcciones existentes o para diseño. Sin duda, una de las razones de su falta de popularidad es que estos ensayos no permiten valorar de forma inmediata el grado de estabilidad de la edificación (sabemos que es estable, pero no sabemos cuánto). Quizá otro motivo haya sido su elevado coste.

A pesar de todo, es posible realizar modelos equivalentes de bajo coste (en cartón o madera de balsa). El mayor problema en la realización de este tipo de modelos es la perfecta realización de las piezas (para que no tengan irregularidades que desvirtúen el ensayo) y su montaje en vertical. Beranek, véase Figura 4.24, ha empleado este sistema para estudiar la estabilidad de una sección de una catedral gótica, realizando varios ensayos con y sin arbotantes, etc.

38. W. Bland *Experimental Essays on the Principles of Construction in Arches, Piers, Buttresses,...* Made with a View to Their Being Useful for the Practical Builder. London: John Weale, 1839.



BERANEK (1988)

Figura 4.24. Estudio de la estabilidad de un catedral gótica con modelos

Proponemos a continuación el siguiente método de nuestra invención (al menos no tenemos noticia de su empleo). El procedimiento es aplicable a cualquier bóveda o arco que pueda idealizarse por una sección plana. Consiste en realizar las piezas que componen el modelo de cartulina gruesa o cartón pluma (pueden dibujarse primero sobre su superficie y luego cortarlas con un cortatramas). Las piezas se montan luego sobre una superficie lisa que presente poco rozamiento con la cartulina (por ej.: un cristal) sobre una plantilla dibujada al efecto, en cuya parte inferior hay una base fija. Montada la estructura se procede a inclinar progresivamente el plano; mientras no se supera el ángulo de rozamiento las piezas permanecen sueltas; cuando éste se supera empiezan a afirmarse unas contra otras, por fin dando suficiente inclinación la fuerza del rozamiento se vuelve despreciable y la estructura funciona como si estuviera apoyada de pie y exenta. Este sencillo método nos ha permitido estudiar, con un mínimo coste material y de tiempo, los distintos modos de colapso de los arcos.

Por último, hay que citar un ingeniosísimo procedimiento debido a Frei Otto³⁹ que permite conocer el grado de seguridad de una estructura en relación

39. El método aparece descrito en: Frei Otto "Geschichte des Konstruierens. Was könnten die alten Baumeister gewußt haben, um Bauten entwerfen und bauen zu können?" *Arcus* no.1, 1986. pp. 35-46. El procedimiento parece enteramente original y no hemos tenido noticia de ningún precedente.

a la acción de fuerzas horizontales, viento o sismo. Consideraremos este caso en primer lugar, siguiendo el desarrollo de Frei Otto.

En primer lugar, hay que señalar que la estabilidad de las estructuras de fábrica a sismo depende fundamentalmente de la forma geométrica, i.e. de las proporciones entre las distintas partes del edificio, y es independiente del tamaño y de la masa (a partir de 2 m aproximadamente).

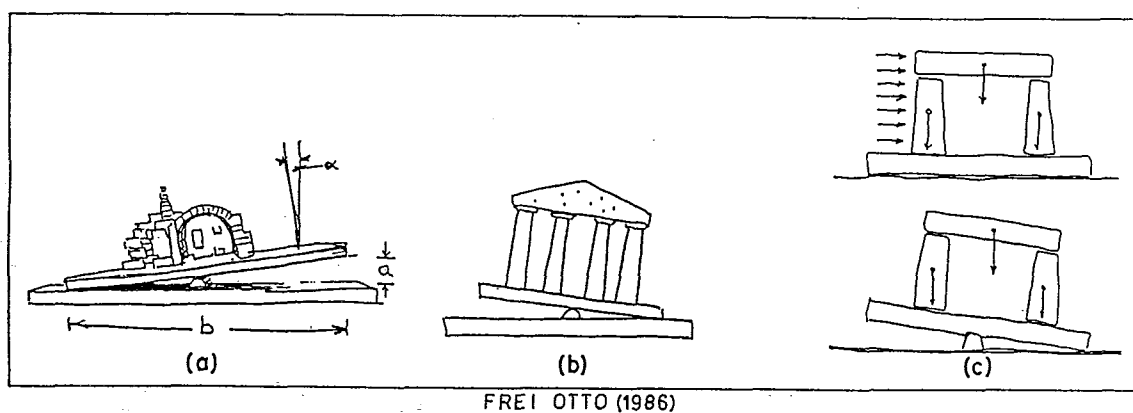


Figura 4.25. Modelos: comprobación a sismo y viento. Método de Frei Otto.

Se puede asimilar la acción del sismo a la de una fuerza horizontal, aplicada en el centro de gravedad del edificio y con un valor del 12% del peso para sismos fuertes, y del 6% y 3% respectivamente para sismos medios o débiles. Para comprobar el efecto de esta fuerza podemos construir un modelo a escala del edificio compuesto de piezas de madera u otro material⁴⁰. La acción de la fuerza horizontal puede realizarse simplemente inclinando la base de apoyo del modelo. El valor de dicha fuerza, en función del peso del modelo,

40. No es necesario, en principio que sea del mismo material, ya que lo importante es la posición relativa de los centros de gravedad. Sí debería serlo si existe el riesgo de colapso por deslizamiento, aunque este es muy raro. En este caso la condición sería que el coeficiente de rozamiento en las superficies de unión de los bloques sea igual al del material, piedra etc..., de que se compone el edificio. Para ello puede emplearse otro material, o, mejor, tratar la superficie de contacto de los bloques del modelo, haciéndola más lisa o más rugosa, según se quiera disminuir o aumentar dicho coeficiente. En madera, por ejemplo, puede aumentarse fácilmente simplemente lijando las superficies de contacto con una lija gruesa. El dispositivo más sencillo para conocer de forma aproximada el coeficiente de rozamiento es un simple plano inclinado.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA

es directamente el de la inclinación de la pendiente medida en tanto por ciento. Incluso para terrenos no-sísmicos es recomendable que esta pendiente pueda alcanzar un valor del 5%, en previsión de movimientos del terreno etc. Además, un pequeño modelo de este tipo permite evidenciar, simplemente someténdole a una ligera vibración, cuáles son los puntos débiles de la estructura. Frei Otto en su contribución (muy interesante aunque fundamentalmente basada en intuiciones personales y no en evidencias documentales), especula con la posibilidad de que los antiguos maestros constructores conocieran esta propiedad de los modelos. Si bien esto parece dudoso, lo que si está documentalmente probado es que se hacían modelos (véase más arriba), a veces de gran escala, y que sí sabían que existía una estrecha relación entre la estabilidad (entendiendo este término en sentido amplio y no-técnico) del modelo y la de la estructura real homóloga.

Segunda parte

Inventario de reglas empíricas

5. EL SIGLO XVI

El siglo XVI marca la divisoria entre dos modos estructurales bien diferenciados: el correspondiente a la arquitectura gótica y el clásico, heredero de la tradición romana, que se inició en el Renacimiento. El primero se caracteriza fundamentalmente por el arco apuntado y la bóveda de crucería, en cualquiera de sus modalidades. El segundo por el empleo del arco de medio punto, la bóveda de cañón y la cúpula.

Los métodos de diseño estructural que nos han llegado correspondientes a ambos modos son también diferentes, como veremos más adelante. Simplificando, podríamos decir que los métodos góticos son geométricos y los clásicos se basan en fracciones de números enteros. También podemos afirmar que los primeros son más complejos y sofisticados que los segundos, como corresponde, en general, a estructuras de mucha mayor complejidad y ligereza.

Ambos métodos coexistieron durante el siglo XVI, produciendo una ambigüedad que se hace patente con extraordinaria claridad en el tratado de Rodrigo Gil de Hontañón, donde el autor da con frecuencia la solución al mismo problema siguiendo ambos enfoques.

5.1 Geometría y estructura en el gótico tardío

La enorme riqueza de los procedimientos geométricos góticos aplicados al replanteo y construcción, y al diseño estructural es un descubrimiento relativamente reciente. En 1952, Straub afirmaba en su libro sobre historia de la ingeniería:

...the formulas, and the mathematical and geometrical rules of construction in which the professional experience of the guilds was comprehended, and handed down from master to

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

master, were no doubt mostly concerned with questions of form and composition, and had nothing to do with engineering science proper...¹

Esta idea de que la geometría era empleada por los constructores góticos únicamente con fines decorativos o artísticos, tratando de buscar un ideal de belleza basada en un conocimiento esotérico y misterioso, tiene su origen en los tratados románticos de final de siglo sobre la arquitectura gótica². Los estudios de Frankl³, Ackerman⁴, Shelby⁵ y, sobre todo, de Müller⁶, han puesto de manifiesto que los constructores góticos empleaban también la geometría aplicándola a casos prácticos de replanteo, construcción y diseño estructural⁷.

1. H. Straub *A History of Civil Engineering. An outline from ancient to modern times*. London: 1952, pp. 41-42.

2. Esa fue la tendencia dominante. Hubo, sin embargo, excepciones como el tratado de Ungewitter *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann*. 2 vols. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger, 1890.

3. P. Frankl "The Secret of Medieval Masons." *Art Bulletin* Vol. 27, 1945. pp. 46-64, y, *The Gothic: Literary Sources and Interpretations Through Eight Centuries*. Princeton: Princeton University Press, 1960.

4. J. S. Ackerman "Ars sine scientia nihil est". Gothic theory of architecture at the Cathedral of Milan." *Art Bulletin* Vol. 31, 1949. pp. 84-111

5. Lon R. Shelby "Medieval Mason's Tools, I: The Level and the Plumb Rule." *Technology and Culture* Vol. 2, 1961. pp. 127-130; *The Technical Supervision of Masonry: Construction in Medieval England*. Ph.D.: University of North Carolina at Chapel Hill, 1962; "Medieval Mason's Tools, II: Compass and Square." *Technology and Culture* Vol. 6, 1965. pp. 236-248; "Setting out the Key Stones of Pointed Arches: A Note on Medieval 'Baugeometrie'." *Technology and Culture* Vol. 10, 1969. pp. 537-548; "Medieval Mason's Templates." *Journal of the Society of Architectural Historians* Vol. 30, 1971. pp. 140-154; "The Geometrical Knowledge of Medieval Master Masons." *Speculum* Vol. 47, 1972. pp. 395-421; y, *Gothic Design techniques: The 15th Century Design Booklets of Mathes Roriczer and Hans Schumttermayer*. Carbondale and Edwardsville: Southern Illinois University Press, 1977.

6. W. Müller "Technische Bauzeichnungen der deutschen Spätgotik." *Technikgeschichte* Vol. 40, 1973. pp. 281-300, y "Zum Problem des technologischen Stilvergleichs im deutschen Gewölbebau der Spätgotik" *Architectura*, Vol. 3, 1973, pp. 1-12.

7. Un caso similar ha sucedido con las cubiertas de tracería mozárabes en cuyos intrincados trazados geométricos los historiadores del arte han visto una motivación puramente formal. El desciframiento por Enrique Nuere del manuscrito de carpintería de Lope de Arenas, ha demostrado el sentido constructivo de esos trazados y el empleo de una geometría práctica muy desarrollada para resolver, con gran sencillez, los problemas que plantean este tipo de cubiertas. Véase: E. Nuere *Los cartabones como instrumento exclusivo para el trazado de lacerías*. (Sonderdruck der Madrider Mitteilungen, nº23). Mainz: Verlag von Philipp von Zabern, 1982, y, *La carpintería de lo blanco. Lectura dibujada del primer manuscrito de Diego López de Arenas*. Madrid: Ministerio de Cultura, 1985.

Hasta nosotros han llegado contados manuscritos de la época gótica que contengan información sobre aspectos constructivos o estructurales. La mayor parte de los que se conservan corresponden al gótico tardío. El único manuscrito que ha sobrevivido anterior a la segunda mitad del siglo XV es el de Villard de Honnecourt⁸, alrededor de 1230.

En este marco de referencia, los tres manuscritos españoles del siglo XVI que se conservan y que incluyen reglas estructurales góticas tienen una extraordinaria importancia.

El manuscrito de Rodrigo Gil de Hontañón contiene la más variada recopilación de reglas estructurales aplicables a todo tipo de estructuras: iglesias salón, puentes, torres... La variedad y complejidad de estas reglas convierten a este manuscrito en un caso único dentro de la historia del diseño estructural. Los manuscritos de Martínez de Aranda y Hernán Ruiz contienen sendas reglas cuyas anterior mención correspondía respectivamente a Francia y Alemania, demostrando de esta forma la extraordinaria pervivencia y difusión de estos métodos de diseño estructural. El manuscrito de Vandelvira⁹, aunque de enorme importancia para la historia de la estereotomía, no contiene ninguna referencia sobre reglas estructurales.

8. R. Hahnloser ed. *Villard de Honnecourt*. Viena: 1935. Para un estudio sobre el cambio de mentalidad que propició la aparición de los primeros tratados de tecnología en la segunda mitad del siglo XV, véase Lynn White "Medieval Engineering and the Sociology of Knowledge." *Medieval Religion and Technology. Collected Essays* Berkeley: University of California Press, 1978. pp. 317-338.

9. El manuscrito de Vandelvira, de difícil lectura e interpretación, ha sido descifrado recientemente, con estupendas ilustraciones, por J. C. Palacios Gonzalo *Invencción y convención en las técnicas constructivas del Renacimiento Español: la estereotomía renacentista a través del tratado de Vandelvira*. Tesis doctoral: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura., 1987 Enero. Véase también: S. L. Sanabria "From Gothic to Renaissance Stereotomy: The Design Methods of Philibert de l'Orme and Alonso de Vandelvira." *Technology and Culture*, Vol. 30, 1989, pp. 266-299.

Addenda:

Aunque fuera del ámbito cronológico de la Tesis, y a pesar de que hemos tenido noticia hace apenas unos meses¹⁰, es preciso citar el manuscrito que se conserva en el Archivo Municipal de Zaragoza¹¹ sobre la construcción del llamado Puente de Piedras. El manuscrito recoge documentos y actas sobre la construcción del citado puente, que comienzan a partir de 1401. Se trata del manuscrito más antiguo de esta naturaleza del que tenemos noticia. El códice manuscrito en folio, sin ilustraciones ni dibujos, con cubiertas de pergamino resulta bastante difícil de leer. Afortunadamente se conserva una transcripción parcial de finales del siglo pasado realizada por Herranz¹².

El manuscrito es una mina de información sobre los procedimientos constructivos, materiales, maquinaria etc., empleados en la construcción del puente. Nos interesa la parte en la que se describe la formación de las pilas, pues, las dimensiones que aparecen sugieren el empleo de una regla aritmética sencilla en su dimensionamiento: asignar a cada pila el tercio del vano correspondiente. Los párrafos resultan un poco confusos. Al parecer, según Herranza, existía un antiguo puente del siglo XIII que se derrumbó quedando solamente una arcada. Según el manuscrito este arco era de 99 palmos y su pila de 34 palmos (1/3), y parece deducirse, en el extremo contrario quedaba otra pila de 20 palmos. Restaban por cubrir 456 palmos de río. En el

10. Aparece citado en P. Alzola y Minondo, *Las Obras Públicas en España. Estudio Histórico*. Bilbao: 1899, págs. 80-83.

11. "Manuscrito del Puente de Piedras de Zaragoza." Ms. 47, Archivo Municipal de Zaragoza. Su foliación denota que por lo menos tuvo 104 hojas, reducidas hoy a 99. En la primera página aparece el texto: "Libro comenzado de la manera como el puent de piedra de la Ciutat de Zaragoza se deve comenzar i acabar i de las piedras quantas son necesarias i qual piedra es millor para qualcina i de qual arena era millor para fazer largamasa i de qual pedrera se tallaria la piedra para comenzar i acabar el dito puent."

12. C. Herranz y Laínz, *Fábrica del Puente de Piedras de Zaragoza*. Zaragoza: 1887. in 8º, 64 págs (Archivo Municipal de Zaragoza, 2 F.1-19). Este librito no aparece en la Biblioteca Nacional, ni en ninguna otra de las bibliotecas consultadas en Madrid. Al parecer recientemente María Teresa Iranzo ha realizado una Tesis Doctoral en la Univeridad de Zaragoza sobre el manuscrito, pero no hemos podido confirmar esta información.

informe se barajan dos propuestas. La primera es de tres tramos con su pila correspondiente de 133 palmos (se supone la misma proporción que antes, arco 99 pila 34), quedando un vano de 60 palmos (lo que guardaría también la misma relación, $1/3$, con la pila existente de 20). La segunda contempla tres pilas de 30 palmos, dos vanos de 90 palmos, dos vanos de 80 palmos y una pila de 20. La pila de 20 resultaría insuficiente según la susodicha regla. No sabemos si debido a ello, los maestros citados recomiendan construir en ella dos torres defensivas. A continuación el texto del manuscrito según la transcripción de Herranz¹³:

... Et apres los dos maestros [Maestre Johan de Frenoya y Maestre Colrat] visto almallo el dito puent consellaron sobre la forma como aquell se podia comenzar y acabar sus la forma siguiant.

Primerament trobaron que la ultima arquada feyta del puent de piedra en tal Rio Ebro que ha de tono novante i nueu palmos de canya... Continuando que medida la ampleza del pilar de la dita ultima archada i que trobade Trenta y Quatro palmos de canya ...

...que trobado que del piet zagüero de la buelta zagüera de piedra entró a la puerta del puent ha Quatrocientos cinquante y seys palmos. los quales compartidos en tres arcadas y tres pïedes a rason de cient trenta i tres palmos entre archada y piet vista de tono para la quarta archada del puent sixante palmos.

Maestre Johan de Frenoya y Maestre Colrat conselleron y ordenaron que en la obra del puent de piedra avia necesarias quatro archadas y tres pïedes y otro piet a la puerta de vint palmos. Et que los ditos tres pïedes havian pro de cada trenta palmos de amplo. Et las primeras dos arcadas consegutivas al puent de piedra cada novante palmos de tono. Et las otras dos cada huytante palmos de tono i que les parecia que en el piet de la puerta de vint palmos que por bel parecer de la hobra se deviesse prender en tal manera que hi pudiesen seyer feytas Dos torretas una de cada part que serian delant la puerta del dito puent.

5.2 Rodrigo Gil de Hontañón

Rodrigo Gil de Hontañón es quizás uno de los arquitectos españoles más prolíficos y versátiles del siglo XVI. Durante su carrera vivó el último florecimiento del gótico y el nacimiento y desarrollo de la arquitectura

13. Op. cit. págs. 16-17.

renacentista en España. Hijo de un conocido maestro constructor gótico, Juan Gil de Hontañón, su familia fue de constructores durante varias generaciones. Por tanto heredó la tradición constructiva gótica, lo que no le impidió asimilar el nuevo vocabulario arquitectónico, siendo también uno de los principales maestros del plateresco.¹⁴

En su trabajo combina las fórmulas geométricas góticas con formas renacentistas. Otras veces emplea las reglas proporcionales simples o fórmulas algebraicas, características del Renacimiento, para dimensionar sus iglesias góticas.

5.2.1 El Tratado de Arquitectura de Rodrigo Gil de Hontañón

El tesoro de experiencia acumulada, procedente de la tradición gótica, y sus propias observaciones y reglas, quedaron registradas en un Tratado manuscrito que no llegó a publicar. No se conserva el original que aparentemente permaneció en la fábrica de la catedral de Salamanca. Antes de desaparecer fue copiado en 1681 por Simón García, que lo incluyó en su *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos*¹⁵, formando los seis primeros capítulos; también se le atribuyen una ilustración al final del capítulo 16 y el capítulo 75.

14. La mejor monografía hasta la fecha sobre Rodrigo Gil es la de John Hoag Rodrigo Gil de Hontañón. Gótico y Renacimiento en la Arquitectura Española del Siglo XVI (Madrid: 1985), basada en su Tesis Doctoral para la Universidad de Yale "Rodrigo Gil de Hontañón: his work and writing. Late medieval and renaissance architecture in sixteenth Century Spain" (Yale University: 1958). Existe también una Tesis de la Universidad de Salamanca sobre Rodrigo Gil, leída por el Profesor Casaseca en 1979(?).

15. El texto manuscrito se conserva en la Biblioteca Nacional, Madrid, Ms. 8884. Consta de 141 folios y está dividido en 77 capítulos. Fue publicado por primera vez por Eduardo Mariátegui, El Arte en España, Vol. 7, 1868: 113-127; 154-184 y 193-215. Esta publicación recoge la parte que, como indica el propio Simón García, pertenecía a un texto de Rodrigo Gil de Hontañón. En 1941 apareció una reedición con prólogo de José Camón Aznar, publicada por la Universidad de Salamanca. La única edición completa del manuscrito es la preparada por Carlos Chanfón, Churubusco, México: 1979. Contiene un estudio introductorio, una reproducción facsímil de no muy buena calidad y una transcripción que es la que he utilizado fundamentalmente en la redacción de este capítulo.

La fecha del manuscrito original de Rodrigo Gil sólo puede deducirse a partir de referencias internas; basándose en éstas, Sanabria¹⁶ lo sitúa entre los años 1544 y 1554.

El manuscrito trata de diferentes aspectos sobre la composición de los Templos, tratando de establecer sus proporciones y dimensiones correctas. El método empleado por Rodrigo Gil es muy sistemático.

En primer lugar calcula la superficie que ha de tener la iglesia, en función del número de habitantes, el tamaño de la sepultura y de una previsión del crecimiento de la población¹⁷.

Conocida la superficie, pasa a determinar las trazas generales del templo, la malla geométrica en la que se sitúan pilares, paredes y contrafuertes. Para ello emplea dos métodos: uno clásico, basado en la doctrina de las proporciones del cuerpo humano de Vitruvio¹⁸, y otro gótico mediante trazados geométricos. Al primero lo denomina 'por analogia', al segundo 'por ieometria'. Por último, aplica una serie de reglas o fórmulas para dimensionar los elementos estructurales: pilares, contrafuertes, bóvedas y torres.

Esta última parte es lo que convierte el manuscrito en una pieza única. En ningún otro manuscrito o tratado de los examinados aparece de una manera tan consciente la separación de la estructura del resto de los elementos que componen el edificio¹⁹. Las reglas estructurales son completamente independientes del proceso de diseño de las trazas generales y constituyen probable-

16. Sergio Luis Sanabria "The Mechanization of Design in the 16th Century: The Structural Formulae of Rodrigo Gil de Hontañón", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 41, 1982, p. 283.

17. Simón García *Compendio...*, Cap. 2, fol. 3v.

18. Así Rodrigo Gil dice, citando a Vitruvio Libro III, cap. I: ...que los edificios fueren repartidos por el menor mundo que era el cuerpo del hombre, porque en el allavan todas las razones y medidas de machinas organicas, y en el hallaron dos cuerpos regulares, que es el cuadrado y el redondo... y para dar reglas y razones del uso midieron el dicho cuerpo... (Simón García *Compendio...*, op. cit. fol. 1r.).

19. Comparéense por ejemplo con las reglas estructurales contenidas en el manuscrito de Lorenz Lechler, 1516, del gótico tardío alemán: Lon Shelby y R. Mark "Late Gothic Structural Design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler." *Architectura* Vol. 9, 1979. pp. 113-131

mente el primer intento documentado de crear una 'ciencia' independiente para el diseño de estructuras (aunque su base no sean los principios de la mecánica sino la experiencia acumulada y la observación del comportamiento de las estructuras existentes o en construcción).²⁰

Entre las reglas estructurales de Rodrigo Gil podemos distinguir dos grupos fundamentales:

- 1) fórmulas particulares que se refieren a una tipología determinada, las iglesias salón del s. XVI.
- 2) fórmulas generales que tratan de investigar la dimensión de los contrafuertes de un arco cualquiera.

Creemos que es importante realizar esta distinción a diferencia de Kubler y Sanabria que las estudian juntas. La posición dentro del manuscrito y, sobre todo, los distintos fines, práctico en el primer caso y de investigación el segundo, justifican esta división.

5.2.2 Dimensionamiento estructural y construcción de las Iglesias Salón

En el siglo XVI, en España, son pocas las iglesias parroquiales que no hayan sido concebidas como iglesia salón tres naves.

El sistema estructural es notablemente diferente del empleado en las Catedrales Góticas Europeas de los siglos XIII y XIV. Se caracteriza por tener las naves de la misma altura y por cubrir los tramos mediante bóvedas cupuliformes, muy semejantes a bóvedas vaídas. Así, el extradós en vez de presentar unas claras líneas de coronación donde se sitúan las claves, como ocurre en el gótico de los siglos XIII y XIV, muestra una sucesión de super-

20. Sobre las reglas estructurales de Rodrigo Gil existen dos trabajos fundamentales: George Kubler "A Late Gothic Computation of Rib Vault Thrusts", *Gazette des Beaux-Arts* (1944): 135-148, y Sergio Luis Sanabria "The Mechanization of Design in the 16th Century: The Structural Formulae of Rodrigo Gil de Hontañón" *Journal of the Society of Architectural Historians* (1982): 281-293.

ficies cupuliformes que, naciendo de los riñones de los arcos perpiaños, alcanzan su máxima altura en la clave de los arcos cruceros.

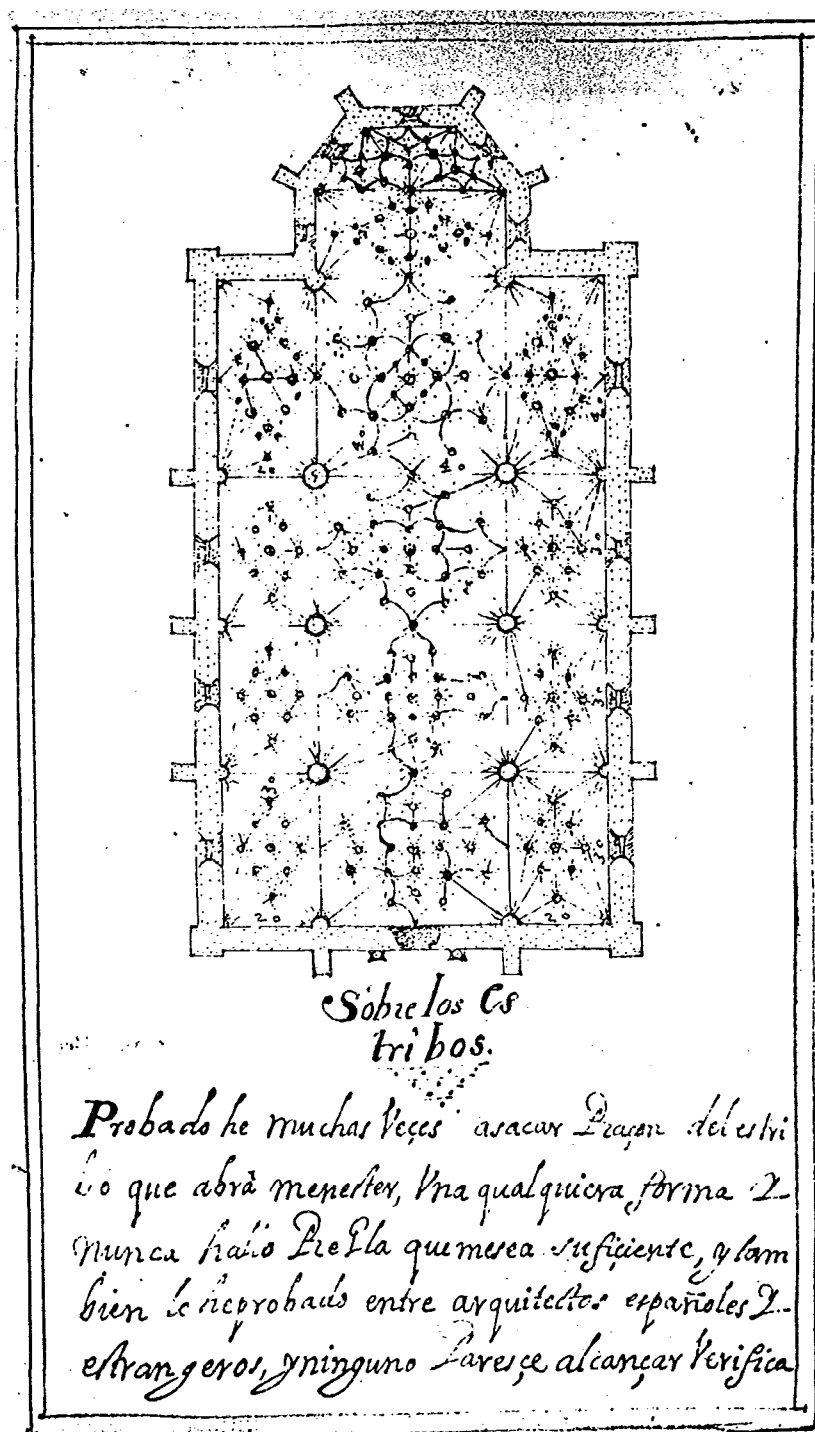


Figura 5.1. Iglesia salón. La planta de la figura es el resultado de la aplicación de los métodos geométricos y aritméticos de Rodrigo Gil. Tanto las trazas como las dimensiones de los elementos estructurales (pilares, muros, contrafuertes, claves y nervios de las bóvedas) están determinadas utilizando sus reglas.

Las razones que da Rodrigo Gil para fundamentar su preferencia por esta tipología son estrictamente estructurales y las expone en distintos lugares de su manuscrito:

... yendo así a un alto es el edificio mas fuerte porque todo se ayuda uno a otro lo qual no hace quando la principal sube mas, porque es menester que desde la colateral se le de fuerza a la maior y desde la ornacina a la colateral lo qual se da con arbotantes y a este que no se puede subir a un alto o por menoridad de gastos, ²¹ por las luces que se fueren a un alto no se le podrían dar que gozabe mas de la una nave.

El estribo no tan solo sustenta a el arco de su capilla, mas tambien al arco de la colateral y de la maior, las quales si fueren echas a un alto audale mucho el arco de la una a la otra, como el de la colateral a la maior. Mas si fuese mas baja la colateral que la maior el pilar sobre la que carga es menester mas grueso que quando ba la una al peso de la otra. ²²

La terminología, método de construcción y reglas estructurales que veremos a continuación, son aplicables preferentemente a este tipo estructural. La exposición se desarrolla en el capítulo 6 "Sobre los Templos y sus Alturas con Reglas Generales", en la forma de un ejemplo de aplicación. La exposición de Rodrigo Gil es sistemática: primero define las trazas generales de la planta, después las alturas correspondientes a naves y bóvedas. Definida la geometría general del templo pasa a dimensionar los elementos estructurales. La exposición no está exenta de repeticiones y la hemos sistematizado en los siguientes apartados. Al final de la misma Rodrigo Gil nos da la planta definitiva del Templo.

5.2.3 Elementos y construcción de una bóveda vaída nervada

Rodrigo Gil da una terminología muy precisa de los elementos que componen la bóveda que cubre un tramo tipo de iglesia salón, y describe el proceso seguido en su construcción.

21. Simón García "Compendio...", Cap.3, 8v.

22. Ibíd., Cap.6, 21r. Rodrigo Gil tiene razón en este punto. Para un análisis extenso de la influencia de las alturas y luces de las naves laterales sobre los pilares centrales, realizando comparaciones entre distintas Catedrales góticas españolas y europeas, véase Juan Rubió y Bellver "Conferencia sobre los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca." Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña (1912): 121-132.

Los elementos que componen una bóveda de crucería que cubre un tramo de iglesia salón son: los arcos cruceros u ogivales, que atraviesan diagonalmente el tramo; los arcos de forma, embebidos en las paredes laterales; los arcos pripiños (perpiaños) o transversales, que cruzan el tramo paralelamente a las direcciones principales; los terceletes, que subdividen la bóveda entre los anteriores, y las claves.

Rodrigo Gil da gran importancia al problema de la construcción y presenta, quizá la mejor exposición del procedimiento seguido en el levantamiento de una bóveda de crucería:

Y por que esta materia que tanto importa, quede bien esplicada y exemplificada, pondré a la buelta una demostracion, en que se entienda esto quanto me sea posible, aunque estas cosas, podran ser difiçiles de comprehender faltando en quien las procura la experiencia, la practica, la profesion de la canteria, y la execucion, o el aberse allado presente a algunos çierres de cruçeria, para haçerse capaz en el asiento de ella...²³

Para explicar el proceso de construcción Rodrigo Gil realiza un dibujo, simultáneamente en planta y sección, donde aparecen un arco crucero, los jarjamentos o arranques, y las claves primarias y secundarias. El procedimiento es el siguiente:

- 1) sobre los riñones de la bóveda, un poco por encima del nivel de los arranques, línea S en la figura, se construye una plataforma.
- 2) se dibuja sobre ella la traza completa de los nervios de la bóveda, es decir, la montea.
- 3) se colocan sobre ella cimbras, para los nervios, y tornapuntas de madera que sitúan las claves.
- 4) se construyen los nervios.
- 5) se construye la plementería entre los nervios.

23. Simón García *Compendio...*, Cap. 6, fol. 24r.

Esta descripción confirma el papel auxiliar, de cimbra, de las nervaduras góticas²⁴. El examen del trasdós de las bóvedas góticas apoya esa teoría ya que cada plemento, porción de bóveda entre nervios, no sigue la curvatura general de la bóveda sino que presenta un pequeño abovedamiento que indica que éstos fueron contruidos independientemente apoyándose en los nervios del borde²⁵.

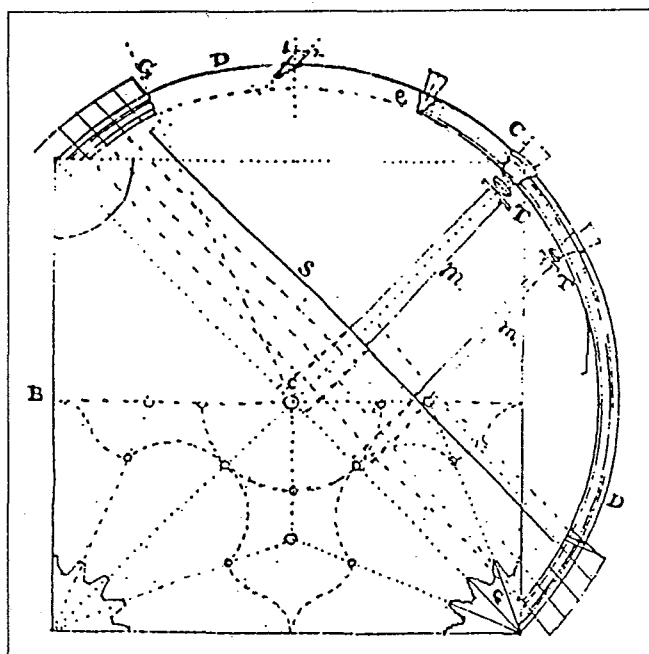


Figura 5.2. Elementos de una bóveda nervada. El dibujo corresponde al tratado de Rodrigo Gil (fol. 25 recto) y en él aparece dibujada la monte de una bóveda de crucería con todos sus elementos en una interesante representación combinando planta y sección.

24. Desde que en el siglo pasado Viollet-le-Duc expuso su teoría "funcional" sobre las estructuras góticas en su *Dictionnaire Raisonné...*, Paris: 1854-1868, ha existido un animado debate sobre el particular. Para un resumen del estado de la cuestión hasta los años cuarenta véase G. Kubler *A late gothic computation...*, op. cit., pp. 135-138. En España Torres Balbás se interesó por el debate, ver por ejemplo "Función de Nervios y Ojivas en las Bóvedas Góticas.", *Investigación y Progreso*, Vol. 16, 1945, pp. 214-31, y "Las teorías sobre la arquitectura gótica y las bóvedas de ojivas." *Las Ciencias* Vol. 4, 1939, pp. 223-233. Convencido del papel auxiliar de las nervaduras explora esta posibilidad en la construcción Romana: "Bóvedas romanas sobre arcos de resalto." *Archivo Español de Arqueología*, Vol. 64, 1946, pp. 173-208. El tema continúa despertando interés: R. Mark "Robert Willis, Viollet-le-Duc and the structural approach to gothic architecture." *Architectura*, Vol. 7, 1977, pp. 52-64.

25. Nos llamó la atención sobre este punto las observaciones realizadas por Frézier, *Traité de la coupe des pierres...*, op. cit., vol. 3, pp. 24-31., 'Des voûtes d'arêtes gothiques': "...les doëles des Voûtes d'arêtes Gothiques, sont très rarement des portions de surfaces cylindriques, ... , mais chaque Pandentif est une portion triangulaire d'un espece de Sphéroïde irrégulier, dont la surface se courbe depuis sa naissance insensiblement, ... de sorte que chaque Pandentif est une surface à double courbure..."

Por último, Rodrigo Gil aconseja que las claves, primarias y secundarias, vayan perforadas longitudinalmente. Estas perforaciones servirían para colgar lámparas y retirar los encofrados una vez terminada la bóveda.

5.2.4 Pilares y contrafuertes

Tras haber establecido las proporciones generales del templo (relación entre las medidas de las naves y entre éstas y la altura), Rodrigo Gil enuncia sus fórmulas estructurales para dimensionar los pilares y contrafuertes de una iglesia de las proporciones dadas:

Pues que se ha tratado del repartimiento, y de todos sus interbalos sera bien tratar de la grosa de los pilares, y salida de los estribos, para que todo quede medido y proporcionado.²⁶

Rodrigo Gil suministra, como hemos visto, al final de todo el proceso la planta de la iglesia (Figura 5.1.).

5.2.4.a Pilares

La fórmula permite obtener el diámetro del pilar en su base. Dado que en esta época los pilares suelen ser cilíndricos éste es el parámetro más representativo. Lo obtiene en función de las dimensiones de la nave mayor y la altura hasta el arranque de los arcos:

Pues bolbiendo a tratar de la groseza de los pilares digo, que se tomen los pies que tienen por el ancho la nave maior que son 40 y 30 que tiene la capilla de avajo, y sumense y serán 70, junto con estos 70 lo que a de subir esta columna, que son 40 pies, y serán 110, la raiz quadrada de 110 serán 10 y 10/21 abos. Su mitad son 5, 5/21 abos, tanto tenga de diametro la tal columna por la parte de abajo, y esto es lo mas cercano a raçon.²⁷

Si expresamos la fórmula en términos algebraicos tomará la siguiente forma:

$$D = \frac{1}{2} \sqrt{H + L + A}$$

donde: D = diámetro del pilar
H = altura de la nave
L = luz de la nave
A = longitud tramo

26. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 17r.

27. *Ibidem*.

5.2.4.b Contrafuertes

Para hallar el valor del canto del contrafuerte utiliza una compleja fórmula que implica calcular las longitudes de los nervios que acometen en el estribo. Luego divide este número por tres y le suma la altura de la nave hasta las impostas de los arcos. Extrae la raíz cuadrada y obtiene un número del cual la tercera parte es el ancho y las dos terceras partes el canto del contrafuerte:

Para saber la salida del estrivo, toma los pies de circunferencia que tienen todos los miembros que acuden al estrivo, esto se entiende la mitad de cada miembro que es en los terçetes hasta las claves, y los cruçeros asta la clave maior, y el arco asta su mitad, y esto se sume todo junto y de la suma saca la terçia parte; que es lo que rova el molde ordinariamente, la terçia parte y si mas o menos robare, sacalo a el respecto de como fue-re; y esto se reste de lo que montó la suma de lo otro. Echo esto mira lo que sube el estrivo y lo que fuere juntalo con la suma de lo que quedó la resta; de esta saca la raiza quadrada, y lo que saliere a la raiz se parta en tres partes, la una tendra de ancho ²⁸ el estrivo, y las otras 2 tendra de largo con el medio pilar y pared y salida de estrivo.

A continuación realiza los cálculos, paso a paso, para las dimensiones del ejemplo, y afirma que este valor del contrafuerte en su parte superior es el que puede resistir, si bien el 'artifice' puede añadir algo para mayor seguridad:

... y esto es lo que podra sustentar lo que embotan los arcos. Aqui podra el artifice añadirle un poco mas, porque mas ²⁹ hale que llebe de mas que de menos; pero esto es lo que podra susten-tar como queda dicho.

Esta fórmula aparece citada otras dos veces en el manuscrito en distin-tas partes³⁰, por lo que Rodrigo Gil parece considerarla como una regla de uso común y muy segura, como el mismo afirma en el propio capítulo 6, fol. 22r y 22v:

28. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 17v.

29. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 18r.

30. La aplicación de esta fórmula aparece por primera vez en el capítulo 2 donde expone varios ejemplos de dimensionamiento de templos. Aplica la fórmula de corrido como algo de práctica habitual (Simón García Compendio..., Cap.2, fol. 5r.). Aparece de nuevo citada al final del Cap. 6, fol. 22r y 22v.

Pues queriendo buscar la intrinseca raçon, y la irreprobable causa, combendra mirar la manera de la montea que tal templo tiene, y que miembros ofenden a el tal estrivo.... y açiendo todas las circunstancias arriva dichas quedará fuerte, seguro y ermoso, como le toca...

Si expresamos algebraicamente esta regla toma la forma:

$$C = \frac{2}{3} \sqrt{H + \frac{2}{3} \Sigma N}$$

donde: C = canto del contrafuerte en su parte superior
 H = altura del contrafuerte
 ΣN = suma de la mitad de las longitudes de los nervios que acometen al contrafuerte

Como es natural la fórmula también permite calcular los contrafuertes de lo tramos extremos.

5.2.5 Nervios y claves

Tras haber dado reglas para dimensionar pilares y contrafuertes, pasa a considerar los elementos que considera estructurales en las bóvedas: claves y nervios. Estos deben tener las dimensiones correctas porque de no ser así la bóveda puede colapsar y este colapso se produce en general por la insuficiente estabilidad de la bóveda en el momento del descimbramiento.

Por quanto bemos que en las capillas que açen de cruçeria, es bien que se sepa la grandea que an de tener las claves, y que gruesos los miembros, por quanto bemos que muchas se arruinan, o por ser las claves mui pesadas, mas de lo que los miembros pueden sustentar, o por ser tan libianas que la gravedad de los miembros, las lebantan y açen sentimientos. Y diçen aberse apartado las paredes, lo qual es falso, porque la pared no la puede el casco de la capilla apartar, por mala que sea la montea.³¹

A continuación dice que, en ocasiones, son los tejados los que cargando sobre las bóvedas o empujando contra las paredes son los causantes de la ruina; aconseja que estos lleven tirantes y que los muros sean los suficientemente altos como para que las armaduras no afecten a la bóveda. (El aumentar la altura de los muros tiene, además, el efecto beneficioso de centrar más la carga en su interior.)

Los tejados suelen algunas veces cargando sobre las claves ofender, por la carga que tienen; otras veces suelen ofender, estrivando contra las paredes, los quales perjuicios se evitan,

31. Simon García Compendio..., Cap. 6, fol. 22v.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

con subir las paredes tan altas como la clave maior, de manera que los tirantes, no carguen sobre las claves, ni casco.

5.2.5.a Nervios

Da una regla general para obtener el canto de los nervios, diferencian-
do unos de otros en función del trabajo que realizan. Para ello realiza una
analogía con los dedos de la mano: el arco perpiaño es el pulgar, los ter-
celetes estan representados por el índice y el anular, el crucero por el
corazón y el de forma por el meñique.

Pues para tener regla general (que es lo que pretendemos) se entenderá que el dedo polus, se tenga por el arco; y el index, y el anulo por terçeleles, y el de en medio por cruzero, y el auriculi, por forma; y para saber que proporçio tengan estos con la mano, son la mitad de las onzas de estos dedos, que es el largo de la uña.

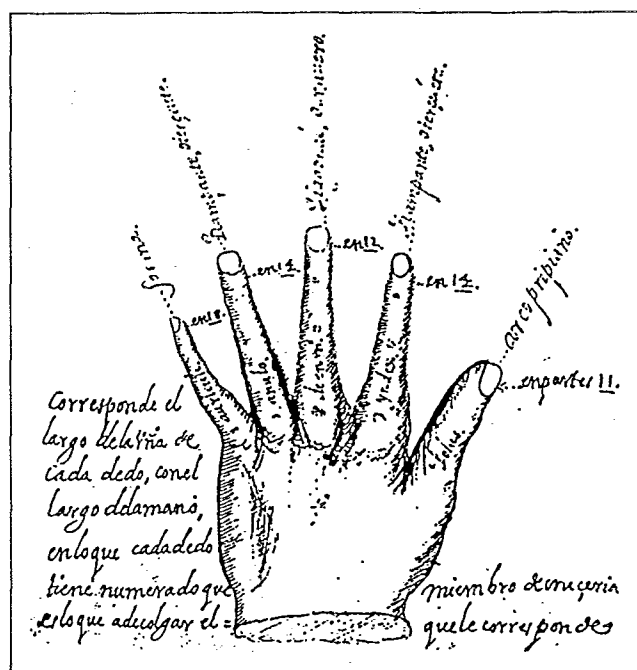


Figura 5.3. Relación de analogía entre los dedos de la mano y los nervios.

32. Ibidem.

33. Simon García Compendio... , Cap.6, fol. 23r.

Basándose en estas proporciones y tras dividir por dos, porque 'una mano mide lo mismo que un rostro y en una nave caben dos rostros' obtiene las proporciones para cada uno de los nervios para la bóveda de un tramo. La aplicación de las proporciones es un poco forzada y parece como si Rodrigo Gil hubiera buscado una forma de adaptar unos valores conocidos al sistema de las proporciones del cuerpo humano. Estas proporciones son las siguientes para un tramo cuadrado de luz L:

- arco perpiaño $1/20 L$
- arco crucero $1/24 L$
- terceletes $1/28 L$
- arco de forma $1/30 L$

Como veremos estos valores se aproximan bastante a un diseño 'óptimo' o de 'mínima cantidad de material' para estos elementos³⁴. Las hemos expuesto en forma algebraica, en el tratado aparecen, como todas las reglas, discursivamente:

...partiendo lo largo o lado de la capilla en 20 partes una sera el alto del arco pripiaño, y que el largo partido de este lado en 24 partes, una sera el alto del cruzero. Y el terçetele una $\frac{28}{38}$, y la forma una de 30. Y de esta manera serán proporcionados, segun lo que trabaja cada uno.

Rodrigo Gil especifica que esta es la fórmula para cuando la altura de los pilares es igual a la luz del tramo; si esta altura es mayor o menor se aumentará o disminuirá el canto de los nervios en la misma proporción. Es preciso también realizar una corrección si la montea, la altura de la bóveda en relación con la luz, fuera más rebajada ('a paynel') de lo normal:

34. Curiosamente las proporciones coinciden bastante bien con las suministradas por Lechler en sus 'Instrucciones', para las bóvedas del gótico tardío alemán. Véase: L. Shelby y R. Mark "Late Gothic structural design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler", op. cit., p. 126.

35. Simón García *Compendio...*, Cap. 6, fol. 23r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Adbiertase que esta regla damos, subiendo la capilla de pie otro tanto como tubiera por lado, y si mas subiera se le añada por regla de 3. Y si menos se le disminuia. No obstante que si la montea fuera a paynel por la mesma regla de 3 se le acreciente segun bajare.

En el caso de que los lados del tramo fueran desiguales se tomará para realizar el cálculo de los nervios la media aritmética de ambas cantidades:

Si fuera perlongada no se toma, el lado maior, ni el menor mas juntese, y partase por medio. Y de aquello se saque esta regla. Exemplo: supongo ser una capilla que tiene por un lado 20 y por otro, 30, juntos son 50. La mitad son 25. Pues de esto se a de sacar y repartir lo dicho.³⁷

Se trata evidentemente de una regla usada con frecuencia en la práctica pues se ha matizado su aplicación para los casos particulares más usuales. Veremos más adelante que, tanto la diferente proporción de los nervios, como las citadas matizaciones tienen una base estructural cierta.

5.2.5.b Claves

Ya al empezar a hablar del dimensionado de los elementos estructurales de las bóvedas Rodrigo Gil destacó el importante papel que juegan las claves. Al estudiar en la Primera Parte de este trabajo los arcos apuntados vimos que la clave ayuda a estabilizar los arcos apuntados y es un elemento esencial en las estructuras ojivales. Para proceder a su dimensionamiento distingue entre los elementos que 'sustentan' y los que 'son sustentados'. Las claves que pertenecen a esta última clase son, lógicamente, las que ayudan a estabilizar los arcos.

En las claves se an de entender los miembros que sustentan y los que son sustentados. Porque los que son sustentados se an de restar de los que sustentan conoçese en que los que sustentan, naçen de los jarjamentos, y los que son sustentados naszen de las claves. Tambien ay claves que sustentan; y otras que son sustentadas, las que estan en el arco del cruzero, o terçelete, son sustentadas. Y las que estan en los ultimos fines de los arcos de los terçeletes, o cruçero, sustentan todas.³⁸

36. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 23v.

37. *Ibídem*.

38. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 24r.

A continuación da una fórmula para determinar el peso de la clave mayor de una bóveda de crucería:

Pues queremos saber una capilla que tiene de lado 20 pies, tiene de cruceiro 28 pies, tiene por circunferencia 44. Y otros 44 del otro arco cruceiro, son 88 pies. Resta lo que es sustentado como el rampante, y allo en sus 4 medios 12 pies. Quitados de 88, quedan 76. De esto saca raíz quadrada, y bienen a la raíz 8 pies y 12/17 abos. Si pesase quintal el pie de cruceiro, la clave maior pesa 8 quintales y 12/17 abos de quintal.

Podemos expresar esta fórmula algebraicamente de la siguiente forma:

$$Q = P \sqrt{\Sigma R - \Sigma S}$$

Q = peso de la clave (quintales)

P = peso cruceiros (quintales/pie)

ΣR = longitud el.sustentantes (pies)

ΣS = longitud el.sustentados (pies)

5.2.6 Torres

Como hemos dicho las anteriores fórmulas aparecen todas ellas en el capítulo 6 donde se muestra su aplicación en base a un ejemplo de iglesia salón de tres naves. En el capítulo 2 aparecen citadas otras fórmulas que permiten dimensionar otro elemento esencial de este tipo de iglesias: las torres.

Rodrigo Gil da dos reglas: una para dimensionar el espesor de la pared y otra para dimensionar el canto de los contrafuertes en su coronación. Estas fórmulas aparecen citadas en uno de los ejemplos que da en este capítulo sobre 'medidas de los templos':

Considerese mas que en este templo ha de aber dos torres que tienen 30 pies cada una por lado, por causa de los fuertes vientos, y el sitio de templo estar en alto, se quatro duple, porque el biento no le empezca con furia, que sumado haze 120.

39. *Ibídem.*

40. Simón García Compendio..., Cap. 2, fol. 5v.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Así pues, Rorigo Gil era muy consciente del papel estabilizador de las pesadas torres del gótico tardío español. A continuación expone las fórmulas para el dimensionamiento de la pared:

Para saber que groseza tengan las pilades por lo alto de arriva, serán de estos 120 pies la raíz quadrada. Su mitad será lo que cave a cada grueso de pared la qual raíz son $11\frac{1}{4}$ pies. Por manera que puesto en el angulo le viene los $5\frac{1}{2}$. Y así a los otros angulos...

y del contrafuerte:

...para el estrivo se parte la suma de toda la altura en que a estas torres, se les da otros 30 pies Para agujas y remates, que todo suma 150 cuja raíz quadrada son 12 pies y $\frac{1}{4}$ su mitad es $6\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$; tanto le cabe al estribo, y esto a de tener quando sea en lo ultimo de la cornija.

Dándole expresión algebraica obtenemos, siendo H la altura de la torre, A su anchura ($H = 4 A$), y E y C los espesores de la pared y el contrafuerte respectivamente en la coronación de la torre:

$$E = \frac{1}{2} \sqrt{H}$$
$$C = \frac{1}{2} \sqrt{H + A}$$

A continuación hace una alusión muy interesante a una matización que hacen a esta regla otros 'arquitectos y arismeticos', diciendo finalmente que esta regla es la mejor de las que 'están escritas'. Esto hace suponer que estas reglas no son un capricho de Rodrigo Gil sino que tenían una amplia difusión entre los constructores del gótico tardío español, constituían el procedimiento habitual de dimensionamiento y, además, estaban publicadas⁴³:

Tambien otros diestros arquitectos y arismeticos, añaden a este alto de los estrivos la semicircunferencia que tiene la media naranja que lo çierra en lo supremo, que en esta traça propuesta le sale 23 pies escasos que juntos con 150, açen 173. Su raíz son 13 y $\frac{4}{31}$ abos su mitad son $6\frac{1}{4}$ y medio poco mas. Y esta es una de las mas llegadas A raçon de las que se allan escritas.

41. *Ibídem.*

42. *Ibídem.*

43. Quizá se refiera a las reglas sobre torres de Alberti. Son las únicas que conocemos publicadas con anterioridad al manuscrito.

44. Simón García Compendio..., Cap. 2, fol. 5v y 6r.

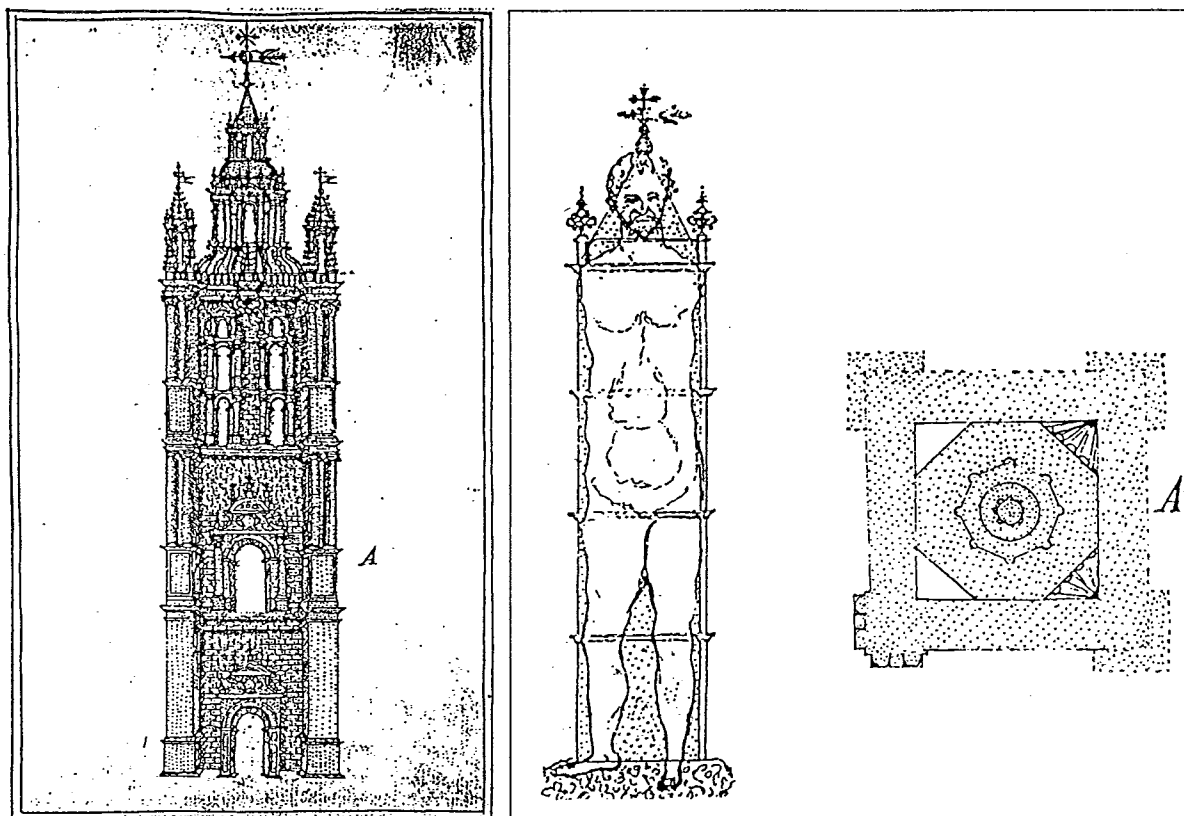


Figura 5.4. Diseño y proporción de torres

Para confirmar el empleo de esta regla por Rodrigo Gil es interesante el Cap. 75 "En que se ponen unas condiciones generales para proseguir un edificio arruinado"⁴⁵. En realidad, se trata de un pliego de condiciones para la construcción de una nueva torre en el emplazamiento de una antigua en ruinas. El alzado de la torre aparece en los fols. 9v y 10r, Figura 5.4. La descripción es sumamente minuciosa y, evidentemente, se trataba de una obra existente. Lo que nos interesa es que los gruesos dados a muros y contrafuertes coinciden con los resultantes de aplicar las reglas anteriores:

45. Simón García *Compendio...*, fols. 135r-137r.

...tendran las paredes 5 pies de grueso en su macizo supremo, y abran disminuido en los dichos 120 pies en cada cornija de cada cuerpo, $\frac{2}{3}$ de pie, de manera que començaran con 7 y acabaran con 5. Así mesmo los 2 estrivos al dicho alto quedaran ⁴⁶ en 7 pies y abran disminuido lo que las paredes, y segun arismeticos es su propia mensura.

La torre tiene de altura 120 pies, hasta la cornisa y 40 pies de ancho. Aplicando las fórmulas anteriores obtenemos los siguientes espesores: para la pared 5.4 pies y para el estribo 6.4 pies. Rodrigo simplemente ha redondeado estos números a pies enteros.

5.2.7 Investigación sobre los contrafuertes: contrafuertes para un arco cualquiera

El conjunto de fórmulas anteriores permite dimensionar los elementos estructurales fundamentales en una iglesia salón cubierta por bóvedas nervadas (pilares, contrafuertes y nervios), así como los de sus torres (paredes y contrafuertes). Se aplican por tanto a un tipo determinado de edificio.

Las reglas que veremos a continuación forman un apartado del Tratado titulado 'Sobre los estribos', al que se puede añadir una anotación suelta en el cap. 16.⁴⁷ En su conjunto presentan el aspecto de ser el resultado de una investigación empírica realizada por Rodrigo Gil sobre el problema de hallar el estribo necesario para un arco cualquiera. Las distintas propuestas presentan una clara evolución en el sentido de su grado de complejidad y generalidad, por lo que es de suponer que reflejan un trabajo desarrollado durante bastante tiempo. Como veremos la exposición y el análisis estructural de estas reglas sugiere el empleo de modelos.

Rodrigo expresa su profundo interés por el tema y su descontento con el estado de la cuestión en su época, al comienzo del apartado:

46. Simón García *Compendio...*, Cap. 75, fol. 136r.

47. Simón García *Compendio...*, Cap. 6, fol. 18r-21v, y Cap. 16, fol. 59r.

Probado he muchas vezes a sacar Raçon del estribo que abrá menester una qualquiera forma y nunca hallo regla que me sea suficiente, y tambien le he probado entre arquitectos españoles y estrangeros, y ninguno paresçe alcançar verificada regla, mas de un solo albedrio; y preguntando por que sabremos ser aquello bastante estrivo, se responde por que lo a menester, mas no por que raçon. Unos le dan el $\frac{1}{4}$ y otros por ciertas líneas ortogonales lo hacen y se osan encomendar a ello, teniéndolo por firme.

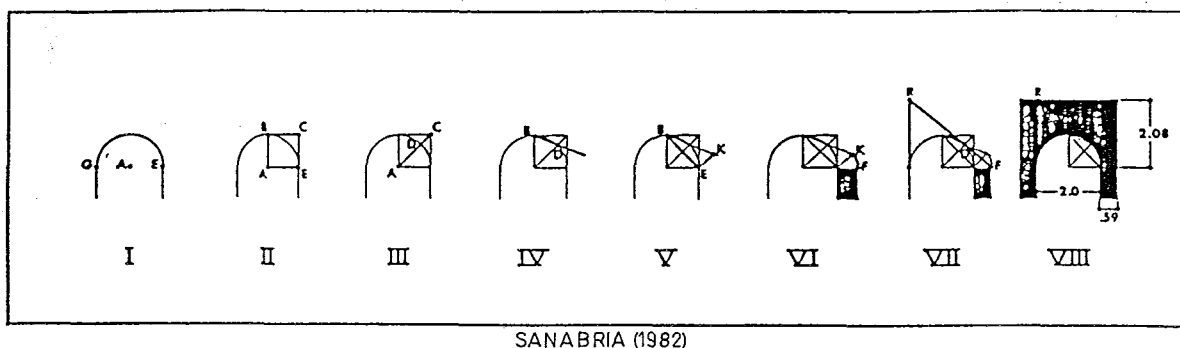
Expondremos a continuación las fórmulas en orden de aparición dentro del manuscrito.

5.2.7.a Reglas 1 y 2. Relación entre contrafuerte y carga

Las dos reglas siguientes permiten obtener el canto de un contrafuerte que sostiene un arco de medio punto, el cual soporta una pared de altura dada.

Regla 1.

La regla adopta la forma de una receta a seguir paso a paso⁴⁹. La construcción geométrica aparece explicada por etapas en la Figura 5.5.



SANABRIA (1982)

Figura 5.5. Regla geométrica n°1 para un arco de medio punto.

48. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 18v-19r.

49. "Formada la manetud del arco que supongo ser á medio punto, en el medio del dicho arco, que es un $\frac{1}{4}$ de circulo, forma un quadrado de lados yguales, como la figura siguiente muestra, y desde A, que es el centro del arco y angulo del cuadrado, tira una línea asta el angulo C, y donde se crusa esta línea con la buelta del arco que será en D, pon la regla y en el angulo B, y pasa esta línea recta a la larga oculta, pues aora tira desde B hasta E otra línea, y del angulo E saca una ortogonal que aga angulo recto con la línea ABE, y mira adonde se crusa con la línea BD y allaras que en K, y teniendo quedo en E, mira donde alcança en el diametro AE y allaras que en F; pues dirás que aquello es lo que toca quanto a regla a el tal arco de estrivo. Y si quisieres saber que tanta carga se le podra encomendar a el tal arco con el dicho estrivo, saca una línea perpendicular por la eleccion del pie derecho, paralela con el hueco del dicho arco, como muestra la línea GM, pues asienta la regla en FD y mira donde corta la línea GM, y y allarás que en el punto R; pues pasa una línea trasbersal a nibel que cause angulo rcto con la línea GM..." Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 19r y 19v.

Se trata de obtener los puntos R y F que definen el canto del contrafuerte y la altura de carga. El reconocimiento de que ambas variables están relacionadas es importante, si bien la construcción produce unas relaciones fijas, que podemos expresar algebraicamente de la siguiente forma⁵⁰, siendo R el radio del arco, L = 2R la luz, E el canto del contrafuerte y Q la altura de carga:

$$E = (2 - 2) R = 0.586 R$$

$$E/L = 1/3.414$$

$$Q = (2/3 + 2) R = 2.081 R$$

La construcción le parece a Rodrigo tener una seguridad suficiente:

... y aquello se puede bien fiar, que ni será mucho trabajar, ni tampoco olgar, ni estará de mas el estrivo.⁵¹

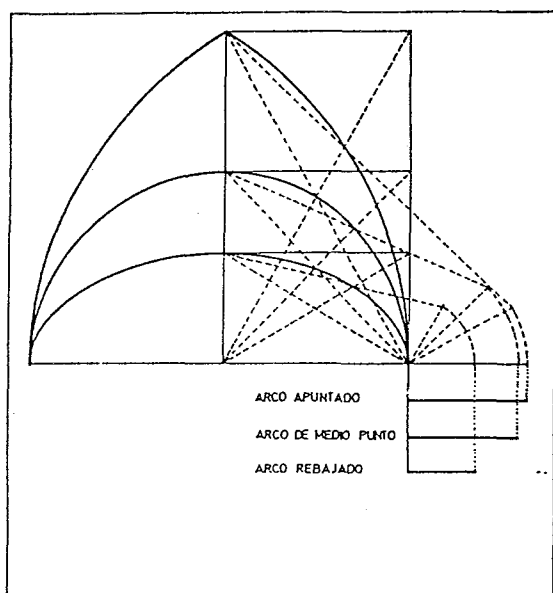


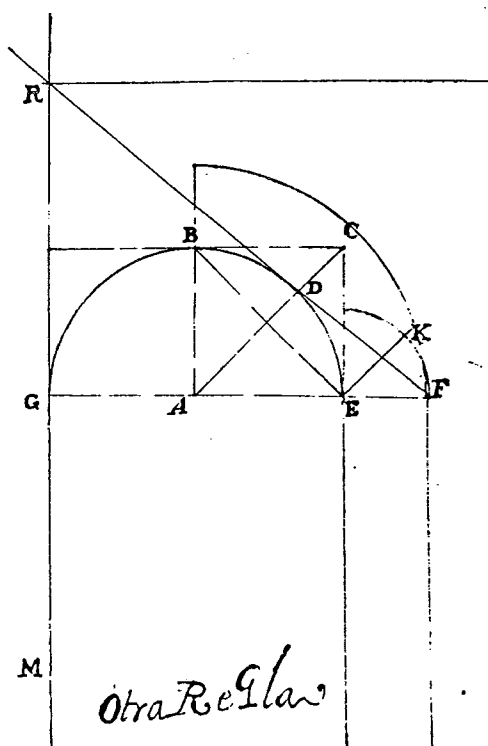
Figura 5.6. Generalización de la Regla n°1

La regla no se puede generalizar a arcos distintos del medio punto (Rodrigo afirma explícitamente que es para este tipo de arcos), ya que conduce a resultados absurdos: el arco rebajado precisa menos y el apuntado más contrafuerte que el de medio punto, como demuestra la figura.

50. Según Sanabria, op. cit., pág. 287.

51. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 19v.

Y mira donde corta la línea GM. Tállarás que en el punto R. pues para la línea transversal aníbel que cae en el punto R. con la línea GM. y aquello se puede bien fiar, queni será mucho trabajar, Nitampoco el garro estará demás el estribo =

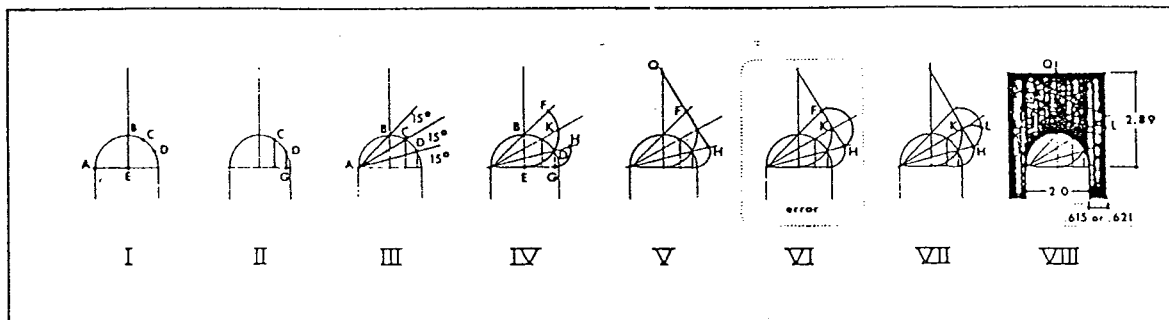


Parte el un quarto dela circunferencia en 3. par
tes. Y baya plomos. puestira de **A** asta **B**. y **C**. y **D**. pue
loque ay de **B**. a **E**. pónlo de **B**. asta **F**. Y loque ay de **D**. a **G**.
ponlo desde **D**. asta **H**. puestira desde **H** a **F**. Ynalinea y con
sarã lalinea **A**. **C**. en **I**. pues pon la punta del compas en **B**. Y hasta
en **E**. Yalcuã en **K**. y de allí circunda con la cantidad que ay
desde **K**. asta **H**. Y con esta distancia desde **H**. señala en **L**.

Figura 5.7. Regla n°1. Dibujo original del manuscrito

Regla 2

Esta regla es análoga a la anterior. Se trata también de una construcción geométrica, expuesta paso a paso, y, como antes, se obtienen dos puntos que definen el canto del contrafuerte para una la altura de carga en un arco de medio punto⁵². La construcción se explica en la Figura 5.8.



SANABRIA (1982)

Figura 5.8. Regla geométrica n°2 para un arco de medio punto

Las relaciones que resultan en este caso, empleando la misma notación que antes, son las siguientes⁵³:

$$E = 0.626 R$$

$$E/L = 1/3.25$$

$$Q = 2.894 R$$

Como era de esperar, al aumentar la carga aumenta el contrafuerte a igualdad de luz. Como en el caso anterior, Rodrigo afirma al final de su exposición que de esta forma se obtiene el contrafuerte necesario, ni más, ni menos:

... y aquella carga podra sostener sin que aya menester mas estrivo ni este superfluo.⁵⁴

52. "Parte el un quarto de la çircunferençia en 3 partes y baja plomos, pues tira de A asta B y C y D, pues lo que ay de B a E ponlo de B asta F y lo que ay de D a G, ponlo desde D asta H, pues tira desde H a F una linea y cortarà la linea AC en I, pues pon la punta del compas en B y la otra con E, y alçarà en K y de alli çircunda con la cantidad que ay desde K asta HF y con esta distançia desde H señala en L. Pues baja perpendicular paralela con el semidíametro como LMN muestran." Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 19v y 20r.

53. Según Sanabria, op. cit., págs. 288-289.

54. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 20r.

En estas dos reglas geométricas aparece un ajuste de dos variables. Esto es interesante ya que parece, como sugiere Sanabria⁵⁵, que se hubieran realizado ensayos con dos arcos de la misma luz y diferentes contrafuertes aumentando la carga hasta que se producía el colapso, para luego fijar las proporciones obtenidas con un cierto margen de seguridad. Estos ensayos podrían haberse hecho sobre modelos o con arcos de piedra 'reales' ya que la posición de Rodrigo Gil como maestro mayor de las fábricas de Salamanca y Segovia disponía de suficiente mano de obra a su cargo para realizar los ensayos descritos. En el manuscrito sin embargo no aparece la menor referencia al respecto.

Lo que sí se puede afirmar con certeza es que Rodrigo Gil estaba familiarizado con el concepto de 'coeficiente de seguridad' como se deduce de las observaciones antes citadas sobre el contrafuerte necesario.

5.2.7.b Regla 3. Generalización del problema del arco de medio punto

La construcción que expone a continuación constituye un intento de establecer una regla estructural general que determine las proporciones correctas de un arco y sus contrafuertes. La regla considera todos los parámetros geométricos que intervienen: canto del arco, luz del vano (diámetro del arco), canto y altura del contrafuerte.

Los párrafos en los que Rodrigo Gil expone su regla son bastante oscuros⁵⁶; sin embargo, una lectura detenida y la comparación con la figura del

55. Sanabria, op. cit., p.283.

56. "Dibide el diametro en 3 partes yguales, y por quanto segun regla de analogia le biene un sesto, ponlo en superficie que supongo ser A y C, tira de A asta C y cortará el plomo paralelo en D y eso es el pie derecho, y lo que ay de C asta E es la magnitud, y si a de subir tanto y medio que es de 2 de hueco, 3 de alto, se le da la una quinta parte a la rosca que sera en H; pues tira desde H asta K y cortará al diametro en L, y lo que ay de L a E es lo que le cabe, y si mas sube se le de por la raçon de la regla de 3, diciendo: si doce pies que este arco tiene de hueco bienen a la rosca 2, de tanto, que le bendrá, ni mas ni menos será en la salida de este mesmo estrivo, será por regla de 3, diciendo: si de 12 de hueco bienen 4 y un ochavo de salida de estrivo, de tanto, que bendrá estos es subiendo su cuadrado de pie derecho mas si es que sube tanto y medio, como si tiene 12 de hueco 18 de pie derecho, tenga de rosca la una quinta parte que serán 2 pies y mas $\frac{2}{5}$ que

fol. 21r, permiten deducir el procedimiento. El mérito de haberlo descifrado corresponde a Sanabria⁵⁷; Kubler y Hoag lo ignoran por su dificultad, la cual atribuyen a un error de transcripción por parte de Simón García.

La regla relaciona mediante una traza geométrica el canto y la luz del arco y el canto y la altura del contrafuerte, para arcos de medio punto, si bien en el propio dibujo aparece un tanteo de lo que podría ser su aplicación a los arcos apuntados; más tarde esto se convertirá en su última regla geométrica 'para todo tipo de arcos' que veremos más adelante.

Sanabria interpreta el trazado superpuesto de los arcos ojivales como un sistema para encontrar la altura de carga; esto no aparece citado en el manuscrito y la naturaleza de la última fórmula, que no acierta a interpretar, establece este dibujo como un tanteo intermedio.

Rodrigo explica el método citando dos casos concretos con proporciones determinadas, si bien tanto su dibujo, superponiendo ambas construcciones, como la discusión escrita que les sigue expresan en forma explícita la generalidad de la construcción:

... y sabida la rosca, será sabida la grandeza del estrivo, usando la regla de 3, y sabido el hueco y alto del pie derecho, por la dicha regla de 3, se sabrá la rosca, y estrivo.⁵⁸

Para que la anterior afirmación sea cierta es preciso que el canto del arco, la 'rosca', sea función de la luz, el 'hueco', como así hace Rodrigo más arriba en el texto y como es práctica habitual para el dimensionado de arcos de fábrica como hemos visto en la primera parte de este estudio. Además, de no ser así, la regla daría lugar a resultados absurdos, puesto que un

será haciendo un pie 5 partes, y tomar las 2; de manera que le viene de los dichos 12 pies, 2 pies y 2/5, esto es de rosca, y de aquí se sacará para otro; y sabida la rosca, será sabida la grandez del estrivo, usando la regla de 3, y sabido el hueco y alto de pie derecho, por la dicha regla de 3, se sabrá la rosca, y estrivo." Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 20v.

57. S.L. Sanabria "The Mechanization of Design...", pp. 289-290.

58. Ibídem.

arco de más canto, y por tanto con más carga, precisaría de menos contrafuerte. Esto es cierto en la hipótesis de un arco sometido a su propio peso, sobre contrafuertes.

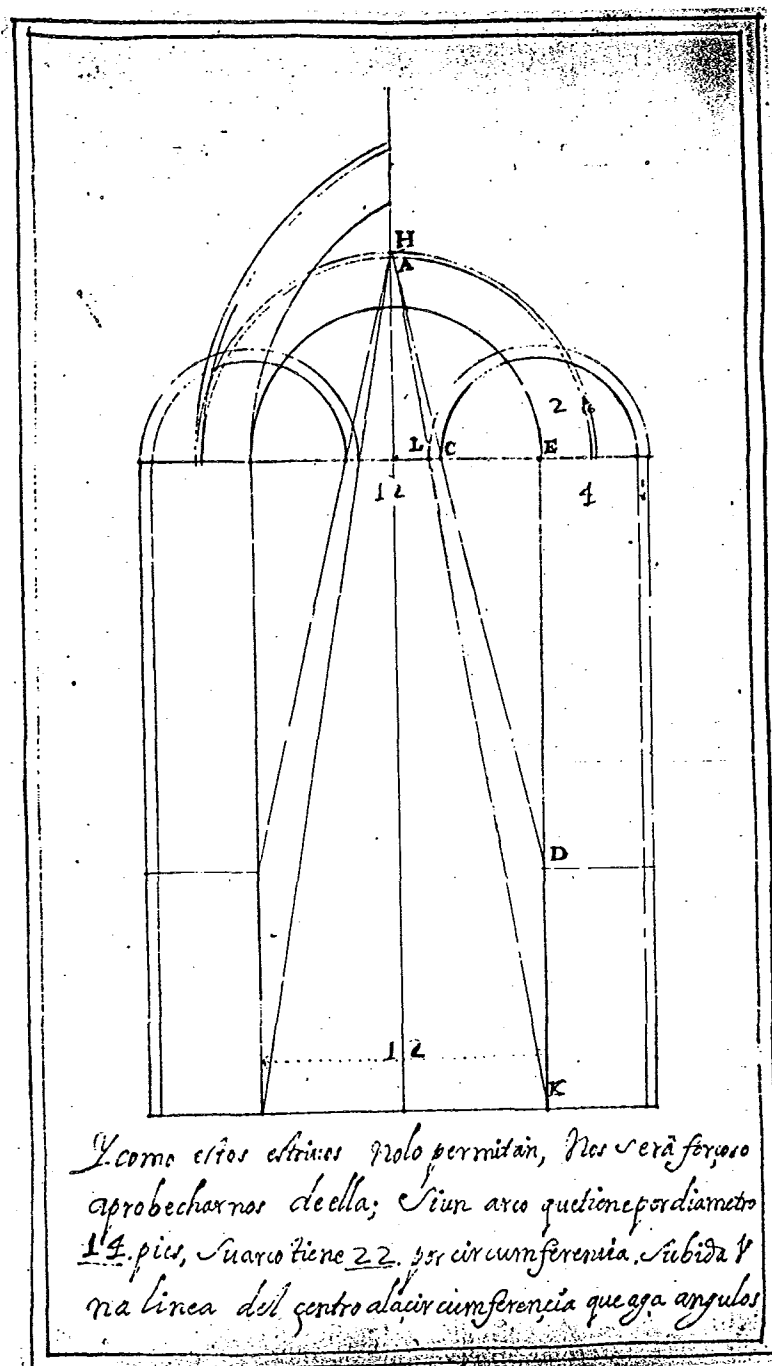
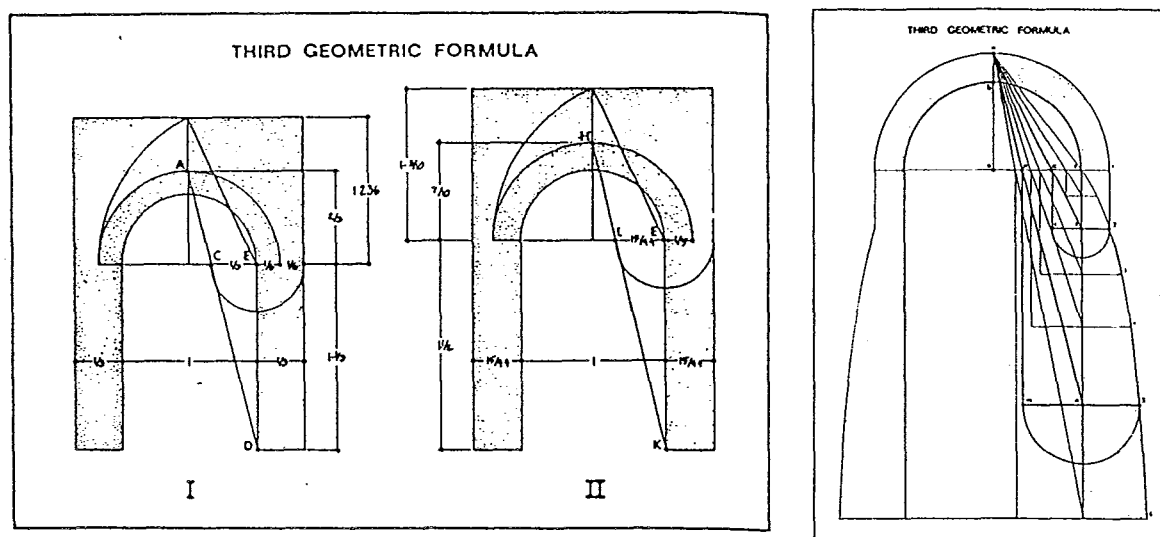


Figura 5.10. Regla nº3. Dibujo original del manuscrito



SANABRIA (1982)

Figura 5.11. Regla nº3. Interpretaciones de Sanabria

5.2.7.c Regla 4. Contrafuerte para cualquier tipo de arcos

La siguiente regla aparece al final del capítulo de 16, 'Reglas generales para disminuir las columnas', en el folio 59 recto, fuera de todo contexto, y del mencionado apartado 'Sobre los estribos'. La intercalamos sin embargo a continuación por ser un desarrollo evidente de la regla anterior. La regla consiste en un dibujo, análogo al de la regla número 3, que lleva al lado el siguiente texto:

Esta demostración sirbe para saber lo que le toca de estribo a cualquiera enero de arco.

En la figura aparecen representados tres tipos de arcos, apuntado, de medio punto y rebajado, representados por sus líneas de intradós, cubriendo la misma luz. Dada una altura, representada por un punto sobre la vertical que pasa por el arranque del arco, el contrafuerte de cada uno de ellos se obtiene uniendo el punto medio de la curva de intradós con dicho punto. La

regla, como puede apreciarse en la figura, da menores contrafuertes para los arcos apuntados y mayores para los rebajados.

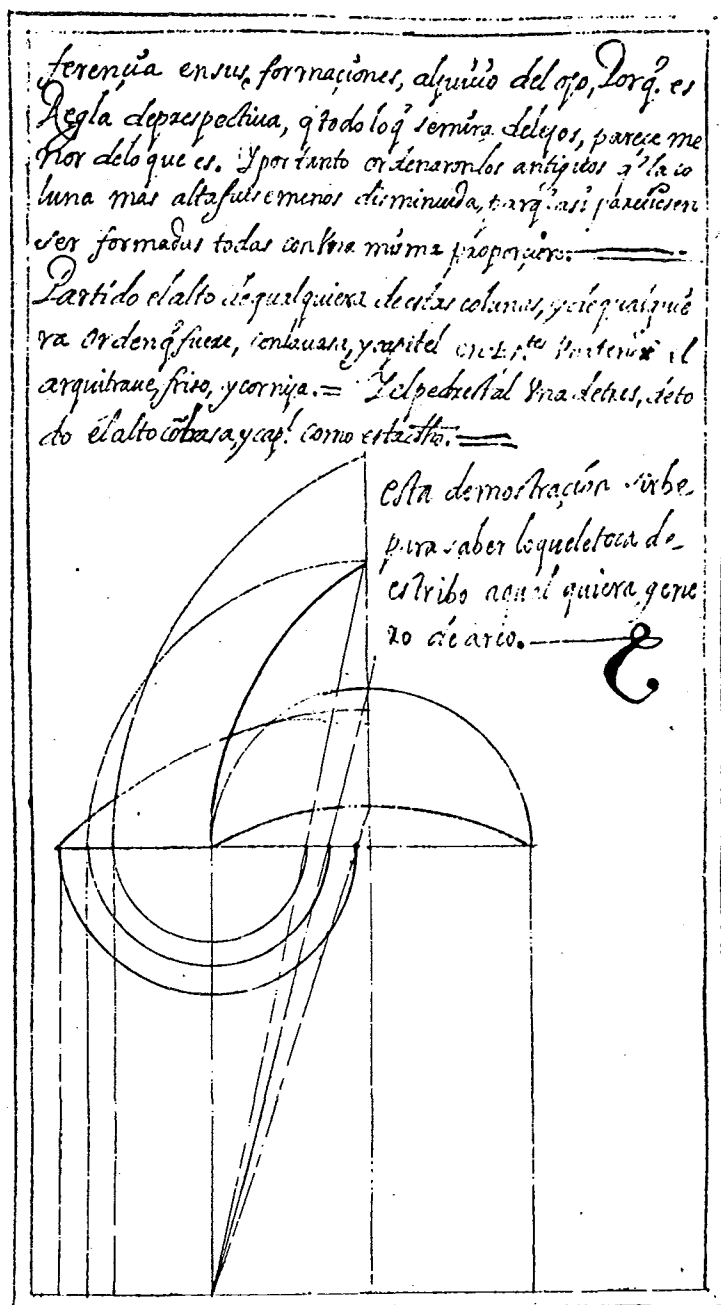


Figura 5.12. Regla n°4. Dibujo original del manuscrito

En relación con la regla número 3, las diferencias consisten en su generalización para todo tipo de arcos y en la supresión en la construcción del espesor del arco.

Esta simplificación, que Sanabria interpreta como un error o una simplificación del dibujo, supone una verdadera mejora en la fórmula que de esta forma se hace más sintética y representativa.

¿Porqué decimos ésto? En arcos sometidos a su propio peso o cargados por un relleno extradosado horizontalmente, el diseño del arco se reduce a una relación canto/luz que varía según la forma del arco. Dado que podemos considerar esta relación fija, si consideramos un buen diseño del arco, el canto desaparece como variable. Así pues, no se trata de un error sino de una mejora.

Esta simplificación aparece en otras reglas geométricas que veremos más adelante y simplemente implica que la construcción es válida solamente para unos determinados estados de cargas que incluyen, como veremos, los más usuales.

5.2.7.d Regla 5. Fórmula aritmética para el contrafuerte de un arco de medio punto

Esta regla aparece inmediatamente a continuación de la regla 3. Su ámbito de aplicación es el mismo: se trata de hallar el contrafuerte de un arco semicircular para una altura dada. Emplea para ello una fórmula algebraica que considera mejor por su mayor precisión y, problablemente, sencillamente por usar lo que para él es su herramienta más sofisticada, la raíz cuadrada.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

No contentandonos con los dicho, por ser la arismetica una disçiplina que no rescive engaño y como estos estrivos no lo permitan, nos será forçoso aprovecharnos de ella...

Como de costumbre y para mayor claridad, Rodrigo Gil da primero un ejemplo, lo que resulta muy útil dado que su exposición general es muy confusa:

...si un arco que tiene por diametro 14 pies, su arco tiene 22 por circumferencia, subida una linea del çentro a la çircumferençia que aga angulos rectos con el diametro, parte el diametro en 2 partes y viene a tener 11 pies, lo que sube de pie derecho es tanto como tiene de hueco, que es 14 pies; juntandolos con 11, montan 25, raiz quadrada de 25 son 5, tantos pies tenga el estrivo... De lo dicho se advierta que la mitad del arco se junte su balor de dicho medio arco, con el balor de todo lo que sube de pie derecho, y de ello se saque la raiz quadrada, y que este estribo a de ser de la groseça del mismo arco.

Si expresamos algebraicamente la fórmula llamando E el espesor del contrafuerte, C a la longitud de la semicircunferencia y H la altura del contrafuerte:

$$E = \sqrt{H + C/2}$$

La forma es similar a la fórmula pára hallar los contrafuertes de una iglesia salón y, probablemente esta derivada de allí. Como puede verse fácilmente sólo es aplicable a arcos de medio punto, ya que si la usamos para arcos apuntados o rebajados da el mismo resultado contrario a la práctica de que el arco apuntado tendría más contrafuerte y el rebajado menos⁶¹.

Sin embargo, a pesar de este evidente defecto Rodrigo Gil considera esta fórmula como la mejor de las que había expuesto hasta el momento (reglas 1, 2 y 3): "Esto allamos lo mas çercano y racional de todas las reglas..."⁶².

59. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 20v y 21r.

60. Simón García Compendio..., Cap. 6, fol. 21v.

61. A la fórmula para el contrafuerte de las iglesias salón se le puede achacar el mismo fallo; sin embargo, como hemos visto el mismo Rodrigo Gil matiza su aplicación y dice que en el caso de que sea rebajada se aumente el contrafuerte en la misma proporción. Quizá tuviera en mente la misma corrección para esta última.

62. Ibidém.

5.3 Martínez de Aranda

5.3.1 El manuscrito

Ginés Martínez de Aranda, arquitecto natural de Baeza, que desarrolló su actividad profesional en Andalucía y Galicia en la segunda mitad del siglo XVI y principios del XVII, nos dejó un manuscrito sobre el arte de la cantería.

El manuscrito⁶³ del que se tenía alguna referencia sobre su existencia⁶⁴, ha sido descubierto recientemente en la Biblioteca de Ingenieros del Ejército de Madrid⁶⁵, y pasa a formar parte del muy escaso número de tratados sobre cantería y estereotomía anteriores al siglo XVII⁶⁶.

No tiene fecha, pero Bonet Correa lo sitúa aproximadamente a finales del siglo XVI⁶⁷. La obra está dividida en cinco partes. La primera trata de 'arcos dificultosos', la segunda de 'capialçados y puertas', la tercera de 'caracoles y escaleras', la cuarta de 'pechinas y bobedas' y la quinta de 'capillas y ochabos'. La copia que se conserva, realizada en la segunda mitad del siglo XVII, es incompleta y faltan las dos últimas partes.

A pesar de ello, constituye uno de los más completos tratados de cantería pues contiene 131 cortes distintos (el libro de De l'Orme contiene 51 trazas, el de Vandelvira 104, y el del Padre Tosca 75)⁶⁸.

63. Ginés Martínez de Aranda *Cerramientos y trazas de montea*. Ms. Biblioteca del Museo de Ingenieros, Servicio Histórico Militar.

64. Véase: A. Bonet Correa "Ginés Martínez de Aranda, arquitecto y tratadista de cerramientos y arte de montea.", en: G. Martínez de Aranda *Cerramientos y trazas de montea*, Madrid: CEHOPU, 1985, pp. 13-34.

65. Véase: J. Mañas Martínez "El tratado de Ginés Martínez de Aranda: Breve historia de un descubrimiento.", ibídem, pp. 9-12.

66. Véase: S. L. Sanabria "From Gothic to Renaissance Stereotomy: The Design Methods of Philibert de l'Orme and Alonso de Vandelvira.", *Technology and Culture*, Vol. 30, 1989, pp. 266-299.

67. A. Bonet Correa "Ginés Martínez de Aranda...", op. cit., pp. 22 y 30.

68. Véase A. Bonet Correa "Ginés Martínez de Aranda...", op. cit., pág. 24.

5.3.2 Regla para dimensionar contrafuertes y arcos

La primera parte del manuscrito que trata de arcos presenta en el primer apartado, *Difinitiones*, diversas construcciones básicas sobre arcos, por ej. como ejecutar arcos apuntados o rebajados a partir de arcos de medio punto, o como extender un arco sobre una circunferencia. Entre este tipo de construcciones básicas, tratadas como axiomas, sin demostración, aparecen las reglas para dimensionar contrafuertes y arcos.

La regla para los contrafuertes consiste en dividir el arco del intradós del arco en tres partes y en proyectar una de ellas sobre el diámetro; la distancia entre este punto y el arranque del arco es el canto que debe darse al contrafuerte. La exposición es clara, sintética, y viene aplicada a los tres tipos fundamentales de arcos: semicircular, rebajado y apuntado, aunque luego especifica que se puede aplicar a cualquier tipo de arcos. La transcribimos a continuación:

Difinition quinta muestra Restribar los arcos y darles sus gruesos

Para Restribar el arco çimicirculo .X. le repartiras su çircunferencia en tres partes y por una destas que es el punto .a. baxaras un plomo perpendicularmente que baya a tocar su diamitro al punto .b. y lo que ubiere des del punto .b. al punto .c. eso tendra de Restribo este dicho arco çimicirculo.

Para Restribar el arco en Segmento menor de circulo .Y. le Repartiras su çircunferencia en tres partes y por una dellas que es el punto .d. baxaras un plomo de quadrado que toque en el punto .e. y lo que ubiere des del punto .e. al punto .f. eso tendra de Restribo este dicho arco en Segmento menor de çirculo.

Para Restribar el arco apuntado .Z. le Repartiras su çircunferencia en tres partes y por una dellas que es el punto .g. baxaras un plomo de quadrado que toque en el punto .h. y lo que ubiere des del punto .h. al punto .i. eso tendra de Restribo este dicho arco apuntado y desta manera se an de Restribar todas qualesquiera manera de arcos..⁶⁹

A continuación da la regla para obtener el espesor de las dovelas de los arcos. La regla da el canto del arco como una fracción entera del vano, pero esta fracción varía en función de su tamaño:

69. G. Martínez de Aranda *Cerramientos y trazas...*, op. cit., pp. 3-4.

Tamaño	e / L
arcos de 5 - 10 pies de luz	1/6
arcos de 10 - 20 pies de luz	1/8
arcos de 20 - 40 pies de luz	1/10

Tabla 5.1 Espesores de arcos según Martínez de Aranda

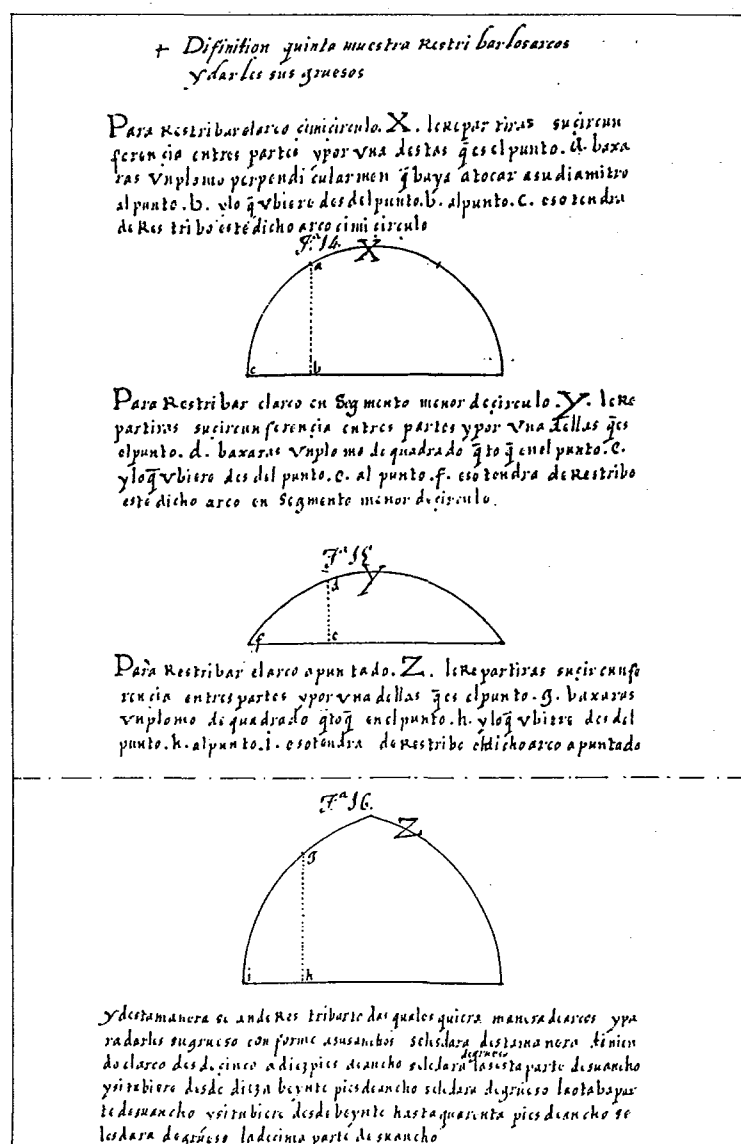


Figura 5.13. Martínez de Aranda: dibujos y texto del manuscrito

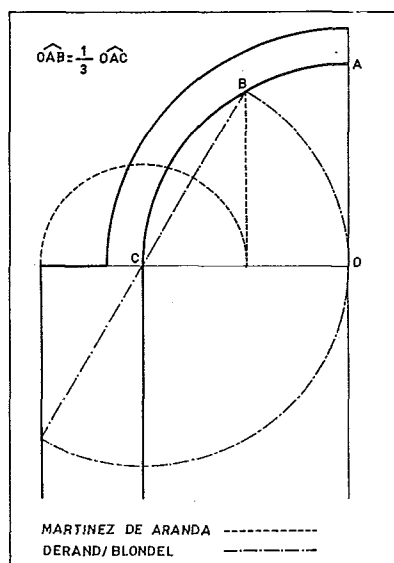
INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

En el manuscrito la exposición es discursiva, sin fórmulas ni quebrados:

... y para darles su grueso conforme a sus anchos se les dara desta manera teniendo el arco desde cinco a diez pies de ancho se le dara de grueso la sesta parte de su ancho y si tubiere desde diez a beynte pies de ancho se le dara de grueso la otava parte de su ancho y si tubiere desde beynte a quarenta pies de ancho se les dara de grúeso la decima parte de su ancho. 78

5.3.3 Origen, difusión e importancia de la regla de Martínez de Aranda

La regla de Martínez de Aranda para el dimensionamiento de contrafuertes es la misma, con una construcción geométrica simplificada, más abstracta, que la conocida como 'regla de Blondel'. Esta regla había aparecido publica-



da por primera vez en el tratado de esteorotomía del Padre Derand en 1643⁷¹ y fue posteriormente popularizada por su aparición en el curso de Blondel⁷², de donde le viene el nombre de 'regla de Blondel' con el que se la conoce normalmente.

Figura 5.14. Equivalencia entre las reglas de M. de Aranda y Derand

70. G. Martínez de Aranda *Cerramientos y trazas...*, op. cit., pp. 4-5.

71. F. Derand *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûtes*. Paris: Sebastian Cramoisy, 1643, Chapitre VI, "Du trait des pûssées des voûtes, d'où on infere quelles épaisseurs doivent avoir les murs, & arcbutants qui les portent", pp. 16-17. Es interesante que Derand especifica que la regla se aplica a los contrafuertes tanto si éstos forman parte del muro como si son exentos y reciben el empuje de los arbotantes: "... il n'est pas toujours necessaire que les susdites épaisseurs trouvées par la pratique ... se gardent en toute l'estendue des murs qui portent les voûtes: ainsi il suffira de les conserver á l'endroit des arcs principaux, où elles formeront des avances, lesquelles se nomment vulgairement, corps saillans ou arcbutants."

72. F. N. Blondel *Cours d'Architecture*. Paris: Lambert Roulland, 1675 y 1683, Livre VI, Chapitre VII "De quelques autres especes d'Arcs.", pp. 418-19.

Tiene sin duda su origen en el gótico. Viollet-le-Duc⁷³ la cita en ese sentido, así como Ungewitter⁷⁴, aunque ninguno de ellos menciona fuentes documentales concretas.

Los constructores góticos la podrían haber usado tanto para dimensionar arcos como para los contrafuertes de sus naves de crucería⁷⁵. En este sentido, aunque es aventurado sacar conclusiones en base a la superposición de trazados geométricos sobre edificios existentes, hemos aplicado la regla a la nave única de la Catedral de Gerona y hemos encontrado una coincidencia perfecta, en base a la sección realizada por Bassegoda. Sin embargo, la regla no aparece citada en los debates de la comisión de expertos convocada para decidir la construcción de esta gran bóveda de piedra; más adelante discutiremos en detalle las conclusiones de esta comisión y su importancia.⁷⁶ Warth realizó la misma comprobación para dos construcciones del gótico alemán: la iglesia de Wimpfen y la catedral de Freiburg. También realizó la prueba con las dimensiones de los contrafuertes calculados por Hübsch empleando la cantenria para la iglesia católica de Bulach con idéntico resultado.

La regla tuvo una enorme difusión posterior y aparece expuesta, como veremos, en numerosos tratados de arquitectura en los siglos XVII y XVIII

73. E. Viollet-le-Duc, E. *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*. Paris: Ve A. Morel & C., editeurs, 1874.

74. G. G. Ungewitter *Lehrbuch...*, op. cit., pp. 273-76.

75. Ungewitter *Lehrbuch...*, op. cit. pp. 273-74, la considera en este sentido. Apoya esta hipótesis un comentario de Derand sobre la aplicación de la fórmula: "...il n'est pas toujours nécessaire que les susdites épaisseurs trouvées par la pratique ... se gardent en toute l'estendue des murs qui portent les voûtes ... il suffira de les conserver à l'endroit des arcs principaux, où elles formeront des avances, lesquelles se nomment vulgairement, corps saillans ou arcsboutants.", op. cit. pág. 16.

76. Véase J. Bassegoda *La Catedral de Gerona. Apuntes para una monografía de este monumento*. Barcelona: Tipografía de Fidel Giró, 1889, donde se recogen y discuten parte de las actas, y B. Bassegoda *Muste Fermento Científico de la Estática*. Barcelona: Imprenta Ange Ortega, 1970, pp. 16-18, donde discute algunas implicaciones en relación con la historia de las estructuras.

(además de las obras ya citadas de Derand y Blondel)⁷⁷. Para arquitectos con una gran experiencia constructiva como Vittone era la regla más segura⁷⁸. Con el nacimiento y difusión del cálculo de estructuras recibió fuertes críticas por su carácter empírico, sin embargo aparece todavía citada como un buen método aproximado a finales del siglo XIX⁷⁹, e, incluso en este siglo⁸⁰.

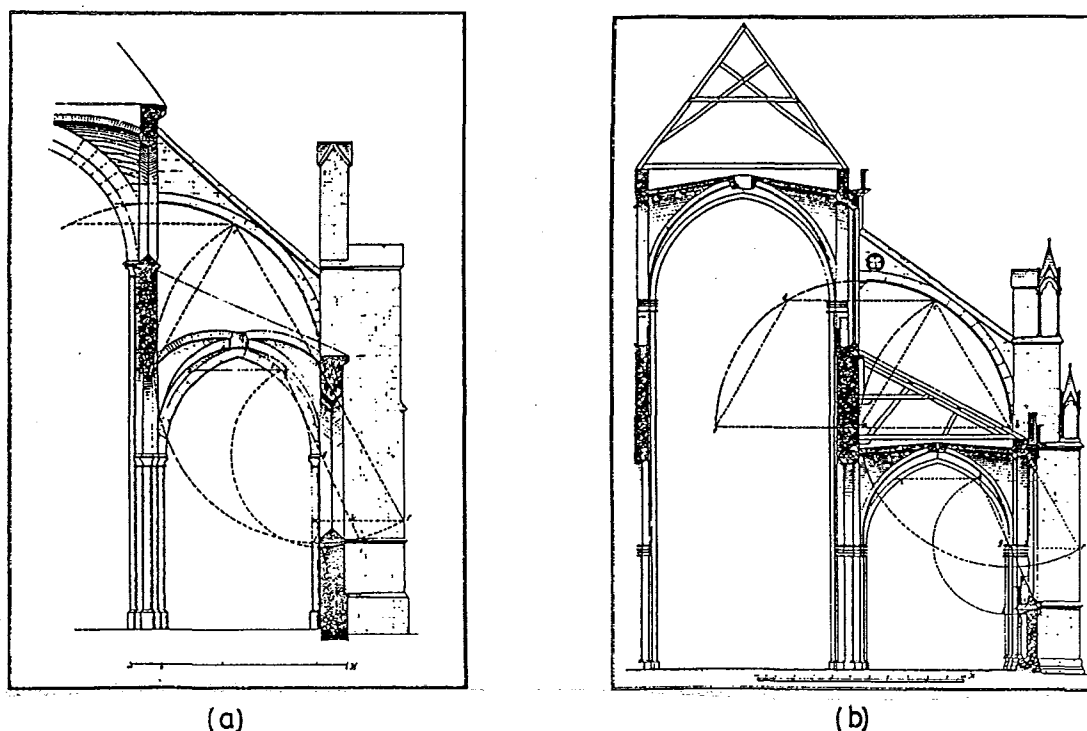


Figura 5.15. Iglesia de Wimpfen (a) y Catedral de Freiburg (b)

77. La regla aparece también en el muy popular tratado de J. B. de la Rue *Traité de la Coupe des Pierres...*, París: 1728, "Regle pour trouver l'épaisseur des piedroits, pour toutes sortes d'Arcs, par rapport à leur poussées.", pp. 182-83. En alemania se cita en uno de los manuales más conocidos: C. F. von Wolff, *Der Anfangs-Gründe aller mathematischen Wissenschaften...*, 4a ed. Leipzig: 1732, como el método más habitual. Del mismo aparece mencionada en la monumental enciclopedia de Zedler: J. H. Zedler, *Grosses vollständiges Universal-Lexikon Aller Wissenschaften und Künste...*, Halle und Leipzig: 1735., Band 10, término 'Gewölbe'.

78. B. A. Vittone *Istruzioni elementari per indirizzo dei giovani allo studio dell'Architettura*, Lugano, 1760. Citado por E. Benvenuto *La Scienza delle Costruzioni e il suo sviluppo storico*. Firenze: Sansoni, 1981, pp. 323-24.

79. Véase en E. Barberot *Traité de Constructions Civiles*. Paris: Librairie Polytechnique, 1895, 'Stabilité de voûtes', pp. 91-97, donde cita aparece expuesta la regla.

80. La regla aparece como un método aproximado en C. Esselborn, *Tratado General de Construcción*. Barcelona: Gustavo Gili, 1928, Vol. I, pp. 139-140, edición española de un tratado alemán muy popular a finales del siglo pasado y comienzos de este. También se cita en el mismo sentido en F. Cassinello *Bóvedas y cúpulas de ladrillo*. 2a Ed. Madrid: Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1964.

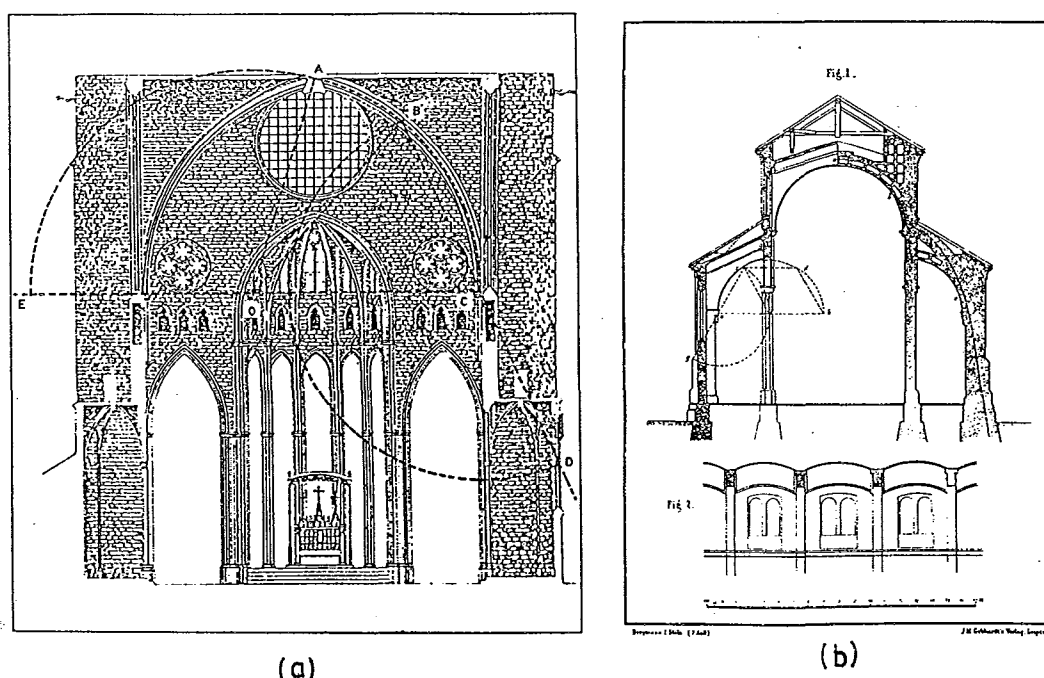


Figura 5.16. Catedral de Gerona (a) e Iglesia Católica de Bulach (b)

La aparición de esta regla en el manuscrito de Martínez de Aranda, con 50 años de antelación y más de 1000 km de distancia con respecto a su publicación en el libro de Derand es importante pues demuestra el alto grado de difusión y aceptación de este tipo de reglas proporcionales entre los constructores del gótico tardío⁸¹.

81. La regla quizá tenga un origen más antiguo. No es este el lugar para hacer una digresión que intente explicar la rapidísima difusión del arte gótico en Europa tras su primera entrada por Montecassino, pero cabe pensar si los constructores góticos no recibirían de los bizantinos, además de la forma apuntada su bagaje de experiencia acumulada en la forma de este tipo de reglas estructurales de extraordinaria sencillez y amplio espectro de aplicación. Esta hipótesis aparece por primera vez en: A. Hertwig "Aus der Geschichte der Gewölbe. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte." *Technikgeschichte* Band. 23, 1934. pp.86-93. Sobre el empleo de reglas estructurales por los arquitectos bizantinos véase: A. Petronotis "Der Architekt in Byzanz", *Bauplanung und Bautheorie der Antike (Diskussionen zur archäologischen Bauforschung 4)*. Berlín: Wasmuth, 1984. págs. 329-341.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

5.4 Hernán Ruiz

5.4.1 El manuscrito

El manuscrito de Hernán Ruiz el Joven que se conserva en la Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid⁸² aborda numerosas disciplinas relacionadas con la arquitectura: geometría, proporciones, órdenes clásicos, relojes solares, ... precedidas de una traducción de Vitruvio. Los temas aparecen desordenados y tratados desigualmente. No sabemos, por tanto, si el autor tenía intenciones de publicarlo o, lo que parece más probable, se trataba simplemente de una colección de textos y dibujos de uso personal.

5.4.2 Regla para contrafuertes

Dentro de la enorme diversidad de temas que trata el manuscrito, Hernán Ruiz nos da una regla para encontrar el contrafuerte correspondiente a cualquier arco. La regla aparece en tres lugares distintos del manuscrito, folios 23, 25 y 79, con texto y figura explicativa en cada caso. Los textos son algo confusos, pero con ayuda de las figuras, hemos podido descifrar el procedimiento aludido por Hernán Ruiz. Consideremos un semiarco cualquiera:

- 1) dividimos su línea de extradós en dos partes iguales;
- 2) trazamos por dicho punto medio del arco una tangente a dicha línea de extradós;
- 3) el punto de intersección de la tangente con la línea horizontal definida por el arranque del arco, nos da el espesor del contrafuerte.

82. Hernán Ruiz *Libro de arquitectura*. Ms. R.16, Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Existe una edición crítica publicada por P. Navascués Palacio *El Libro de Arquitectura de Hernán Ruiz el Joven. Estudio y edición crítica por ...* Madrid: E. T. S. Arquitectura, 1974. También del mismo autor: "El 'manuscrito de arquitectura' de Hernán Ruiz, el Joven." *Archivo Español de Arte*, Vol. 44, 1971. pp. 295-331, 12 láms.

El procedimiento aparece aplicado a los tres tipos básicos de arco, apuntado, de medio punto, y rebajado en la Figura 5.17 (d).

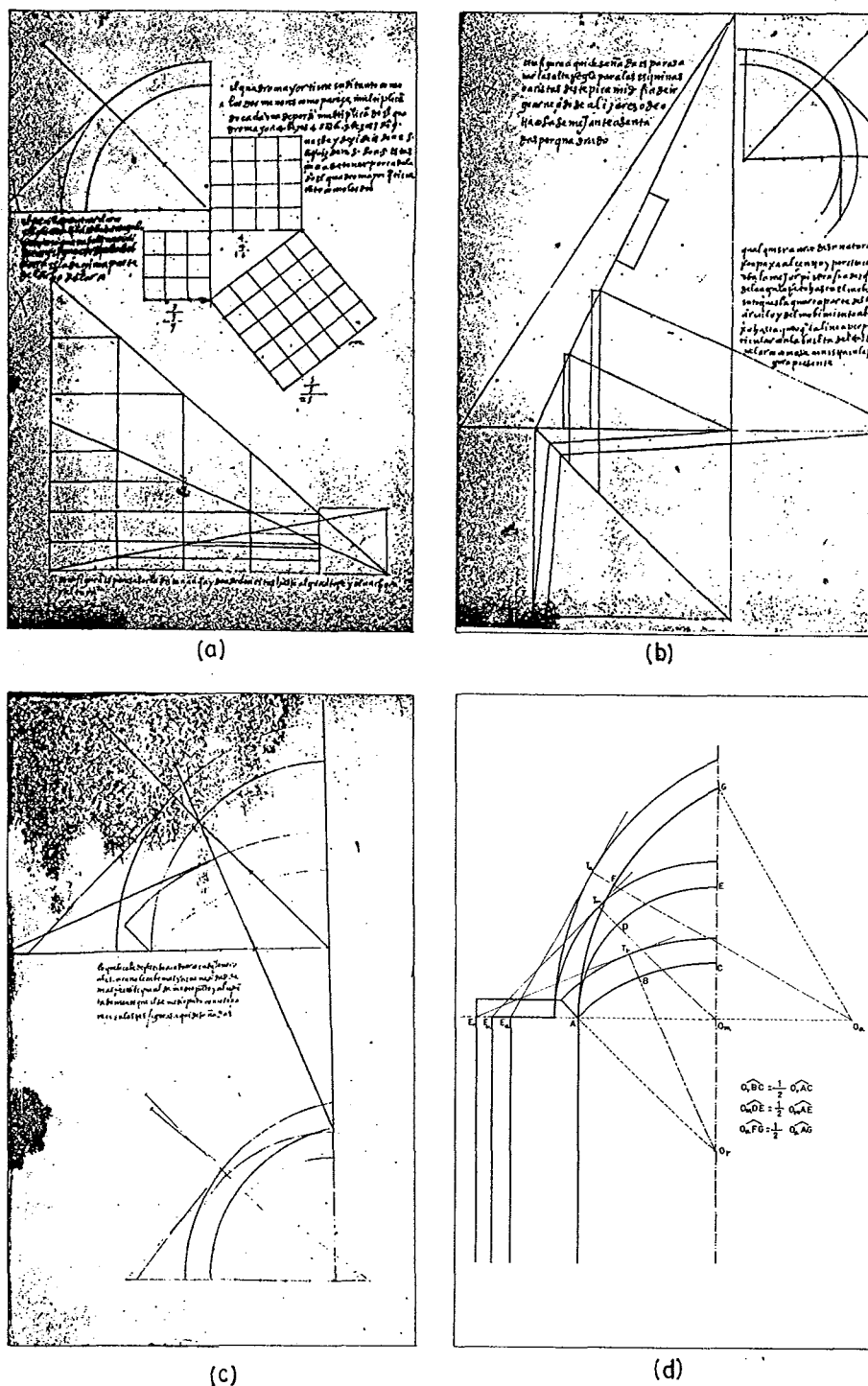


Figura 5.17. Regla de Hernán Ruiz. Las figuras (a), (b) y (c) corresponden al manuscrito original. La (d) es una interpretación aplicada a los tres casos más habituales: arco apuntado, de medio punto y rebajado.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

El contrafuerte es, pues, función del espesor del arco y de su forma. La regla, como la de Martínez de Aranda, da respecto al arco de medio punto, mayor espesor a los arcos rebajados y menor a los apuntados.

A continuación, hemos transcrito los citados pasajes del manuscrito, indicando con la letra entre paréntesis a qué figura corresponden:

(a)

El restribo que debe tener el arco es la línea que buelbe en angulo recto a toque en la línea, y el grueso de la bolsura es la dezima parte de largo del arco. [fol. 23 vº]

(b)

Qualquiera arco de su natural rempuxa al centro y por esta causa la mejor piedra se a de echar del angulo recto hasta el mobimiento que es la quarta parte del simicirculo, y del mobimiento abaxo hasta que toque a la línea perpendicular con la buelta del trasdos se le ara como se muestra en la figura presente. [fol. 25 vº]

(c)

Lo que le cabe de restribo a cada arco en su Jenero. Al escarçano le cabe mas y tiene necesidad de mas restribo que al de medio punto, y al apuntado menos que el de medio punto como se parece en las tres figuras aqui deseñadas. [fol. 79 vº]

El párrafo (c) es el más claro. El (b) sugiere la conveniencia de cargar los riñones hasta el nivel de la mitad del semiarco, como corresponde a la práctica constructiva habitual y que, como veremos, es de importancia fundamental a la hora de estabilizar los arcos y bóvedas. En el (a) se menciona la conocida regla (Alberti) de dar al espesor del arco la décima parte de la luz que cubre.

5.4.3 Origen e influencia posterior

Como en el caso anterior de Martínez de Aranda, casi lo más interesante de esta regla es su más que probable origen gótico y la amplia difusión que tuvo que tener. En efecto, aunque no la hemos vuelto a ver mencionada en ninguno de los tratados y manuscritos examinados en el curso del presente

estudio, tras más de 300 años aparece citada en el libro de Ungewitter⁸³ sobre construcción gótica, como una regla para dimensionar los contrafuertes de los coros de las iglesias góticas.

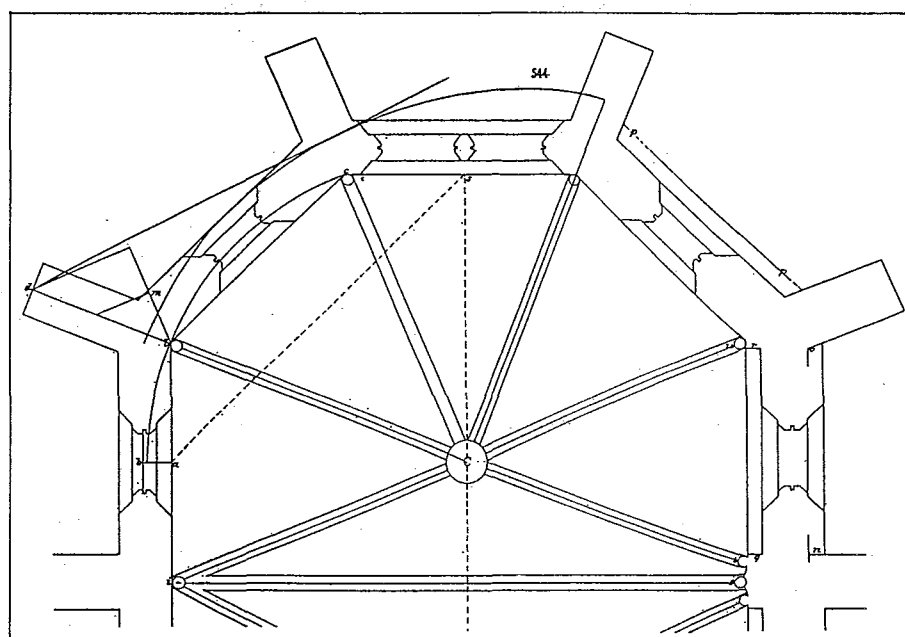


Figura 5.18. Regla para los contrafuertes según Ungewitter⁸⁴

Ungewitter y el resto de los tratadistas neo-góticos alemanes de fines del siglo XIX, Reichensperger⁸⁵, Hoffstadt⁸⁶, etc., bucearon en los manuscritos del gótico tardío alemán tratando de conocer los métodos de diseño empleados por los constructores góticos. Es muy significativo que, tanto la regla de Martínez de Aranda como la de Hernán Ruiz aparezcan también en algunos manuscritos del gótico tardío alemán, según los citados autores.

83. G.G. Ungewitter *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen*, op. cit., véase el apartado "Geometrische Beziehungen in den Grundrissmassen. Verhältnis der Widerlager zu den Spannweiten.", Vol. I, pp. 273-76, donde recopila todas las reglas por el conocidas.

84. La figura está tomada de la 2a. ed. de 1875, lámina 19.

85. A. Reichensperger *Vermischte schriften über Christliche Kunst*. Leipzig: T. O. Weigel, 1856. No hemos encontrado esta obra en las bibliotecas consultadas.

86. F. Hoffstadt *Gotisches ABC Buch, das ist: Grundregeln des gotischen Styls für Künstler und Werkleute*. Frankfurt am Main: S. Schwerber, 1840. Hemos consultado la traducción al francés de T. Aufschlager, *Principes du stule gothique exposés d'après des documents authentiques du moyen-âge...* Liège: E. Nublet, 1851.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Por último, hemos de decir que esta regla parece que fue utilizada por el arquitecto inglés Betty Langley para dimensionar las pilas en su proyecto para el puente de Westminster⁸⁷. No hemos tenido acceso al texto completo de Langley, pero sí a una reproducción de la lámina principal, así como a la restitución ampliada de Ruddock⁸⁸.

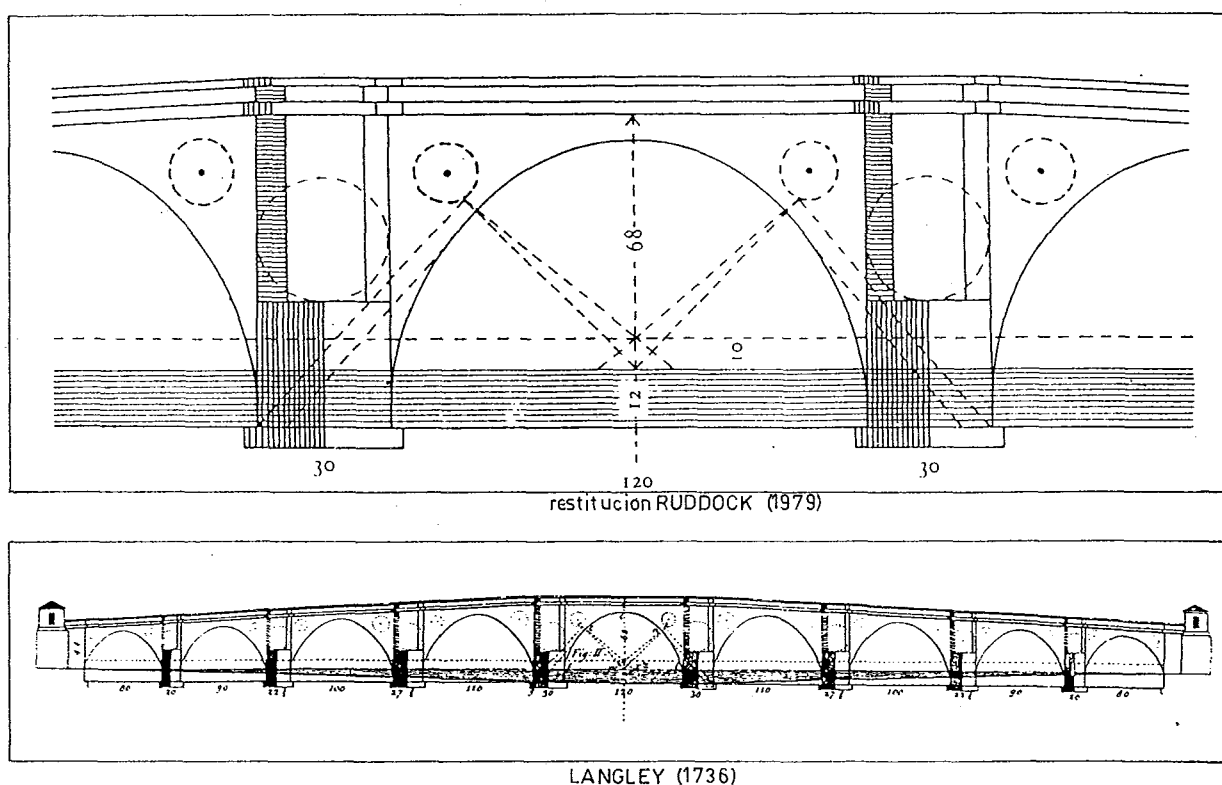


Figura 5.19. Proyecto para el Puente de Westminster

87. B. Langley *A Design for the Bridge at New Palace yard, Westminster... composed of Nine Arches, independent of each other...* London: 1736. Para un comentario sobre el diseño de este puente, véase I. Ruddock *Arch Bridges and Their Builders, 1735-1835*. Cambridge: 1979, pp. 1-18.

88. La ampliación en Ruddock, op. cit. pág. 7, fig. 4. La reproducción de la lámina original en E. C. Ruddock "Hollow spandrels in arch bridges: a historical study." *Structural Engineer*, Vol. 52, 1974, pág. 281, fig. 1.

5.5 Leon Baptista Alberti

5.5.1 Los diez libros de Arquitectura

El tratado de arquitectura de Alberti fue iniciado probablemente hacia 1435-1440 y fue presentado formalmente al Papa Nicolás V en 1452. La edición príncipe, en latín, se publicó en 1485 y es, por tanto, anterior a la primera edición de Vitruvio⁸⁹. En España, la primera traducción se publica en 1582 (basada en la traducción italiana de Bartoli de 1565)⁹⁰. Esta última es la que hemos utilizado.

Desde el punto de vista de la historia de las técnicas constructivas este tratado no ha recibido la atención que merece. Aunque Alberti leyó diligentemente a los antiguos, Vitruvio, Plinio, Frontino, ..., en modo alguno su obra es una mera recopilación de opiniones diversas, sino, más bien, el fruto de sus investigaciones no sólo de las fuentes escritas sino de los monumentos existentes, así como de su propia experiencia profesional. El resultado es un compendio de todo el saber constructivo de su época. Su influencia en este sentido ha sido, como veremos, enorme, apareciendo citado en la práctica totalidad de los tratados de construcción hasta el siglo XIX.

El tratado de Alberti contiene algunas reglas estructurales y observaciones constructivas muy interesantes. Las hemos agrupado por temas.

5.5.2 Sobre arcos

Alberti distingue tres tipos básicos de arcos: de medio punto, rebajado y apuntado.

Los arcos difieren entre si, porque uno es recto el qual constituye un entero semicirculo, la cuerda de este se endereza por el centro del circulo. Ay otro que imita mas la naturaleza de viga que no de arco, a este llamamos disminuydo, por ser no entero medio circulo, sino que

89. Dora Wiebenson (ed.) *Architectural Theory and Practice from Alberti to Ledoux*. Charlottesville, Va.: Architectural Publications Inc., 1982. s/pS

90. León Baptista Alberti *Los Diez Libros de Arquitectura de León Baptista Alberto. Traduzidos de Latín en Romance*. [por Francisco Lozano] Madrid: Casa de Alonso Gómez, 1582.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

es alguna parte quita de el, la cuerda deste dista del centro y esta encima. Ay tambien arco compuesto el qual mismo unos llaman angular, otros arco que se compone de dos arcos disminuydos, y tiene su cuerda dos centros de dos lineas flechadas que se cortan entre si.

Recomienda que los arcos se hagan de dovelas de gran tamaño y que éstas sean iguales entre sí:

Los cuños de que se haze el arco querria que fuesen todos de piedra ancha, y quanto pueda ser grande, porque la naturaleza de qualquier cuerpo es mas indisoluble, la que esta allegada y unida por natura que no la que es conjunta y compuesta con la mano, y arte de los hombres, y conviene que sean entre si iguales, para que como en valança correspondan las cosas diestras a las siniestras en haz, grandeza, peso y en las demas semejantes.

y que las juntas entre dovelas sean perpendiculares a la línea de intradós.

Esta última observación, por obvia, suele pasarse por alto, pero esta prescripción es fundamental para evitar los posibles colapsos por deslizamiento.

En todo arco haras que las apegaduras de las junturas, y los cerramientos se enderecen a su centro.⁹³

Por último, recomienda que la clave sea una piedra grande. En efecto, colocar un clave de cierto tamaño reduce el empuje del arco, como ya hizo notar por primera vez Danizy como resultado de sus ensayos sobre modelos⁹⁴.

El cuño del espinazo sienpre, los exercitados, le pusieron de una piedra entera y muy grande...

A continuación comenta las características estructurales más sobresalientes de cada uno de ellos, añadiendo disposiciones constructivas que mejoran o responden a dicho comportamiento estructural.

91. Ibídem.

92. L. B. Alberti, op. cit., pág. 86.

93. Ibídem.

94. A. A. H. Danyzy "Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes." *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier*, Vol. 2, 1732 (Lyon 1778). pp. 40 y ss.

95. L. B. Alberti, op. cit., pág. 86.

5.5.2.a Arco de medio punto: el arco ideal

Alberti consideraba el arco mas estable y resistente el de medio punto. Y así fue considerado, en general, hasta el siglo XVIII. Trata de demostrarlo por 'razon y argumento'. Sus observaciones son interesantes por dos motivos:

- 1) porque constituyen el primer intento de explicación del funcionamiento estructural de un arco, e influyeron muy posiblemente en los comentarios de Baldi⁹⁶ sobre los arcos, postriormente recogidos en forma de teoremas por Wotton⁹⁷.
- 2) porque ponen de relieve la importancia de la distribución de las masas en la estabilidad de un arco, hecho éste clave en el diseño estructural de las estructuras de fábrica.

En el segundo aspecto los comentarios de Alberti no dejan lugar a dudas sobre la importancia una adecuada proporción de las masas para conseguir el equilibrio de un arco:

El arco recto ser el mas firme de todos se vee por ello mismo, y demuestrase por razon y argumento. Y no veo en que manera se pueda deshazer de suyo, sino es que de los cuños el uno empuje al otro echandole fuera, de la qual injuria estan tan apartados que aun el uno se confirma con la ayuda del otro, y si por ventura acometiessen hazer esto son prohibidos por la natura de los pesos debajo de que estan, o con que los mismos cuños estan embutidos. De aqui es aquello de Varro, que dize, en las obras de arcos no se rigen mas las cosas diestras por las siniestras, que las siniestras por las diestras. Y esto se puede ver porque el cuño mas alto que es uno solo en el espinazo de en medio, como puede echar fuera los cuños de los lados o apremiandoles ellos mismos quando podra el ser echado fuera del asiento y ocupado: pero los cuños que succeden cercanos por los costados facilmente son retenidos en sus officios con la igualdad de los pesos. Finalmente los cuños que estan asestados en las dos cabeças, porque han de ser movidos estando los de arriba en sus officios?

96. Bernardino Baldi *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes...* Moguntiae: Viduae Joannis Albin, 1621. Citado por H. I. Dorn *The Art of Building and the Science of Mechanics. A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England*. Ph.D.: Princeton University, 1970. pp. 52-53.

97. H. Wotton *The Elements of Architecture*. London: 1624. Citado por Dorn, op. cit. pp. 53-59. Existe una traducción al español del siglo XVII que comentamos en el correspondiente apartado.

98. L. B. Alberti, op. cit., pág. 85.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

5.5.2.b Arcos rebajados

El hecho más relevante en cuanto a los arcos rebajados es el poderoso empuje que producen. Alberti resalta este hecho y propone, para eliminar el empuje la colocación de tirantes de hierro:

...luego en los arcos rectos que facilmente se defienden no tenemos necesidad de cuerda, pero en los disminuydos afirmamos una cadena de hierro, o cosa que tenga fuerza de cuerda a las extensiones de las paredes de una y otra parte, y desseamos que estas extensiones⁹⁹ sean mas breves de que con ellas pueda ser enterada de la redondez disminuyda que falta.

A continuación da dos consejos de buena práctica constructiva sobre los arcos rebajados: a) colocarlos dentro de los muros de modo que el espesor de las paredes resista su empuje; b) aún en este caso, colocar arcos de descarga de medio punto para aliviar el empuje.

Lo qual mismo nunca menospreciaron hazerlo los antiguos architectos, y los arcos disminuydos mientras pudieron nunca los dexaron de hazer enteros dentro de los lados de las paredes, y observaron excelentemente, que a las vigas derechas donde avia ocasion les aplicavan encima un arco disminuydo. Y de mas desto, a los mismos arcos disminuydos les sobreponian encima arcos rectos que defendiessen¹⁰⁰ debajo de si a los arcos disminuydos y recibiesen en medio las molestias de los pesos.

5.5.2.c Arcos apuntados

Señala el hecho fundamental de que los arcos apuntados resisten fuertes cargas verticales, en particular si éstas se colocan sobre la clave. De ahí la recomendación habitual de colocarlos en las bases de las torres:

Los arcos conpuestos no se ven acerca de los antiguos [;] ay algunos que piensan que se han de poner en las aberturas de las torres, para que hienndan los pesos puestos encima como con proa contrapuesta, porque¹⁰¹ los arcos conpuestos se confirman con los pesos puestos encima, mas que no son opprimidos.

5.5.3 Bóvedas

La parte correspondiente a las bóvedas del tratado de Alberti contiene escasas reglas estructurales. Sin embargo, las consideraciones constructivas

99. Ibídem.

100. Ibídem.

101. Ibídem.

son excepcionalmente interesantes y no tienen comparación con las vagas indicaciones recogidas, en general, en el resto de los tratados examinados. Por esta razón las comentamos a continuación.

5.5.3.a Esqueleto resistente

Alberti insiste en varias partes de su tratado en la necesidad de diferenciar un esqueleto resistente o estructura del resto del edificio. Del mismo modo que Rodrigo Gil, como hemos visto, y que Viollet-le-Duc casi cuatro siglos más tarde, parece distinguir entre partes 'activas' y 'pasivas'. Parecería obvio atribuir este hecho a la influencia gótica, sin duda presente en su obra, pero las citas de Alberti corresponden a las antiguas edificaciones romanas. En efecto, los romanos frecuentemente tejían en el interior de sus masivas estructuras un auténtico esqueleto resistente, en general de ladrillo. Este es el caso del tambor del Panteón de Roma donde un complicado entramado de arcos y machones de ladrillo transmite la carga de la cúpula (ésta sí es de hormigón en masa) a la cimentación. Torres Balbás rastreando el origen de la arquitectura nervada gótica cita numerosos ejemplos de cúpulas y bóvedas romanas con nervios de ladrillo embebidos¹⁰².

Como buen renacentista realiza, en primer lugar, una analogía con los esqueletos de los animales:

Advirtieron los philosophos, en los cuerpos de los animales aver acostumbrado la naturaleza perfeccionar de tal suerte su obra, que no haya¹⁰³ querido que en algun tiempo estuviessen los huesos apartados de los huesos, ni disjuntos.

La idea del esqueleto resistente o estructura como algo autónomo no puede expresarse con mayor claridad:

102. L. Torres Balbás "Bóvedas romanas sobre arcos de resalto." *Archivo Español de Arqueología*, Vol. 64, 1946. pp. 173-208.

103. L. B. Alberti, op. cit., pág. 84.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Assi nos juntaremos los huessos a los huessos, y los afirmaremos muy bien con nervios y ataduras, para que sea la orden y conpostura de los huessos tal, que con ella sola, aunque falten las demas cosas este en pie la obra y perfectionada con sus miembros y firmezas.

La idea del esqueleto resistente aparece todavía más clara en el siguiente pasaje, donde vuelve a distinguir entre nervios ('huesos') y plementerías ('cumplimientos'), que son sostenidas por los nervios:

La razon del conponer las bovedas, guardar se ha la misma que en los muros porque se han de levantar los huessos enteros hasta lo alto de la boveda desde los huessos de la pared, y puestos alli se guiaran segun la manera dellos, y entresi distará por alguna parte quota. Pero de huessos a huessos se estenderán ligaduras y se replenaran los cunplimientos de en medio: pero diffieren en esto que en la pared se conponen y ajuntan las piedras y cada una de las hileras con esquadra y nivel y regla derecha. Pero en la boveda se enderezan las hiladas y las junturas de las piedras azia el centro de su arco con regla flechada.¹⁰⁴

Más adelante en el tratado vuelve a insistir en la analogía con la naturaleza y en la impostancia del esqueleto resistente:

Finalmente en toda la boveda, como quiera que ella sea, imitaremos a la naturaleza la qual quando ajunto huessos a huessos entrmetio las mismas carnes con vellecillos y ataduras enxeridos por todos los diametros en largo, en ancho, en alto, en bajo, y al traves. Este artificio de la naturaleza me parece que hemos de imitar en el entretexer las piedras para las bovedas.¹⁰⁵

5.5.3.b Cúpulas esféricas

Los comentarios de Alberti sobre las cúpulas demuestran el profundo conocimiento del funcionamiento estructural de las cúpulas que tenían los arquitectos italianos del renacimiento, que ya quedó de manifiesto en el pliego de condiciones escrito por Brunelleschi para la construcción de la cúpula de Santa Maria del Fiore¹⁰⁶. Alberti explica el funcionamiento estructural de las cúpulas esféricas diciendo que se componen de 'arcos' y 'cornijas' (anillos), y efectivamente este hecho es el que determina su comporta-

104. Ibidem.

105. L. B. Alberti, op. cit., pág. 88.

106. El contenido de este pliego se recoge íntegramente en H. Saalman, *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*. London: Zwemmer, 1980. págs. 230 -236. Para un crítica detallada desde un punto de vista estructural, véase: H. J. Cowan, "A History of Masonry and Concrete Domes in Building Construction." *Building and Enviroment*, Vol.12, 1977. pp.1-24.

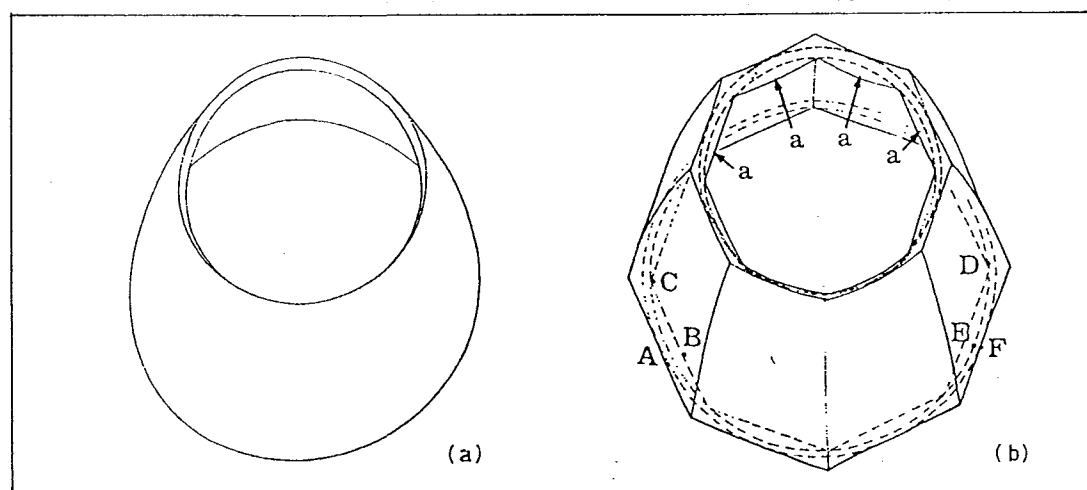
miento estructural, pues a partir de cierta altura la cúpula se vuelve autoportante, por efecto de las compresiones resistidas por los anillos, y puede construirse sin cimbra, o llevar un óculo en su coronación.

Pero entre las bovedas de todas, solo ay una que es la recta spherica, que no pide cimbrias pues ella cierto no consta solamente de arcos, sino tambien de cornijas. Quien podria contar o pensar, quanto sean el uno y otro destos innumerables apegados, aplicados, cortandose entre si en angulos iguales y desiguales, de suerte, que en cualquier lugar por toda la semejante boveda entrecortares alguna piedra, entiendas que tu has puesto cuño de muchos arcos y cornijas, y el que sobrepusiere cornija a cornija, y el que echare un arco sobre otro fingireys que quiere arruynar la obra, de done començara, yendo principalmente todos los cuños o volsores que miran a un centro con igual ahinco y fuerças...

5.5.3.c Cúpulas poligonales

También sabía Alberti que la cúpula poligonal es, en determinadas condiciones, autoportante y puede construirse sin cimbra. Da además la condición geométrica para que esto sea así:

Tambien podras levantar sin algunas cimbrias la boveda angular espherica, con tal que entrete-xeras por la grosseza de ella misma otra recta espherica...



MAINSTONE (1977)

Figura 5.20. Estabilidad de cúpulas semiesféricas y poligonales. (a) la cúpula semiesférica es estable en todas las etapas intermedias de la construcción siempre que se ejecute realizando anillos completos, ya que el último anillo actúa como una clave; (b) la cúpula poligonal es estable es capaz de contener dentro de su espesor un anillo circular.

107. Ibídem.

108. L. B. Alberti, op. cit., pág. 88.

Mainstone ya hizo notar este hecho en su estudio sobre la cúpula de Santa María del Fiore¹⁰⁹, aunque parece desconocer los citados párrafos de Alberti. Parece evidente que en el siguiente párrafo, donde habla del método a seguir en su construcción se refiere en forma implícita al método ideado por Brunelleschi.

Pero aprovechara que hechas, y endurezidas unas y otras cornijas de piedra enlazar allí debajo livianos cimientos y assas, a los quales los fies tanto andamio o cimbrias, quanto baste para sostener las cornijas que se carguen desde ay sobre algunos pies, hasta que se sequen, y despues quando tambien estas partes se endureciesen cada una orden, traspassaras estas ayudas¹¹⁰ de andamio hasta perfectionar las cosas mas altas, y esto en tanto que acabas la obra.

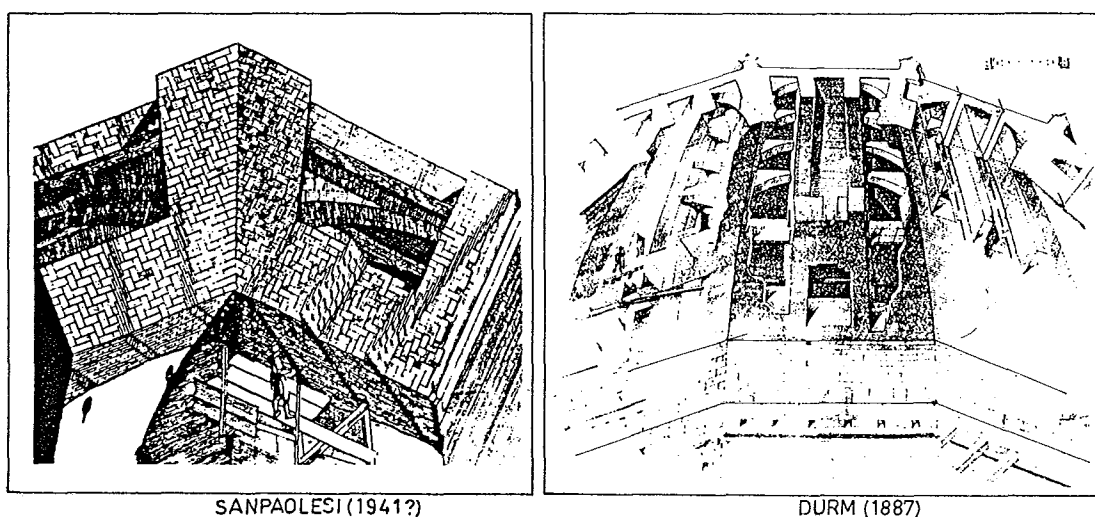


Figura 5.21. Método constructivo de Brunelleschi para Santa Maria del Fiore

5.5.3.d Necesidad de cargar y macizar los riñones de las bóvedas

Como veremos más adelante, cargando adecuadamente una bóveda podemos aumentar de forma considerable su estabilidad. Además, cuánto más rebajada es una bóveda en arco de círculo es también más estable, pues su línea media se

109. Mainstone, R. J. "Brunelleschi's Dome." *Architectural Review*, Vol. 162, 1977. pp. 156-166.

110. *Ibidem*.

asemeja más a la línea de empujes de las cargas permanentes. Ambos hechos conducen a la práctica habitual, como veremos, de cargar o macizar los riñones.

... y los vacíos que quedan entre las flechaduras de las bovedas, y la pared en que restriban, al qual lugar los officiales llaman muslo, o embecaduras, hinchanse no de tierra o de pedaços secos de edificios¹¹¹ viejos, sino antes con fabrica ordinaria y firme, y una vez y otra enlazada con la pared.

5.5.4 Puentes

Las reglas sobre el diseño estructural de puentes formuladas por Alberti constituyeron, con pequeñas alteraciones, la 'doctrina oficial' sobre los puentes hasta mediados del siglo XVIII¹¹². Aunque, como es natural, se construyeron puentes que se apartaban de lo estipulado por Alberti, en particular en lo que se refiere al empleo de arcos rebajados, la regla para el dimensionado de las pilas fue cuestionada por escrito por primera vez por Perronet¹¹³.

Las reglas de Alberti, afectan todos los aspectos fundamentales de su geometría y permiten dibujar la sección de un puente 'ideal'. Así lo hizo Straub, y su restitución aparece en la Figura 5.22.

De hecho no existe ninguna diferencia entre una regla proporcional y un dibujo a escala. Los párrafos que permitieron a Straub restituir la forma del puente de Alberti son los siguientes:

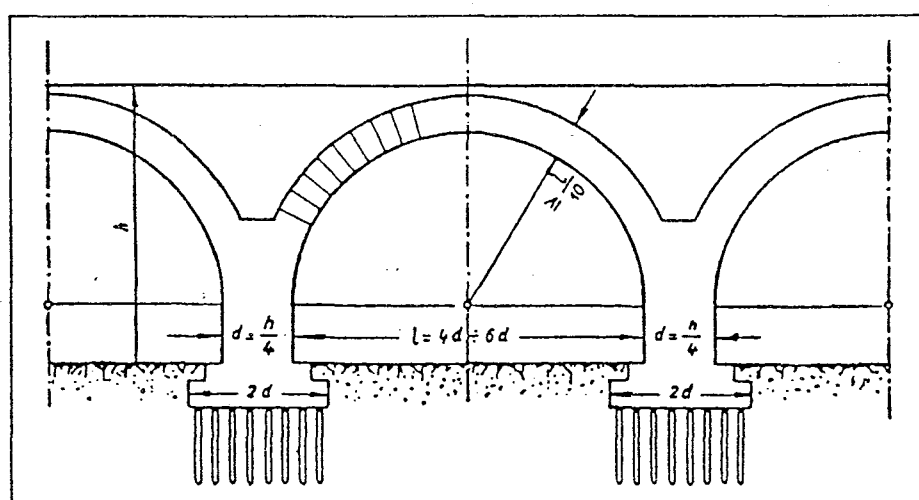
111. Ibídem.

112. Alberti todavía aparece citado como una de las autoridades más importantes en el primer tratado específicamente de puentes el de H. Gautier *Traité des Ponts*. Paris: 1728. Este tratado incluye su primera memoria *Dissertation sur l'épaisseur des culées des Ponts, sur la Largeur des piles, sur la Portée des voussoirs, sur l'Erfort & la Pesanteur des Arches à differens surbaissemens...*, publicada en Paris en 1717. También aparece citado como fuente fundamental en la enciclopedia de J. H. Zedler *Grosses vollständiges Universal-Lexikon Aller Wissenschaften und Künste...* Halle und Leipzig: Im Verlag Johann Heinrich Zedlers, 1735, Vol. 4, *Brücke*, pp. 1542.

113. J. R. Perronet "Mémoire sur la réduction de l'épaisseur des piles et sur la courbure qu'il convient de donner aux voûtes, le tout pour que l'eau puisse passer plus librement sous les ponts." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, , 1777. pp. 853-64.

... la grosseza de los pilares sera con la altura de la puente en proporcion subquadrupla.¹¹⁴

... Finalmente cualquier arco que estuviere en la frente de esta boveda se hara de piedra muy dura y grande, no de otra suerte que aquella que tuviste por bien poner en los pilares, y no avra en el arco piedras mas delgadas, que a lo menos no respondan con su grosseza en la decima parte de su cuerda, y la cuerda no sera mas larga que seys veces la grosseza del pilar, y no mas corta que quatro, y aya enxeridos pernos de arambre para enlazar estos tales cuños entre sí, y barretas no flacas.¹¹⁵



(STRAUB 1952)

Figura 5.22. Restitución de las proporciones de Alberti por Straub

Apunta la posibilidad de utilizar el arco rebajado en vez del de medio punto cuando la situación lo exija, pero no se olvida de advertir, como lo hizo hasta la saciedad en el capítulo de las bóvedas, de reforzar en este caso los estribos:

... Diximos, que la boveda era contenida de arcos y cumplimientos, y que el arco era el mas firme el que era recto, y si por la disposicion de los pilares de tal manera corresponde el recto que seas offendido con su demasiado relieve de medio circulo, usaremos del disminuido confirmados muy mucho los lados de la ribera con mayor grosseza.¹¹⁶

114. L. B. Alberti, op. cit., pág. 114.

115. *Ibídem*.

116. L. B. Alberti, op. cit., pág. 115.

Insiste de nuevo en la necesidad de macizar los riñones de las bóvedas:

.... todos los cumplimientos se replenarán por la parte de dentro ¹¹⁷ con piedra; para que no se pueda dar ninguna ligazon mas entera ni mas ajustada que esta ...

Por último, alude a la necesidad de ejecutar las obras de los puentes con cuidado excepcional ya que deben resistir el paso de cargas en ocasiones de gran magnitud:

... las bovedas y arcos, assi por las demas cosas, como por los fuertes y continuos temblores de los carros, conviene que sean muy señaladamente fuertes y maravillosamente affirmados. Y añade que algunas veces se han de traer por la puente, acaso, grandísimos pesos de colossos ... Y la razon persuade, que a las puentes se les deven muy grandes piedras enteras con el exemplo del yunque, porque si ella fuera grande y muy pesada facilmente sostiene ¹¹⁸ los golpes de los martillos, pero si es mas liviana resiste a los golpes y se conmueve.

5.5.5 Torres

Alberti da también reglas sobre el dimensionamiento de las Torres. Aunque este tema se sale del ámbito de la Tesis lo comentaremos por su interés. De hecho, las reglas de Alberti estuvieron en uso hasta mediados del siglo XIX¹¹⁹. Los párrafos son un poco oscuros en ocasiones, pero cabe atribuirlo al hecho de que la obra que consultamos ha sufrido dos traducciones: primero del latín al italiano, y luego del italiano al castellano.

Distingue con absoluto corrección entre los dos parámetros fundamentales en relación con la altura: la anchura de la base y el espesor de los muros. Primero trata de las proporciones generales:

117. *Ibídem.*

118. *Ibídem.*

119. M. Carrillo de Albornoz en su estudio sobre la estabilidad de las torres de los faros decía: '... se sabe que para dar á un muro circular una grande estabilidad en las construcciones ordinarias, basta darle de espesor la dozava parte de su altura'. "Memoria sobre la construcción de la nueva torre de la farola del Puerto de la Habana, dirigida por el Coronel graduado Comandante de batallón de Ingenieros, D. José Benítez." Incluida en la edición castellana de los *Elementos de Arquitectura por John Millington...*, Madrid: Imprenta Nacional, 1848. Tomo II, Apéndice 10, pág. 738.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

... La torre, o sera quadrangula, o sera redonda. En las unas y en las otras es necessario que la altura responda con la anchura en cierta determinada parte.¹²⁰

Así mismo distingue entre los dos tipos básicos de sección: cuadrada y circular. La primera presenta un mayor momento de inercia a igual perfil aparente y puede tener proporciones más esbeltas¹²¹.

La quadrangula quando ha de ser delgada, hazer se ha ancha por la sexta parte de su altura. La redonda tendra quatro vezes el diametro en la altura.¹²²

También da las proporciones para torres menos delgadas:

La que ha de ser muy gruessa si fuere quadrangula hazerse ha ancha no mas que por la quarta parte de su altura. Si redonda tendra el diametro tres vezes la grosseza de la pared.¹²³

El espesor en la base, para torres de sección constante en toda su altura debe ser de 1/10 de la altura:

Si vuire de ser alta por quarenta cobdos dar le has no menos que quatro cobdos. Si se fiziere de hasta cinquenta cobdos, entonces dalle has cinco cobdos, y a la de sesenta cobdos dalla has seys, y proseguiras de ay adelante con semejante graducion, y estas cosas se deben a las torres puras y senzillas.¹²⁴

Las anteriores normas se refieren a torres de sección constante en toda su altura, 'torres senzillas'. Después describe la construcción de una torre donde la sección no es constante sino que se van produciendo reducciones en el espesor a medida que crece la altura. De esta forma, con una mínima reducción en la estabilidad se reduce notablemente el consumo de material:

120. L. B. Alberti, op. cit., pág. 245.

121. No es fácil en un primer momento relacionar estas esbelteces con torres reales. Para que sirva como punto de comparación damos las esbelteces aparentes (altura/ancho) de algunas torres, antiguas y modernas, muy conocidas:

Fábricas	altura (m)	
Faro de alejandría	130	4.3
Torre Asinelli en Bolonia	98	10
Saint Rollox Chimney, (s. XIX)	136	17 (truncocónica)
Acero		
World Trade Center (Twins), New York (s. XX)	410	7
Torre Picasso, Madrid (s. XX)	130	4

122. L. B. Alberti, op. cit., pág. 245.

123. *Ibidem*.

124. *Ibidem*.

Pero el que quisiere hazer torre muy segura contra la fuerza de la tempestad, y muy alegre a la vista sobrepondra cosas cuadradas en las redondas, y redondas sobre las cuadradas, y levantara de grado en grado la obra, de suerte que se vaya adelgazando segun la razon de las columnas, describire la que me pareciera ser mas conveniente. Lo primero se levantarán de la planta unos embasamentos quadrangulos, la altura [anchura] dellos tendra la dezima parte de toda la altura que ha de aver en la obra, desde lo alto de arriba hasta lo bajo. La anchura tendra la quarta de esta misma altura...¹²⁵

Las reglas para torres se resumen en la siguiente tabla, donde H es la altura total y A el ancho de fuera a fuera de dos muros opuestos:

Torres	Sección en planta	Esbeltez (H/A)		Espesor
		delgadas	gruesas	
Sencillas	cuadrada	6	4	H/10
	circular	4	3	
Compuestas	variable	4		

Tabla 5.2. Reglas proporcionales de Alberti para las Torres

5.6 Palladio

5.6.1 Los Cuatro Libros de Arquitectura

El tratado de arquitectura de Palladio¹²⁶ publicado en Venecia en 1570 es quizás uno de los más influyentes de la historia de la arquitectura. Aunque en España fue traducido sólo parcialmente en el siglo XVII¹²⁷ y la prime-

125. *Ibidem*.

126. A. Palladio *I quattro libri dell'architettura*. Venecia: Doiminico Franceschi, 1750. Edición facsímil, Milán: Hoepli, 1976. Esta última es la que hemos manejado.

127. A. Palladio, *Libro primero de la Arquitectura de... Que trata de cinco órdenes para fabricar, y otras advertencias, Traducido de Toscano en Castellano, por Francisco de Praues, Architecto...* Valladolid: Ivan Lasso, 1625.

ra traducción completa data del siglo XVIII¹²⁸, fue sin duda conocido y empleado por los arquitectos españoles a finales del siglo XVI.

En su tratado solamente aparece mencionada una regla para dimensionar los contrafuertes y varios modelos de puentes con sus proporciones geométricas fundamentales.

5.6.1.a Contrafuertes y pilares de las Logias

Para dimensionar los contrafuertes Palladio propone, casi de pasada, la que podríamos llamar 'regla del tercio', que consiste en asignar al canto del contrafuerte el tercio de la luz del arco que soporta. Esta regla, como hemos visto fue también utilizado por los antiguos maestros constructores de puentes en España casi 150 años antes (véase la *Addenda* al apartado 5.1 más arriba). Como veremos más adelante en el dictamen que realizó sobre la logia de Brescia, Palladio consideraba esta regla segura y recomendaba su empleo.

Ma si faranno le Loggie co i pilastri, cosi si doveranno disporre, che i pilastri non siano manco grossi del terzo del vano, che farà tra pilastro, e pilastro: e quelli, che saranno ne i cantoni; andaranno grossi per la metà del vano, come sono quelli del Theatro di Vicenza, e dell'Anfitheatro di Capua, overo per li due terzi, come quelli del Theatro di Marcello in Roma; e del Theatro di Ogubio...¹²⁹

Gli fecero gli Antichi alcuna volta ancho tanto grossi, quanto era tutto il vano comme nel Theatro di Verona in quella parte, che non è sopra il Monte. Ma nelle fabbriche private non si faranno nè meno grossi del terzo del vano, nè piu de i due terzi, e doverebonno esser quadri...¹³⁰

5.6.1.b Puentes

Palladio da varios modelos de puentes, estableciendo sus relaciones geométricas fundamentales: las dimensiones de la clave y de las pilas en

128. A. Palladio, *Los quatro libros de Architectura de ...*, Vicentino. Traducidos é ilustrados con notas por Don Joseph Francisco Ortiz y Sanz, Presbítero. Madrid: Imprenta Real, 1797.

129. Palladio, *I quattro libri...*, op. cit. pág. 16.

130. *Ibidem*.

relación con el vano. Cada uno de estos tipos dibujados puede considerarse como una 'regla de diseño', análoga a la deducida por Straub a partir de las reglas de Alberti. El arquitecto o ingeniero podía luego aceptar o modificar esas proporciones en función de las condiciones particulares del proyecto.

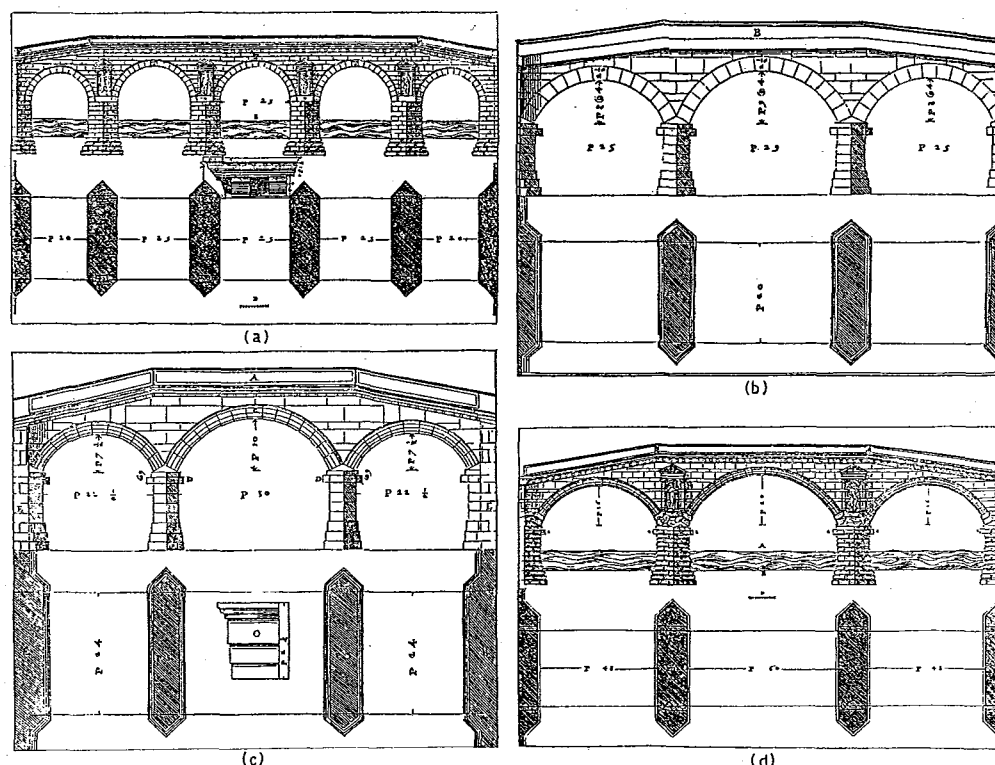


Figura 5.23. Modelos de puentes recogidos por Palladio. l = vano mayor; e = espesor en la clave; p = ancho de las pilas. (a) Puente romano de Rimini: $e = 1/10$; $p = 1/2$; (b) Puente medieval sobre el Rerone: $e = 1/12$; $p = 1/6$; (c) Puente de Vicenza de Palladio: $e = 1/12$; $p = 1/6$; (d) Proyecto de Puente de Palladio: $e = 1/17$; $p = 1/5$.

De hecho, como veremos, la práctica de diseñar a partir de ejemplos contruidos fue la norma de diseño fundamental para los puentes de piedra hasta su desaparición a principios de siglo. En los tratados de puentes de los siglos XVIII y XIX, se dedicaba un parte considerable a realizar un catálogo de todos los puentes conocidos de los que se daban, además de datos históricos, sus dimensiones fundamentales: luz del vano o vanos, espesor en la clave y arranques, espesor y altura de las pilas¹³¹.

131. Véase por ejemplo: H. Gautier *Traité des Ponts...* París: 1714, el primer tratado dedicado específicamente a puentes; J. Leupold *Theatrum Pontificiale oder Schau-Platz der Brücken und Brücken-Baues*. Leipzig: Joh. Gledischens seel. Sohn, 1726, precursor de los grandes tratados alemanes; E. M. Gauthey *Traité de la*

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Palladio da cuatro modelos de puentes con sus dimensiones y proporciones, hemos reproducido en la Figura 5.23 (véase página anterior), estos diseños con indicación de las proporciones fundamentales, tal y como las cita Palladio, del espesor de la clave y ancho de las pilastras.

5.6.2 Logia Publica del Palacio de Brescia

Este edificio, de poca importancia en sí mismo, merece ocupar un lugar en la historia de la construcción por los debates que se suscitaron entorno a su estabilidad. Las opiniones vertidas sobre este tema, que fueron recogidas y publicadas por Zamboni¹³², son del mayor interés para estimar las ideas y conocimientos al respecto de los arquitectos y constructores del Renacimiento.

Destacan entre las cuestiones que se debatieron el tema de los contrafuertes y de la estabilidad de las bóvedas. En el primer caso se trataba de decidir si los muros y pilares sobre los que se asentaba el edificio tenían un espesor suficiente. En el segundo, se quería determinar si las bóvedas sostenidas sobre los pilares y contrafuertes eran igualmente estables.

5.6.2.a Pilares y contrafuertes

Palladio da primero la 'regla general', y, luego, la aplica al caso particular. Así, afirma con rotundidad que si los espesores de los contrafuertes son iguales al tercio de la luz de las bóvedas, el edificio tiene una

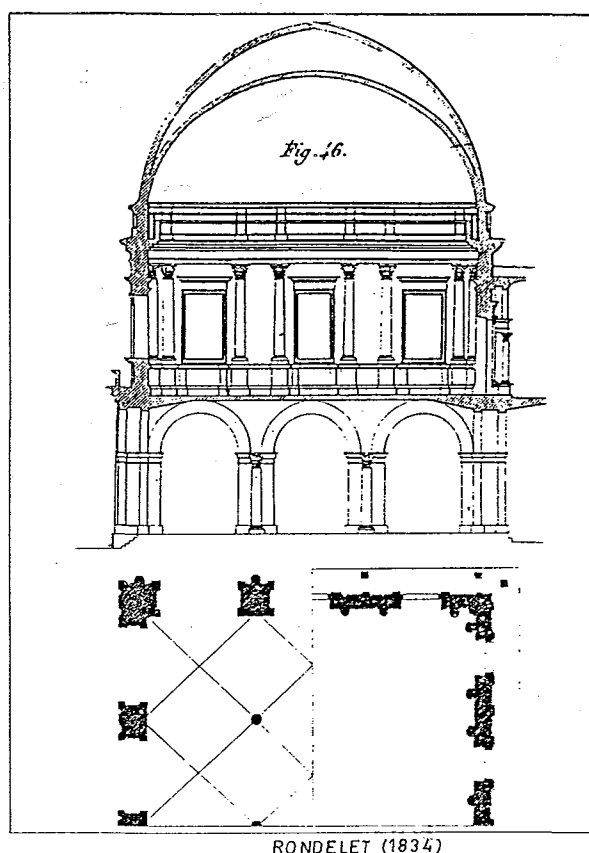
construction des ponts. Paris: 1809-1813, quizá el tratado de mayor difusión en el siglo XIX; etc... al final de esta tradición encontramos la obra de P. Sejourné *Grandes Voûtes*. Bourges: Imprimerie Vve Tardy-Pigelet et Fils, 1913-1916. Esta obra monumental cataloga todos los puentes en arco de fábrica u hormigón armado con luces por encima de los 40 metros.

132. B. Zamboni *Memorie intorno alle pubbliche fabbriche piu insigne della cita di Brescia*. Brescia: 1778. El debate y los textos que citaremos a continuación aparecen citados por J. Rondelet *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: 1834-48, Vol. 4, pp. 389-391, lám. 195, figs. 45-47. No hemos podido consultar la obra original, por lo que las citas, en francés, responden a la traducción realizada por Rondelet.

estabilidad suficiente, y que dándoles la mitad del vano tendrán, entonces, una estabilidad a toda prueba. Como hemos visto, estas mismas reglas aparecían mencionadas en su tratado.

Dado que los contrafuertes de la Logia en cuestión responden a la segunda proporción, dice que no se puede poner en duda la estabilidad del edificio, y, añade como factor favorable la situación de la carga de los muros interiores, que se retranquean hacia el interior.

A l'égard des pieds-droits, nous disons qu'il est évident pour tout architect expérimenté, qu'un bâtiment quelconque, établi sur des pieds-droits qui ont en grosseur le tiers du vide des arcs qui les séparent, a toute la solidité convenable pour qu'on puisse lui assurer une longue durée; mais, si au lieu du tiers cette dimension était portée à la moitié du même espace, on pourrait alors, en toute sécurité, garantir à une pareille construction une durée à l'épreuve de tous les âges. Et comme les pieds-droits sur lesquels reposent les murs du palais de la loge de Brescia, sont précisément établis sur cette dernière proportion, on ne saurait donc mettre en doute qu'ils n'aient la force nécessaire pour maintenir la charge qu'ils ont à porter, d'autant plus encore que cette charge est plus grande à l'intérieur qu'à l'extérieur des murs, disposition la plus favorable de toutes, et qui contribue puissamment à la solidité des édifices.



RONDELET (1834)

Figura 5.24. Logia de Brescia

5.6.2.b Bóvedas: forma de colapso

El pasaje correspondiente a las bóvedas es interesante puesto que describe el modo de colapso y alude al equilibrio de las distintas partes para asegurar la estabilidad. Palladio dice que el colapso de la bóveda se produce por descenso de la parte superior, pero que para esto suceda los estribos deben girar, lo que no es posible ya que son más pesados que la bóveda con su posible sobrecarga. No hay ninguna mención a la posibilidad de fallo del material. Es una prueba más de la aplicación intuitiva por los antiguos arquitectos del 'principio de semejanza' en el diseño de las estructuras de fábrica.

Relativement aux voûtes intérieurs qui portent sur ces pieds-droits et sur les colonnes du milieu, il nous semble que l'architecte leur a donné une proportion convenable, et que l'appui qu'elles trouvent contre les pieds-droits d'une aussi forte dimension est plus que suffisant pour contenir l'effort que'exerce sur les parties inférieurs cette portion d'arc qui forme le sommet, et qui tend constamment à descendre dans une voûte. Mais, pou qu'un pareil effet fût à craindre, il faudrait d'abord admettre que ce segment pût se redresser, ce qui ne pourrait avoir lieu sans que les murs ne fussent poussées au dehors au moins d'une demi-brasse (ce qui fait un quart pour chaque côté), et conséquemment avec eux, tout le poids dont ils sont chargés. Il arriverait donc que l'effort du moindre poids (qui est ici celui de cette portion d'arc avec les personnes qui pourraient se trouver dessus), surmonterait celui d'un plus considérable, résultant de l'ensemble des pilastres, des murs qu'ils supportent et du toit qui couvre l'édifice; ce qui paraît bien évidemment impossible: en un mot, qu'un pois moindre pût imprimer un mouvement à un poids beaucoup plus fort. On voit par-là jusqu'à quel point l'apprehension de la chute de ces voûtes peut être fondée.

5.6.2.c Cúpulas: forma del extradós para una cúpula esférica

Por último, Rondelet cita los comentarios de Zamboni sobre la figura ideal del extradós de una cúpula semiesférica según las reglas propuestas por Palladio en este debate. La figura procede de la edición de Daniel Barbaro de los Diez Libros de Arquitectura de Vitruvio, y es la interpretación del templo circular. El diseño, inspirado en la cúpula del Panteón, es muy similar también al propuesto por Bramante para la cúpula de San Pedro.

Voici, dit ce célèbre architecte, sur quelles données devra être établi le profil de la coupole: sa plus forte épaisseur sera au droit de l'imposte; de là l'extérieur sera erigé verticalement jusqu'à la hauteur du quart de son diamètre. Cette disposition a l'avantage d'augmenter sur ce point l'effort de la pression verticale, et de maintenir ainsi plus solide-

ment la voûte à sa naissance. Au-dessus de ce mur, l'épaisseur de la voûte ira en diminuant jusqu'au pied de la lanterne, afin d'alléger, autant que possible, la charge en cet endroit: les hauteur et largeur de la lanterne seront déterminées par les extrémités d'un triangle équilatéral, construit sur le diamètre de la coupole, ainsi que le dessin l'indique; les gradins qui rachètent à l'extérieur la naissance de la voûte au-dessus du mur érigé sur l'imposte, ajoutent encore à la solidité, parce que le poids de leur masse retombe précisément dans la largeur du plan sur lequel la coupole est assise. Au reste, cette construction, quoique simple et sans ornement, présente d'elle-même la décoration la plus satisfaisante.

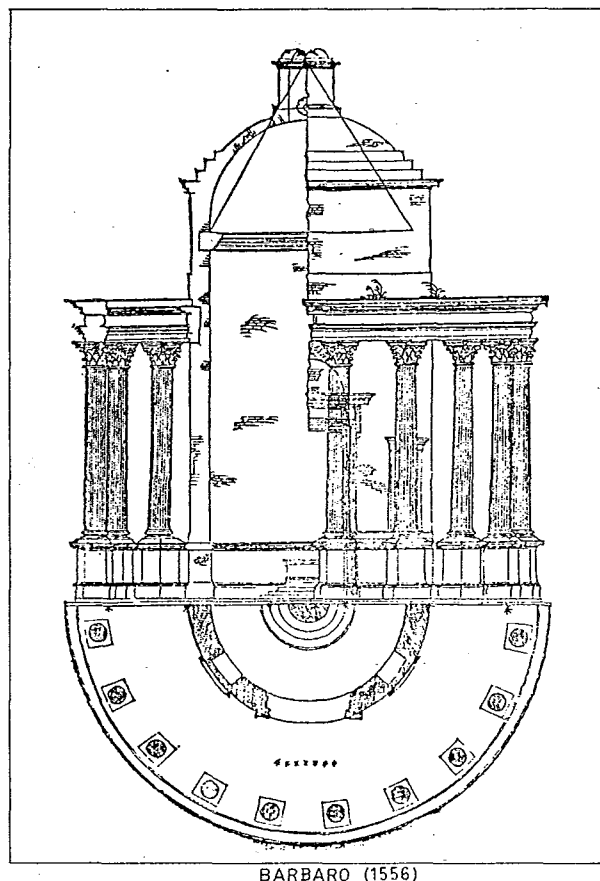


Figura 5.25. Templo períptero con cúpula

5.7 Cristóbal de Rojas

5.7.1 El tratado

Cristóbal de Rojas, ingeniero militar de Felipe II, publicó en 1598 su tratado de fortificación¹³³. Tras una primera parte dedicada a estlecer los fundamentos geométricos, está dedicado fundamentalmente a la práctica de la

133. Cristobal de Rojas, *Teórica y práctica de fortificación, conforme las medidas y defensas destos tiempos, repartida en tres partes*. Madrid: Luis Sánchez, 1598. Edición facsímil, Madrid: CEHOPU, 1985.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

fortificación. Lo incluimos en este inventario por la mención expresa de una regla estructural y del empleo de modelos.

5.7.2 Regla sobre contrafuertes

Cita brevemente la "regla del tercio" que hemos comentado antes al tratar de Palladio:

... siendo un arco de medio punto, le bastara por estribo la tercia parte de su hueco; y algunas veces bastara la quarta parte, quando cargasse mucho peso sobre los pilares...¹³⁴

Es interesante la matización sobre el peso añadido a los contrafuertes: evidentemente sabía que el problema fundamental es de equilibrio y no de resistencia.

5.7.3 Empleo de modelos

Al tratar de los cortes de cantería alude expresamente al empleo de modelos. Dado que, como hemos visto, un modelo a escala puede servir para valorar la estabilidad de la estructura a tamaño real, es importante registrar su empleo frecuente, aunque no aparezca mención alguna explícita en este sentido.

... no pondre por escrito la declaracion de los cortes de los arcos, porque seria menester una rezma de papel para poder declarar algo de su mucha dificultad, por ser cosa que consiste todo en experiencia, y que no se puede saber perfectamente el cerramiento de un arco, sino es contrahaziendolos por sus pieças de barro, ò de yesso, y esto digo por la esperiencia que tengo dello, que en tiempo de mi mocedad me ocupe de contrahazer, y levantar modelos de muchas diferencias de cerramientos de capillas...¹³⁵

134. C. de Rojas, op. cit., pág. 97.

135. Op. cit., pág. 89.

5.8 Juanelo Turriano

5.8.1 El manuscrito

El manuscrito que vamos a estudiar es de gran importancia dentro de la Historia de la Técnica en general ya que se trata del primer tratado de lo que, hasta el siglo XIX, se conoció como *Arquitectura Hidráulica*.

Se conserva en la Biblioteca Nacional de Madrid¹³⁶. Son cinco volúmenes y en el primero lleva el título: *Los veinte y un Libros de los Ingenios, y Maquinas de Juanelo, los quales le Mando escribir y Demostrar el Chatolico Rei D. Felipe Segundo Rey de las Hespañas y nuevo Mundo...*

Debido a la inclusión en el título del nombre de Juanelo Turriano el manuscrito se le ha atribuido tradicionalmente, a este ingeniero y relojero italiano de Felipe II.¹³⁷ García-Diego lo fecha entre 1564 y 1595¹³⁸. Dada la indeterminación del tema en la actualidad daremos prioridad a lo que aparece en el título y consideraremos, aunque sea provisionalmente, a Juanelo como su autor.

5.8.2 Reglas estructurales

Las únicas reglas estructurales del tratado se refieren a los puentes y están contenidas en el Libro 18 "De como se an de hazer las pilas de las puentes de piedra en diversas maneras." Las reglas estructurales y construc-

136. Biblioteca Nacional de España, Madrid, Mss. 3372 a 3376 (5 vols.)

137. En la actualidad existe polémica sobre la autoría del manuscrito y la tendencia general es a atribuírsela a un ingeniero español. Para una discusión del tema véase el Prólogo de la edición facsímil del manuscrito por Juan Antonio García Diego titulada expresivamente: *Pseudo-Juanelo Turriano. Los veintiún libros de los ingenios y de las máquinas*. Madrid: Turner / Colegio de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos, 1983. 2 vols. En este prólogo se aportan las referencias bibliográficas hasta la fecha de su publicación. Otras referencias más recientes son: N. García-Tapia "Los 21 libros de los ingenios y de las máquinas: su atribución." *Boletín del Seminario de Estudios sobre Arte y Arqueología*, Vol. 50, 1984. pp. 434-439 y J. A. García Diego *Juanelo Turriano, Charles V's Clockmaker: The Man and His Legend*. Nantucket, Mass: Science History Publications, 1986. De este último existe edición española.

138. *Pseudo-Juanelo...*, op. cit. Prólogo, pág. 26.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

tivas tienen su origen en el tratado de Alberti en el que evidentemente está inspirado (de hecho muchos párrafos estén copiados literalmente). Solamente en el aspecto constructivo aparecen innovaciones en el manuscrito de Juanelo, con una minuciosa descripción del proceso de construcción de las pilas de los puentes.

5.8.2.a Arcos

Juanelo suscribe la doctrina de Alberti sobre el 'arco ideal':

El que es mas fuerte de todos los arcos es el de medio redondo; porque ninguna de las otras maneras es tan fuerte ^{ni parece tambien, ni tiene tanta gracia como el q' es hecho de medio redondo justamente...}¹³⁹

Insiste, como Alberti, en la necesidad de rellenar los riñones de las bóvedas con buena sillería, para mejorar la estabilidad:

... assi mesmo digo, ^{que los arcos se deven hazer, con sus senos, o, costados que sean henchidos y firmes...}¹⁴⁰

... lo que hay entre un arco y el otro se deve ir hinchendo de piedra de tal modo, que todo sea muy firme, ni se halle en toda la obra cosa mas firme...¹⁴¹

A continuación describe un procedimiento de ahorrar material, que dice haber visto en Italia, colocando arquillos apoyados sobre los arcos grandes¹⁴². Los arquillos son rebajados y descargan en el lugar óptimo, aproximadamente en la junta de rotura de los arcos grandes. El texto de Juanelo no deja lugar a dudas de que este aspecto era conocido:

Haorranse piedra devaxo de la boveda B. que es la que haze A. y C. en aquel angulo se puede haorran gasto y mucha piedra y cal aun tiempo; porque aquel arquillo B. es de mucha fuerza para los dos arcos grandes, y si huviere alguna piedra que fuere muy blanda, o, floxa, puédase poner en aquellos costados del arquillo hazia los arcos A.C. encima de la B. y assi

139. Juanelo op. cit. fol. 374v.

140. *Ibidem*.

141. Juanelo, op. cit. fol. 376r.

142. Es la primera vez que este ingenioso sistema aparece en un tratado. Casi 150 años más tarde, Gautier lo menciona en su *Traité de Ponts*, publicado en Paris en 1714. Para un estudio histórico del tema, véase E. C. Ruddock "Hollow spandrels in arch bridges: a historical study." *Structural Engineer*, Vol. 52, 1974, pp. 281-292. El estudio se limita en la práctica a los puentes ingleses.

se pondra en obra lo que paresçera no servir para nada; porque aquel arquillo B. tiene mucho valor en aquel lugar...¹⁴³

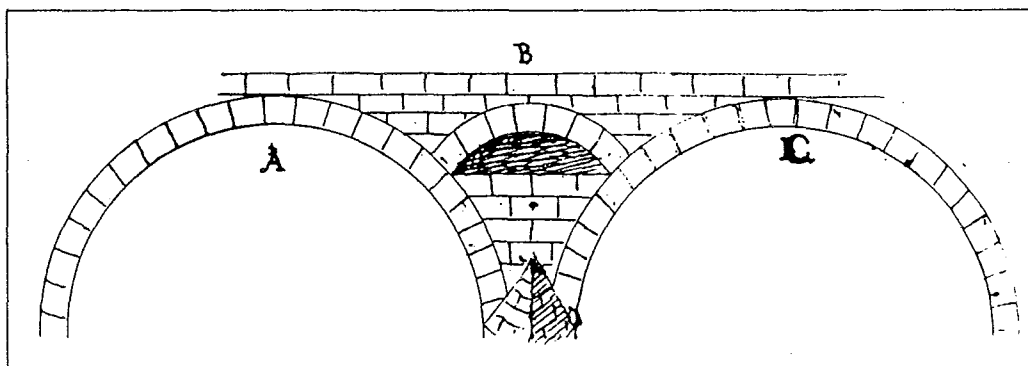


Figura 5.26. Aligeramiento de los riñones en los puentes

En cuanto al canto de los arcos no da regla, pero sí aconseja, de nuevo siguiendo a Alberti, afirma que:

... conviene hazerlas muy rezias, por causa del grande atronamiento de los carros,... y otros pesos que ordinariamente se offresçen passar por la puente, como son artillerias, colossos, bobeliscos...¹⁴⁴

Las claves de los arcos, recomienda que sean más grandes que el resto de las dovelas, y que se introduzcan, al final, a golpes con un martillo de madera para que hagan presión contra las otras dovelas antes del descimbramiento. De esta manera se pueden reducir los descensos de la clave en el momento del descimbramiento, y la línea de empujes se acomoda mejor dentro

143. *Ibídem.*

144. *Ibídem*, fol. 372r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

del núcleo central de inercia.¹⁴⁵ Ambas consideraciones, como veremos, mejoran la estabilidad del arco.

... deve-se labrar la clave del arco algo mas ancha en la parte de arriba, que ninguna de las otras piedras, la qual cierra el arco... y aun es necessario hazerla entrar a fuerça con calarla con algunos golpes para que entre con un maço de madera para que no se rompa la piedra y hincandose con fuerça haze que se aprieten todas las demas del arco y siendo muy bien apretadas estan muy mas firmes en su lugar y hazen todas muy bien su officio...¹⁴⁶

5.8.2.b Pilas y estribos de los puentes

Juanelo considera el dimensionado de las pilas como fundamental dentro de la construcción de puentes. Lo trata, pues, con detalles dando ejemplos numéricos y diagramas. Las reglas que da están tomadas de Alberti:

No se haga pues mas ancha la cuerda del arco de la puente que quanto es seis vezes gruessa su pila, y esto todo quanto se les puede quitar á las pilas, ni en alguna manera se cufre hazer las pilas mas delgadas de una sesena parte de la cuerda del arco, ni tampoco mas gruessas de la quarta parte de lo largo de la cuerda del arco, que ha de cargar ençima della.¹⁴⁷

Para que no quede duda repite de nuevo un ejemplo y, lo que es más interesante, realiza un dibujo a escala de un arco y el intervalo de variación posible de las pilas, sin duda para acostumbrar el 'ojo' del lector a las proporciones adecuadas:

Digamos agora que el arco tiene de cuerda, de modo que la sesena parte de sesenta es diez que seria lo ancho de la pila, y esto es hazerla tan estrecha, como se pueda hazer, y si tomásemos los mismos sesenta y hiziessemos dellos quatro partes, que es la mayor anchura que se pueda dar a una pila, q' vendria a ser quinze; de suerte que en estos dos extremos se pueden tomar todos aquellos medios, que hay de diez a quinze, íran repartiendo como mejor les

145. Este procedimiento aparece citado como el tradicional por Perronet: 'Pour diminuer le tassement des voûtes et faciliter le décintrement des ponts, l'usage ordinaire a été, jusqu'au présent, de poser à sec un certain nombre des dernier cours de voussoirs; de les serrer fortement avec des coins de bois chassés à coups de maillet entre des lattes savonnées, et de les couler et ficher ensuite avec mortier de chaux et ciment'. Véase su "Memoire sur le cintrement et le décintrement des ponts, et sur les differens mouvements que prennent les voûtes pendant leur construction." *Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, , 1773. pp. 33 y ss. Freyssinet, el último gran constructor de puentes de fábrica (y también fundador de una nueva forma de construir los puentes, con hormigón armado), ideó un procedimiento análogo al propuesto por Turriano para centrar la línea de empujes. Consistía en colocar unos grandes gatos hidráulicos y precomprimir la clave antes de introducir las últimas dovelas. El método está descrito en: E. Freyssinet "Perfectionnements dans la construction des grandes voûtes." *Le Génie Civil*, Vol. 58, 1921. pp. 97-102, 124-128, 146-150.

146. *Ibidem*, fols. 375v-376r.

147. *Ibidem*.

pareciera, aunque la mejor proporçion es de treze á doze y doze y medio y sale siempre más verdadera; de suerte que se puede quitar de quinze y añadir á diez, hase esto de hazer con buen juicio y discrecion y si la pila es quinze, no puede ser el arco menos de sesenta...¹⁴⁸

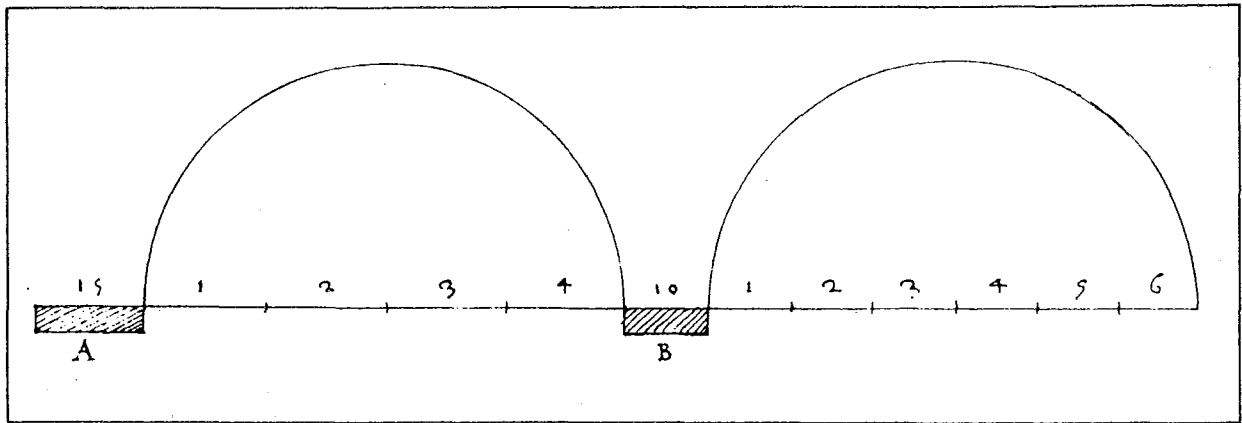


Figura 5.27. Intervalo de variación posible de las pilas de los puentes

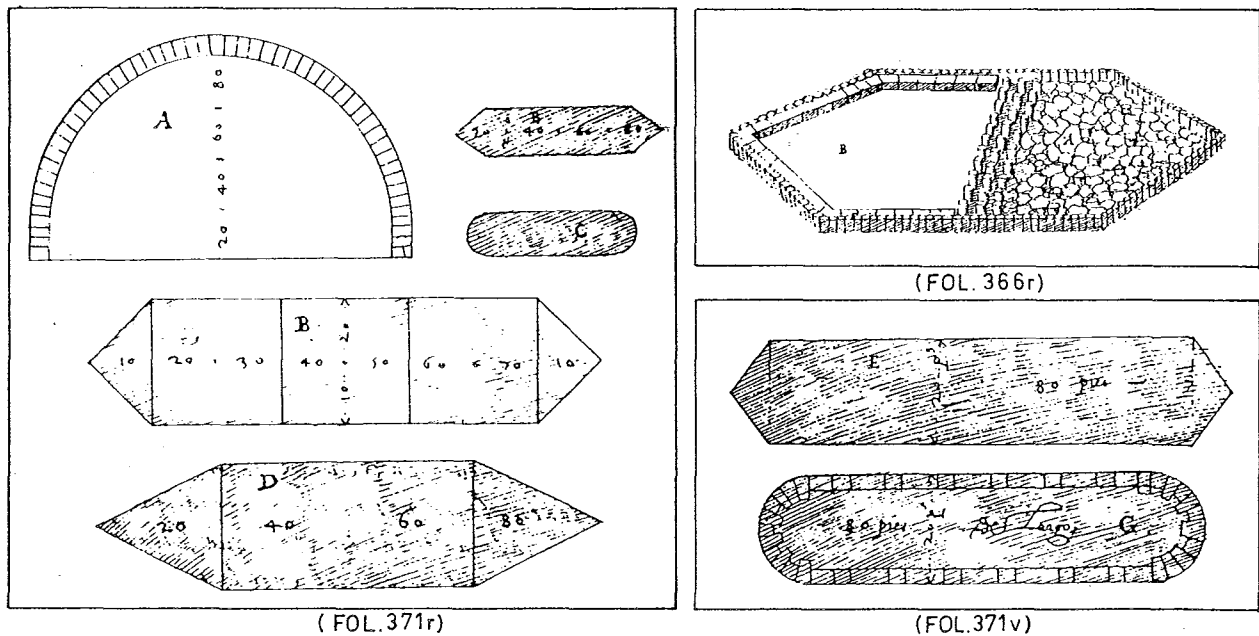


Figura 5.28. Proporciones de arcos y pilas

148. *Ibidem*.

5.9 Las comisiones de expertos: la Catedral de Gerona

Para conocer mejor el pensamiento estructural de los antiguos maestros y arquitectos nada más directo que acudir a sus propios comentarios. Como hemos visto la tradición de los constructores era hasta el renacimiento puramente oral y, además, en las logias medievales se exigía el secreto; por todo ello, estos comentarios son muy escasos. Uno de los pocos sitios donde es posible hallarlos es en las conclusiones de las comisiones de expertos que se formaban para debatir problemas estructurales. Hemos mencionado ya las formadas con motivo de los problemas de la cúpula de San Pedro, en 1742. En Italia en el siglo XV es famosa la de la Catedral de Milán¹⁴⁹. En el siglo XVI no eran infrecuentes. En España cabe citar las de Gerona en 1417, Zaragoza, alrededor de 1500, y Salamanca en 1512. De la primera y la última se conservan las actas de las conclusiones¹⁵⁰.

El caso de Gerona es particularmente interesante para el tema que nos ocupa. En el año 1416 la catedral estaba incompleta y sólo se había edificado el ábside semicircular y un primer tramo de la iglesia con tres naves¹⁵¹. En 1419 el maestro de las obras, Guillermo Boffill, propuso un plan para su terminación que consistía en edificar una sola nave que cubriera con un solo vano todo el ancho de la Catedral. Nunca hasta entonces se había edificado

149. Los mejores estudios son los de: J. S. Ackerman, J.S. "Ars sine scientia nihil est". Gothic theory of architecture at the Cathedral of Milan." *Art Bulletin*, Vol. 31, 1949. pp.84-111, y P. Frankl "The Secret of Medieval Masons." *Art Bulletin*, Vol. 27, 1945. pp.46-64.

150. Están publicadas en G. E. Street *Some Account of Gothic Architecture in Spain*. London: 1865, formando los Apéndices C (Salamanca) y H (Gerona). Las actas de Gerona también están publicadas en E. Llaguno y Almirola y J. A. Ceán Bermúdez *Noticia de los arquitectos y arquitectura de España desde su restauración*. Madrid: 1829, Vol. I, pp. 261-275.

151. Para una monografía sobre la catedral véase: J. Bassegoda *La Catedral de Gerona. Apuntes para la monografía de este monumento*. Barcelona: 1889.

una nave de crucería de estas dimensiones¹⁵² y esto provocó el miedo y fuertes disensiones en el seno del Capítulo.

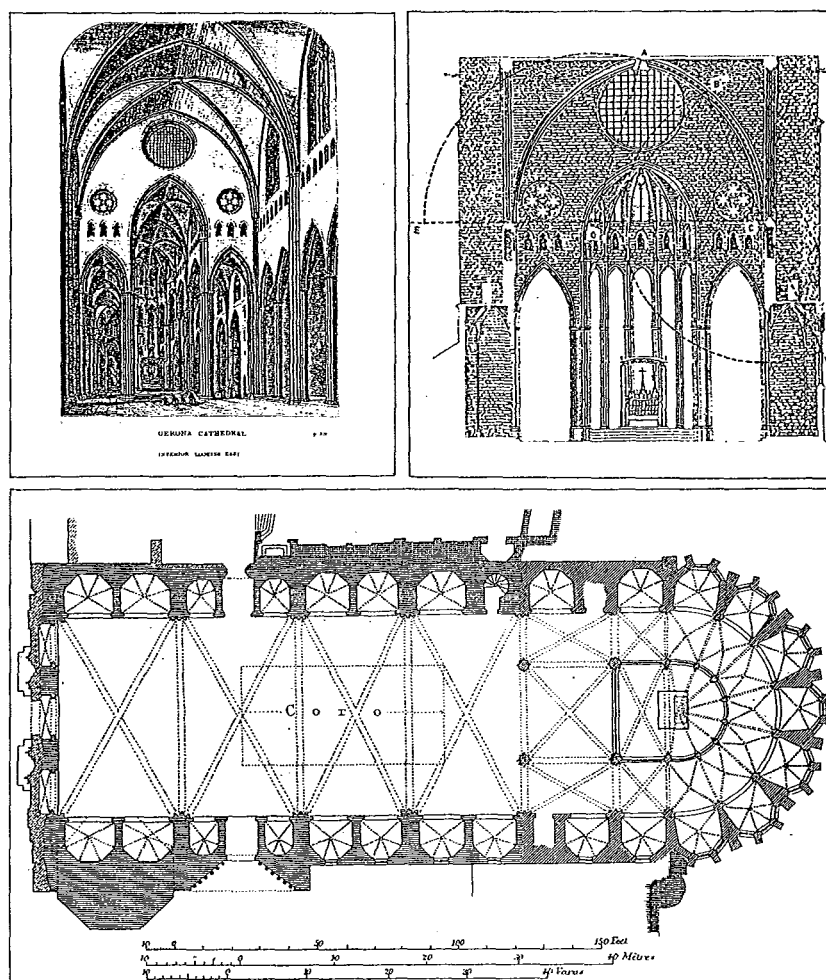


Figura 5.29. Catedral de Gerona. Planta, sección y vista interior

152. En efecto, la luz es de 73 pies (22 m) y supera con creces el de las más grandes catedrales góticas europeas:

Albi	58 pies (17.4 m)
Toulouse	60 (18)
Amiens	49 (14.7)
Paris	48 (14.4)
Bourges	49 (14.7)
Chartres	50 (15)
Colonia	44 (13.2)
Narbonne	54 (16.2)
Palma de Mallorca	67 (20)

Datos según Street, op. cit. pág. 323.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Para resolver la situación se decidió convocar una Comisión de arquitectos¹⁵³ que deberían responder por separado y bajo juramento a tres preguntas relacionadas con el plan del maestro Boffill, quien fue llamado en último lugar y respondió también a las preguntas.

Las preguntas trataban de dilucidar:

- a) Si la solución de una nave ofrecía suficiente seguridad.
- b) Si sería congruente proseguir la solución de tres naves.
- c) Si podría armonizarse la solución de nave única con la cabecera de tres naves.

El resultado es sorprendente: ni uno solo de los arquitectos consultados dudó de la suficiente seguridad de la solución propuesta, y todos ellos declararon que los contrafuertes previstos eran suficientes. Las críticas (siete de los consultados se declararon partidarios de la solución de tres naves), se centraron en la 'bondad estética' de la solución, no en su viabilidad.

Guillermo Boffill incluso manifestó que a los contrafuertes les sobraba un tercio de espesor. Esta afirmación es extraordinariamente importante en el contexto del presente estudio pues sugiere que los antiguos constructores conocían las proporciones de colapso de contrafuertes y daban la seguridad suficiente aumentando el espesor en una cierta proporción, en este caso un tercio.

La confianza de los arquitectos consultados en las proporciones de bóvedas y contrafuertes parece haber estado justificada, pues hasta la actua-

153. Los arquitectos, *magistri operi*, consultados eran: Paschasius y Joannes de Xulbe, de la catedral de Tortosa; Petrus de Vallfogona y Guillelmus de la Mota de la catedral de Tarragona; Bartolomeus Gual, de la catedral de Barcelona; Antonius Canet, de la de Seo de Urgel; Guillelmus Abiell, de Santa María del Pino; Arnaldus de Vallerias, de la catedral de Menorca; Antonius Antigoni, de la de Castellón de Ampurias; Guillelmus Sagraera, de la catedral de Perpiñán; Joannes Guinguamps, de la catedral de Narbona y, el maestro de Gerona, Guillelmus Boffiy.

lidad, más de 400 años ya que la bóveda se terminó en 1579, el edificio sigue en pie y no tenemos noticia de que haya presentado ningún problema estructural en este largo espacio de tiempo.

5.10 Reglas estructurales del gótico tardío alemán

Como en el caso español los manuscritos que se conservan sobre la tecnología constructiva gótica corresponden a los siglos XV y XVI. Aunque el tema se sale del ámbito de la presente Tesis creemos interesante, aunque solo sea a efectos comparativos enumerar las reglas estructurales del gótico alemán de las que hemos tenido noticia, todas ellas a partir de fuentes secundarias.

Los métodos constructivos del gótico alemán se han estudiado con exhaustividad, existiendo en la actualidad un inventario casi completo del material documental¹⁵⁴. Sin embargo, el tema de las reglas estructurales se menciona raramente. Las siguientes reglas están extraídas de las dos únicas fuentes secundarias que hemos localizado sobre el tema: las de Ungewitter¹⁵⁵ y Shelby/Mark¹⁵⁶.

5.10.1 Ungewitter: reglas para contrafuertes

El libro de Ungewitter es, como su nombre indica, un *Manual de construcción gótica*. Su objetivo era proporcionar una herramienta de trabajo para

154. Para un bibliografía véase P. Hause *Gotische Architekturzeichnungen in Deutschland*. Diss. Bonn 1973. Sobre la estereotomía gótica, véanse cualquiera de las numerosas contribuciones de W. Müller, en particular: "Technische Bauzeichnungen der deutschen Spätgotik." *Technikgeschichte*, Vol. 40, 1973, pp. 281-300. Sobre las monteas grabadas en suelos o paredes: W. Schöller "Ritzzeichnung. Ein Beitrag zur Geschichte der Architekturzeichnung im Mittelalter." *Architectura*, Vol. 19, 1989, pp. 36-61.

155. G. C. Ungewitter, *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann*. Leipzig: 1890, Vol. 1, pp. 273-276, con el título 'Geometrische Beziehungen in den Grundrissmassen. Verhältnis der Widerlager zu den Spannweiten.'

156. L. R. Shelby y R. Mark "Late Gothic Structural Design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler." *Architectura*, Vol. 9, 1979, pp. 113-131.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

los arquitectos y constructores de iglesias neogóticas de finales del siglo XIX. Por ello su carácter es más bien práctico, y las citas históricas no aparecen debidamente referenciadas.

a) Regla nº1. Citando a Hoffstadt¹⁵⁷ menciona la siguiente regla que permite dimensionar el grosor del muro y el contrafuerte: se toma como espesor del muro $1/10$ de la luz; se construye un cuadrado con esta dimensión y su diagonal nos da el resalto del contrafuerte. Esto conduce a un canto del contrafuerte en relación con el vano de:

$$C = L (1 + \sqrt{2})/10 = L / 4.14$$

b) Regla nº2. Cita la regla de Martínez de Aranda, dando como fuente a Viollet-le-Duc¹⁵⁸. También menciona una modificación por Hase¹⁵⁹, donde se toma como base de la construcción no el arco fajón sino uno intermedio, en el caso de que la bóveda de crucería tenga peralte. No se citan fuentes manuscritas y parece una reelaboración de la regla por parte del autor.

c) Regla nº3. Cita la regla de Hernán Ruiz. La regla se aplicaba originalmente para determinar los estribos de los ábsides poligonales, aunque Ungwitter precisa que podría también haberse empleado en los tramos rectos,

157. F. Hoffstadt *Gotisches ABC Buch, das ist: Grundregeln des gotischen Styls für Künstler und Werkleute*. Frankfurt: 1840.

158. Ungewitter sólo citaba el nombre de Viollet. Hemos localizado la cita aludida en su *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*. Vol. 4, Paris: 1878, pág. 63. No cita fuentes manuscritas, sólo dice, hablando de los posibles conocimientos estructurales de los constructores góticos: "Peut-être possédaient-ils quelques-unes de ces formules mécaniques que l'on trouve encore indiquées dans les auteurs de la renaissance qui ont traité de ces matières, et qu'ils ne donnent point comme des découvertes de leur temps, mais au contraire comme des traditions bonnes à suivre."

159. Ungewitter solo cita el nombre del autor. Consultando los índices de la Biblioteca del Congreso de los EE. UU. y de la Biblioteca Nacional de Paris, sólo hemos encontrado una referencia con ese nombre: C. W. Hase *Die mittelalterlichen Baudenkmäler Niedersachsen*. Hannover: 1855-83. 3 vols.

dado que aunque en los tramos absidales la carga es menor existe un efecto de composición de fuerzas.

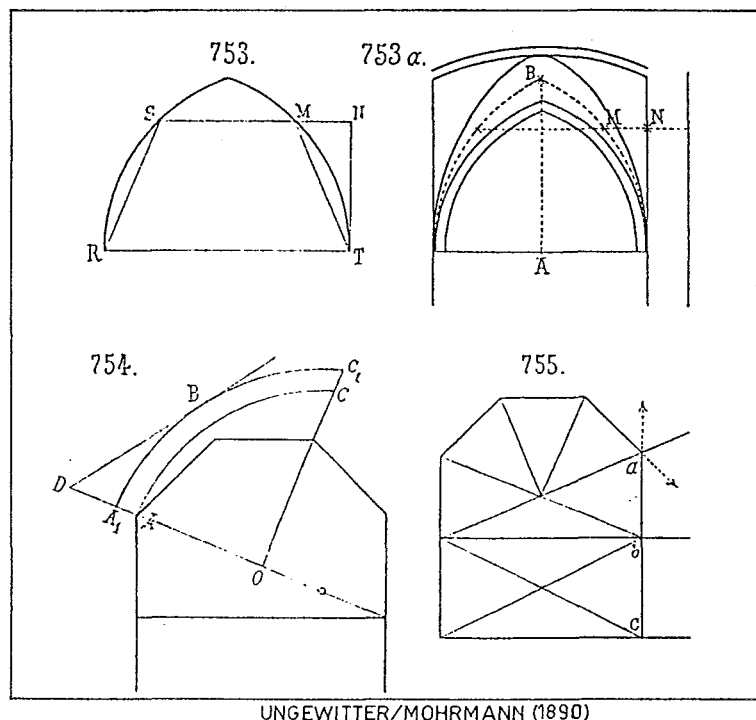


Figura 5.30. Ungewitter: reglas de Martínez de Aranda y Hernán Ruiz

5.10.2 Lechler

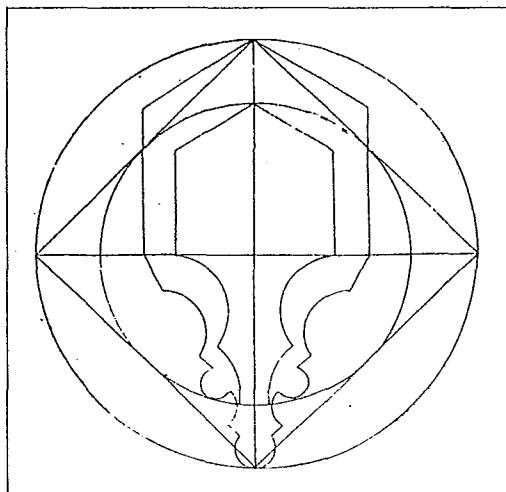
El mencionado estudio de Shelby y Mark se ocupa de uno de los manuscritos más antiguos del gótico alemán, las 'Instrucciones' que escribió en 1516 Lorenz Lechler para su hijo Moritz¹⁶⁰.

El manuscrito contiene algunas reglas simples sobre el diseño de los muros y contrafuertes y de las bóvedas:

a) **muros y contrafuertes.** El muro tendrá de espesor $1/10$ de la luz de la nave. El contrafuerte presentará una relación canto/ancho de 2 a 1. Apa-

160. El manuscrito original ha desaparecido y sólo hay una copia de finales del siglo XVI, que se conserva en el Archivo Histórico de Colonia. Véase Shelby y Mark, op. cit. pág. 113-114.

rentemente no cita ninguna regla que relacione el espesor del muro con el del contrafuerte con lo que éste queda indeterminado.



LECHLER (1516)

Figura 5.31. Arcos transversales y cruceros

b) bóvedas. Las reglas de Lechler sólo se ocupan de dimensionar los nervios transversales (fajones o perpiaños) y los cruceros. Utiliza como modulo base el ancho del muro. Los arcos cruceros deben tener de canto $1/3$ del ancho del muro, es decir, $1/30$ de la luz, y su relación canto/ancho es de 2 a 1.

Los arcos transversales los obtiene a partir de los anteriores mediante una construcción geométrico; son mayores en una relación $7/5$. Sobre las plementerías no dice nada.

La comparación de estas reglas con las españolas del gótico tardío permite sacar dos conclusiones que se han mencionado ya:

- las reglas estructurales gozaron de gran aceptación y difusión, ya que la misma regla aparece citada en lugares y épocas distintas de europa.
- el grado de desarrollo y complejidad de las reglas de Rodrigo Gil convierten su manuscrito en un hito excepcional en la historia 'pre-científica' de las estructuras.

6. EL SIGLO XVII

6.1 Fray Lorenzo de San Nicolás

6.1.1 El tratado

El tratado de arquitectura de Fray Lorenzo de San Nicolás consta de dos partes publicadas respectivamente los años 1639¹ y 1664². El tratado propiamente dicho lo forma la primera parte. La segunda parte se entiende como un complemento a la primera. En primer lugar se dedica a contestar las críticas formuladas contra la primera por Pedro de la Peña (quiso impedir su publicación); luego realiza un comentario sobre algunos famosos tratados de arquitectura (Vitruvio, Serlio, Palladio, Cataneo, Rusconi, etc.); posteriormente explica los órdenes según Vignola y, por último, repasa algunos aspectos técnicos sobre medida de bóvedas y armaduras ya tratados en la primera parte. El libro incluye también la traducción del libro quinto de Euclides y las ordenanzas de Toledo.

Los dos libros de Fray Lorenzo constituyen, sin duda, el tratado de arquitectura más importante del siglo XVII en España. Según Kubler: "*El Arte y Uso de Arquitectura* es, desde muchos puntos de vista, el mejor libro sobre instrucción Arquitectónica escrito jamás..."³. Llaguno lo cita pero señala que el libro resulta provechoso para canteros y albañiles pero entraña pocos

1. Fray Lorenzo de San Nicolás *Arte y Uso de Architectura. Primera parte*. Madrid: s.i., s.a. 1639. Suele decirse que la primera edición apareció en 1633, sin embargo tanto A. Bonet Correa como J. J. Martín González consideran más probable la de 1639, año en que se firmó la fe de erratas del libro. Véase: A. Bonet Correa *Bibliografía de Arquitectura, Ingeniería y Urbanismo en España (1498-1880)*. Madrid: 1980, vol. 1, pág. 88; y J. J. Martín González "Noticia del Arte y Uso de Arquitectura", prólogo de la edición facsímil, Madrid: Albatros, 1989, pág. 21.

2. Fray Lorenzo de San Nicolás *Segunda Parte del Arte y Uso de Arquitectura... Con el Quinto y Séptimo Libros de Euclides traducidos del latín en Romance y las medidas difíciles de Bóvedas y de las superficies y pies cúbicos de Pechinas...* Madrid: s.i., 1665.

3. Véase G. Kubler *Arquitectura de los Siglos XVII y XVIII. (Ars Hispaniae. Historia Universal del Arte Hispánico, vol. 14)*. Madrid: 1957, pp. 79-82, donde Kubler hace un excelente comentario sobre el tratado de Fray Lorenzo.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

conocimientos sobre arquitectura⁴.

Desde el punto de vista de la historia de la construcción es un texto fundamental. Destinado a los jóvenes principiantes describe con claridad y detalle todos los procesos constructivos. Así, por citar un ejemplo, sus descripciones sobre la forma de construir los distintos tipos de bóvedas y cubiertas de madera constituyen un fuente valiosísima, y prácticamente única, para conocer el estado de dichas técnicas constructivas en el siglo XVII español.

Fray Lorenzo era un hombre de vasta erudición y conoce, y cita, los más importantes tratados de arquitectura de su época. Sin embargo, su obra no es en modo alguno un *collage* de opiniones de distintos autores, cosa harto frecuente en aquella época. El estudio que hemos realizado sobre la técnica de construir bóvedas, puentes y torres demuestra que era un hombre estudioso pero crítico, y, aunque es notoria la influencia de Alberti, siempre expone su opinión personal con independencia de criterio.

6.1.2 Reglas estructurales

El tratado de Fray Lorenzo contiene diversas reglas y observaciones sobre el diseño y construcción de arcos, bóvedas y cúpulas. Las comentaremos siguiendo el orden de aparición en el tratado.

6.1.3 Contrafuertes

Las primeras reglas se refieren a los contrafuertes de los templos.

4. "Es tan conocida esta obra de Fr. Lorenzo, que podemos dispensarnos de dar mayor noticia de ella. Merece estimación, y es útil para canteros y albañiles; pero sabe poco lo que es la arquitectura quien juzgue que con ella se pueden hacer arquitectos." E. Llaguno y J. A. Ceán-Bermúdez *Noticias de los Arquitectos y Arquitectura de España desde su Restauración*. Madrid: 1829, Vol. 4, pág. 24.

Aparecen formando un capítulo aparte⁵. Constituyen el conjunto más completo de reglas para el dimensionado de contrafuertes que hemos encontrado.

En primer lugar Fray Lorenzo señala la importancia de la materia de que se trata:

Qué grueso ayan de tener para sustentarle, assi el de su mismo pesso, como el del empujo de las bovedas, importa mucho el acierto...⁶

A continuación cita el caso de San Pedro de Roma, donde los contrafuertes tienen un canto de la mitad del vano lo cual le parece excesivo:

Hemos ido adelgazando los ingenios, y a este passo los edificios, y en el tiempo presente se conoce la mucha grosseza de los edificios antiguos, y la sutileza de los presentes.⁷

Discute la creencia general de que los daños se deben precisamente a las proporciones más esbeltas y señala que comunmente se deben a fallos en las cimentaciones o al paso del tiempo.

Podrán decirme, que por tanto adelgazar ha auido ruinas en ellos. A esto respondo dos razones, y es, que el daño ha nacido de estar mal plantados, mas que de su delgadez. Y lo otro, que ni los edificios plantados muy gruesos en sus paredes, han dexado de tener muy grandes ruinas, como las historias dicen, causadas del tiempo, de que adelante trataremos.⁸

Afirma que un exceso en el dimensionado puede ser tan perjudicial como quedarse corto, refiriéndose, en forma implícita, a la necesidad de buscar un equilibrio entre las distintas partes:

Conserva a un cuerpo, segun sienten los Phisicos, una mediana en el sustento; porque la abundancia la acaba, y la falta le destruye; asi siento que passa en los edificios, que mucho peso, o grueso les hace abrir quiebras, y falta de grueso les hace perecer: assi, que conviene que guarde una mediana para conservarle.⁹

5. Fray Lorenzo, op. cit., primera parte, Cap. XXVIII, 'Trata de la fortificacion de un Templo'; Fray Lorenzo, op. cit., fols. 30v-31v.

6. Op. cit. fol. 30v.

7. *Ibidem*.

8. *Ibidem*.

9. Op. cit., fol. 31r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Tras estas disgresiones generales pasa a discutir el tema fundamental en la 'fortificación de un templo' que es el correcto dimensionado de los contrafuertes. La exposición es discursiva y en ella contempla todos los casos más frecuentes en la práctica: muros con o sin contrafuertes; bóvedas de piedra, ladrillo macizo o tabicadas. Aunque hemos resumido las reglas en forma de tabla, véase Tabla 6.1., citamos a continuación, por su extraordinario interés en el tema que nos ocupa, los párrafos del tratado.

Muros continuos (sin contrafuertes):

Comunmente se lleva, que cualquiera Templo tenga de grueso en sus paredes la tercera parte de su ancho, hallando inconveniente en poder echar estribos en los lienzos de los lados, que suele suceder por estar en calles publicas.¹⁰

Con contrafuertes y bóveda de piedra:

... mas llevando estribos, , le basta de grueso la sexta parte de su ancho; y lo que falta para cumplimiento del tercio, ha de llevar de estribos, aunque quando en estos exceda algo, importe poco, y obrando como queda dicho, no ay que temer, ni falta de grueso ni abundancia, sino obrar con seguridad...¹¹

da un ejemplo numérico sobre este último caso:

... porque si el Templo tiene quarenta pies, y sin estribos lleva el tercio de quarenta, son trece pies de grueso, y un tercio de pie; y si lleva estribos, la sexta parte de quarenta son seis pies, y quatro sextos, que es poco mas de seis y medio, y lo restante de hasta el tercio de estribos, es otro tanto, y como queda dicho puede exceder algo en esto de los estribos, aunque sientos son suficientes...¹²

Con contrafuertes y bóveda de ladrillo. Dado el menor peso y, consiguientemente, menor empuje, reduce el canto de los contrafuertes:

... esto es para fábrica que lleva bobeda de piedra, que aviendo de ser la bobeda de rosca de ladrillo, por ser materia mas ligera, se puede aligerar el edificio, y assi en los gruesos no llevara mas de la septima parte de grueso, que de quarenta es septima parte cinco pies, y cinco septimos de pie, y en los estribos llevara el cumplimiento al tercio, sin excederle por ser suficiente...¹³

10. Op. cit. fol. 31r.

11. *Ibídem*.

12. *Ibídem*.

13. *Ibídem*.

con muro continuo:

... y puedes obrarla con seguridad, no llevando estribos: y siendo la bobeda de rosca de ladrillo, llevará de grueso la pared la quarta parte de su ancho, que de quarenta es diez pies, y sin temor se podran cargar las bobedas...¹⁴

Con contrafuertes y bóveda tabicada:

... quando la bobeda huviese de ser rubricada [tabicada] de ladrillo, baste que lleven las paredes de grueso la octava parte de su ancho, que es de quarenta, cinco pies de grueso, y los estribos se cumplan con el grueso hasta la quarta parte de su ancho...¹⁵

con muro continuo:

... Si en el Templo, cuyas bobedas han de ser tabicadas, no pudiese aver estribos, tendran de grueso las paredes la quinta parte de su ancho, que es de quarenta, ocho pies de gruesos, y aun ay lugar en esta parte de adelgazar mas.¹⁶

Fray Lorenzo manifiesta su seguridad en las reglas al final del capítulo:

... Y assi ... este edificio con tres diversidades de bobedas, ira seguro, con tal que en los demas guarde los preceptos que diremos: y en la alteza del Templo no exceda de suerte que parezca mal y el peso y el empujo lo destruyan.¹⁷

En la segunda parte, como contestación a una de las objeciones de Pedro de la Peña, sobre las reglas de dimensionado para los estribos, reafirma de nuevo la seguridad que tiene en sus reglas:

Y todos los que no han guardado en sus edificios estas reglas, las ruinas de ellos lo han manifestado; y aunque pudiera yo referir algunos descuidos de Pedro de la Peña, siendo la defensa natural, porque me deva algo lo dexo de hazer... En quanto a los gruesos, digo, que si la bobeda es de piedra, que es menester tengan las paredes los gruesos que digo, y estimara que me diera proporcion en el empujo de la bobeda de piedra, para que considerando el empujo de la bobeda de ladrillo, viera quan verdad es lo que digo.¹⁸

La exposición, aunque discursiva, es muy sistemática y puede reducirse a un cuadro de doble entrada, como el que se presenta a continuación:

14. Op. cit. fol. 31r.

15. *Ibidem*.

16. *Ibidem*.

17. *Ibidem*.

18. Op.cit. segunda parte, fol. 11r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

material		muro (secc.const.)	muro + contrafuerte
bóveda de	piedra	1/3	1/6 \geq 1/3
	ladrillo	1/4	1/7 1/3
	tabicada	1/5	1/8 1/4

Tabla 6.1. Dimensiones de los contrafuertes en función de la luz y el material de la bóveda

Para que las dimensiones estén completamente definidas da a continuación el espesor transversal de los contrafuertes en función del espesor del muro, 2/3, así como la separación entre los contrafuertes:

Los estribos han de tener de grueso comunmente las dos partes del grueso de la parte, de tal modo, que si la pared tiene seis pies, ellos han de tener quatro, que son las dos partes. El hueco que ha de aver entre uno, y otro ha de ser la mitad del ancho del Templo, quitando de los huecos los gruesos de los mismos.¹⁹

También contempla el caso de la existencia de capillas laterales:

Y si tuviese la planta Capillas, tendrá de fondo lo que tuviere la Capilla, hasta que ella levante lo que huviere menester, que despues tornará à telejar, como està dicho, y la planta lo mostrarà adelante en el siguiente capitulo.²⁰

Fray Lorenzo da también regla para determinar el espesor de las paredes cuando éstas no reciben el empuje de ninguna bóveda y solamente soportan el peso de la cubierta:

... notarás, que no todas las paredes necesitan de un mismo grueso, porque ... [las] paredes ... [que] no hacen sino sustentarse a sí mismas, sin que ninguna bobeda cargue en ellas, sino solo las armaduras, y porque estas tambien observen preceptos, siendo el Templo de canteria, ... tendrá de grueso la septima parte de su ancho: y siendo de ladrillo las paredes, tendrán de grueso la octava parte de su ancho; y siendo asi, quedarán seguras, y firmes, por no sustentar mas que à sí, y servir de hermosear el Templo.²¹

19. Op. cit. primera parte, fol. 31v.

20. *Ibidem*.

21. *Ibidem*.

Como en el caso de Rodrigo Gil esta exposición sistemática permite determinar las dimensiones de los elementos estructurales de una iglesia. Si las reglas de Rodrigo Gil se referían a las iglesias salón, las de Fray Lorenzo parecen destinadas a las iglesias tipo 'il Gesù', nave única con capillas laterales, si bien el dimensionado es suficientemente generoso como para tener un ámbito más general de aplicación.

6.1.4 Arcos

Fray Lorenzo dedica un capítulo completo al tema de los arcos, sus tipos y estereotomía²². Se contemplan solamente los casos más sencillos y en modo alguno tiene comparación su contenido con los tratados de Martínez de Aranda o Alonso de Vandelvira.

Como Alberti, procede de manera sistemática: primero define los distintos tipos de arcos:

Muchos son los generos de los arcos que la industria ha inventado: mas aunque muchos, reducirlos hemos à cinco... Los nombres a los que los reduzco son: el primero, es escarzano, el segundo carpanel o apaynelado, el tercero buelta de cordel, ò punto hurtado, el quarto medio punto, el quinto todo punto.²³

Sobre cual de ellos es el mejor, desde un punto de vista estructural, suscribe la doctrina de Alberti:

Entre todos es el mas fuerte el de medio punto, y el mas agradable a la vista, y al fin en todo el mas perfecto...²⁴

Menciona el problema clave del diseño de arcos: determinar su canto en función de la luz, sin embargo no da ninguna regla (en efecto, como hemos visto el espesor depende de la configuración de cargas que soporta el arco):

22. Cap. XLII 'Trata de los generos delos Arcos, y de la forma que se ha de tener en labrarlos.', op. cit., fols. 64-74.

23. Op. cit. fol. 64r.

24. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Del grueso de los arcos no se puede dar regla asentada y cierta aunque algunos la dan; mas en esto el Maestro le aya prudente, y conforme à lo que ha de sustentar el grueso...²⁵

Más adelante se reafirma en su opinión:

...del grueso que han de tener los arcos, de que no podemos dar regla, como diximos en el cap. 42. y es la razon, que si a un grueso de veinte y cinco pies diessemos dos de rosca, a uno de cinquenta aviamos de dar quatro, y esto podria convenir en puentes, de que adelante trataremos, mas no conviene en Templos; y assi el grueso quede arbitrariamente a juicio del Maestro.²⁶

Los comentarios sobre las propiedades y ventajas estructurales de cada tipo de arco coinciden con las expresadas con Alberti. Así, sobre el arco de medio punto dice:

Este es un arco muy perfecto, como en su lugar diximos, y muy seguro, con tal que los empujos esten acompañados con suficientes estrivos, de que en su lugar diremos, assi deste, como de los demás.

Es muy interesante la alusión a una regla para conocer el estribo correspondiente a cada arco. Sin embargo, en este caso Fray Lorenzo parece haberse olvidado de su promesa y ni en la primera ni en la segunda parte de su tratado aparece ninguna mención (o al menos no la hemos encontrado) sobre este particular.

Sobre el arco apuntado, menciona su empleo en los arbotantes y su propiedad de no sólo resistir empujes horizontales sino también verticales:

Este arco puede sufrir muchissimo peso, y comunmente se echa el medio para recibir algun empujo de Iglesia, salvando alguna calle; y estando assi le llamamos botarete.²⁷

6.1.5 Bóvedas: generalidades

Fray Lorenzo dedica 8 capítulos, del 51 al 59, al estudio de las bóvedas. Como ya dijimos antes este nivel de detalle en la descripción de la

25. Op. cit. fol. 64v.

26. Op. cit., fol. 75r.

27. Op. cit. fol. 69r.

técnica constructiva de las bóvedas no es alcanzado ni siquiera por Alberti.

En primer lugar enumera los distintos tipos de bóvedas:

Los nombres de las bobedas son tantos, quantas son sus diferencias. Algunos difieren en sus nombres, aunque no en su efecto. Pueden ser tantas las bobedas, quantas las areas ... Mas aunque tantas, reduzirlas hemos a cinco, por estos nombres. El primero llamamos, un cañon de bobeda, que pertenece a cuerpos de Iglesias, y a salas largas, guardando en su buelta medio punto. La segunda es media naranja; pertenece a Templos, y plantas, sobre figuras redondas, y ella por sí lo es. La tercera se llama, Capilla bayda: plantase sobre plantas quadradas. La quarta se llama, Capilla esquilfada; tiene su planta como la passada, y tambien la quinta, a quien llamamos, Capilla por arista, y destas cinco se originan las demas.²⁸

A continuación cita la terminología de Alberti y habla de la probable etimología del término, así como de la escasez de estudios sobre las bóvedas²⁹.

A todas se les dà un nombre comun de bobeda, a imitation de los cielos, que su figura es en bobeda, y assi Crio Poeta llama a los cielos bobedas grandisimas, y en este nombre de bobeda concuerdan todos, aunque pocas demostraciones he visto dellas impressas.³⁰

Afirma que es un tipo de estructura muy estable; en efecto, una bóveda con curvatura en dos direcciones presenta más posibilidades de equilibrio y precisa por tanto, en general, de menor espesor que los arcos, siempre y cuando los contrafuertes o estribos sean suficientes.

Es fabrica [la de la boveda] de suyo muy fuerte, siendo bien entendida del Artifice; porque todos sus lineamientos van à parar à su centro, que es donde hacen su empujo, hermosea mucho un edificio: y teniendo resistencia, de que tratamos en el cap.24. duraràn lo mismo que el.³¹

Para cada forma de bóveda describe el modo de construcción según su tipo de material: tabicada de ladrillo, rosca de ladrillo o piedra (cantería). En este último caso describe sucintamente la estereotomía en cada caso.

28. Op. cit. fols. 90v-91r.

29. Este hecho, que ya hemos mencionado es muy llamativo ya que la construcción abovedada fue la base de la construcción en occidente desde los romanos hasta el siglo XX. Fray Lorenzo tiene razón, los tratados de arquitectura pasan casi sin mención este importante elemento estructural. Así, por ejemplo, Palladio apenas le dedica diez líneas donde trata únicamente la terminología: Palladio *I Quattro Libri della Architettura*. Venecia: 1570, Primo Libro, Cap. XXIII, pág. 54 'Delle Maniere de Volti'.

30. Op. cit. fol. 91r.

31. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

6.1.6 Espesor de las bóvedas

Sobre el espesor de las bóvedas, como en el caso de los arcos no da regla, aunque sí señala que éstas suelen tener muy poco espesor en comparación con los arcos. Así, cuando trata de sus medidas dice:

Las medidas de las bobedas comunmente están solo superficial, y es la causa que su grueso es muy pequeño, mas quando se ofreciese el aver de medir su cuerpo, o grueso; medida su superficie la multiplicaràs por el grueso, o alto que tuviere, ...³²

Sin embargo no da nunca regla sobre este aspecto e insiste de nuevo en ello al tratar de aquellos tipos de bóveda donde el espesor puede ser importante³³ :

[cañón seguido] El grueso que haya de tener dexo à la decision del Artifice, que en todo debe ser muy considerado...

[media naranja] ... como diximos en el cap. 38. no se puede dar regla universal à los gruesos, por la razon que alli diximos.

[rincón de claustro] [P]ara el grueso de la rosca, dexo al arbitrio del Artifice, que en todo debe ser muy considerado, assi en su hueco, como en el grueso de las paredes, para no cargar mas de lo que moderadamente pueden sufrir, que siendo assi, harà sus obras con acierto.

6.1.7 Estabilidad de las bóvedas

La forma de 'cargar' una bóveda, esto es, de disponer los rellenos sobre las *embecaduras* o *enjutas*³⁴ y las *lengüetas*³⁵, tiene una influencia tremenda sobre el funcionamiento estructural. Los antiguos constructores más

32. Op. cit. fol. 59r.

33. Las omisiones son muy significativas: como hemos visto en la primera parte las bóvedas rebajadas y por arista solamente necesitan un espesor constructivo. Otra prueba más del profundo conocimiento estructural de Fray Lorenzo, aunque fuera empírico

34. Son los espacios que quedan entre el extradós de la bóveda en el arranque y el muro vertical que sostiene la cubierta. J. R. Paniagua *Vocabulario básico de arquitectura*. 2a. ed. Madrid: 1980, pág. 39, la define así: "Cada uno de los espacios o superficies triangulares resultantes de inscribir un círculo, elipse o arco en un cuadrado."

35. D. A. Rejón de Silva en su *Diccionario de las Nobles Artes, para instrucción de aficionados y uso de los Profesores*. Segovia: 1788, la define así: "La pared o cítara que se hace en los costados ó enjutas de una bóvedas tabicada entre su superficie superior y el muro, que está al lado, para mayor firmeza de ella, y para reducir su convexidad á plano horizontal ú obliquo". Fray Lorenzo las empleaba también a modo de estribos para cargar las bóvedas en las juntas de rotura.

que buscar 'formas catenarias' utilizaban formas geométricas, de fácil replanteo y construcción, que convertían en casi-catenarias con una adecuada disposición de las cargas sobre su extradós (línea de carga). Así pues, para cada tipo de bóveda dice hasta que altura y de que forma hay que disponer embecaduras y lengüetas.

6.1.7.a Cañón seguido

Insiste en que esta forma es la óptima así para un arco como para un bóveda: "... es la mas firme, y vistosa buelta, y de menos peso,...".

A continuación explica los modos de construcción correspondientes a cada tipo de material, poniendo énfasis en el macizado de las embecaduras (esta recomendación también la daba Alberti) y la construcción de lengüetas:

... y asi como vayas tabicando , la iras doblando y macizando las embecaduras hasta el primer tercio, y esto ha de ser en todas las bobedas, echando sus lenguetas à trechos, que levantan el otro tercio, para que asi reciban todo el empujo ò peso de la bobeda.³⁶

6.1.7.b Media naranja

Puede ser de tres tipos: perfecta, rebajada y perlongada. La regla en cuanto a embecaduras y lengüetas es la misma que para las bóvedas de cañón, lo que, en este caso, supone un cierto exceso de seguridad por ser más estables las cúpulas que las bóvedas de cañón, como hemos visto en la primera parte:

En esta, la passada, y la que siguiere, sacaràs sus enharrados, ò embecaduras, hasta el primer tercio, y hasta el segundo las lenguetas...³⁷

La idea que tiene Fray Lorenzo sobre el funcionamiento de las cúpulas esféricas coincide básicamente con la de Alberti, aunque no entra en el mismo detalle que aquel.

36. Op. cit. fol. 91v.

37. Op. cit. fol. 94r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

... en todas las dobelas se han de buscar lechos, y sobrelechos, juntas, y paramentos, y todo ello es causado de su mismo centro, contra quien van guiados todos los empujos.³⁸

... la media naranja, en cerrando cualquier hilada empezada, està segura, por hacer el empujo contra si misma; y assi no hay dificultad en hacer linternas.³⁹

Cuando la cúpula sea exenta señala la conveniencia de colocar unas gradas o escalonamientos sobre los riñones, al modo que aconsejaba Palladio, pues esto disminuye aún más el empuje, que dice, con razón, que es el menor en las cúpulas esféricas con respectos a los otros tipos de bóvedas:

... podra quedar descubierta; y en ella podràs si quixieres, dexar unas gradas, para subir à su alto, que muchas las tienen, y fuera de servir para esto, sirven de fortaleza a la misma bobeda, aunque la media naranja es la bobeda que menos empujo hace.⁴⁰

6.1.7.c Bóveda baída.

Dice de esta bóveda que "es una bobeda vistosa y fuerte, aunque por mas tengo las passadas..."⁴¹ Como en los casos anteriores insiste en la importancia de cargar adecuadamente la bóveda.

... macizaràs el primer tercio de la embecadura, ò trasdosados, y dobla segun la necesidad lo pidiere; echaràs lenguetas, que sirven de estrivos, y estas han de coger la tirantez de la diagonal, para que resistan a su empujo, y queden con seguridad y firmeza.⁴²

y más adelante:

Esta bobeda, se ha de trasdosar, ò macizar los enharrados, como queda dicho para las de yeso, echando las lenguetas de piedra; porque de ordinario conviene, que todo un edificio sea de un material.⁴³

6.1.7.d Bóveda en rincón de claustro o esquifada.

Sobre esta bóveda admite las mismas reglas que para las anteriores: macizar las embecaduras hasta el primer tercio y hechar lengüetas hasta el segundo tercio, pero advierte:

38. Op. cit. fol. 94v.

39. Op. cit. fol. 95v.

40. *Ibídem*.

41. Op. cit. fol. 96r.

42. Op. cit. fol. 96v.

43. Op. cit. fol. 97v.

... mas si llevase estas lunetas, no ay que echar lenguetas para su fortaleza, sino solo macizarla hasta su primer tercio.⁴⁴

Para el caso de bóveda de cantería:

Las lenguetas, y macizos desta seràn como se dixo en la tabicada: Advirtiendò, en que a rosca mas gruessa, mas gruessos requieren los estrivos que han de tener las dobelas[.] [P]ara el grueso de la rosca, dexò al arbitrio del Artifice, que en todo debe ser muy considerado, assi en su hueco, como en el grueso de las paredes, para no cargar mas de lo que moderadamente pueden sufrir, que siendo assi, harà sus obras con acierto.

Tambièn advierte la necesidad de realizar una buena uniòn entre los distintos paños, ya que es en este punto donde la bóveda tendería a abrirse:

Es de advertir, que a esta bobeda conviene, que en los rincones vaya trabada, porque si cada quarto de los quatro fuere de por si, seria falso el enjarjado..⁴⁵

6.1.7.e Bóveda de arista.

Fray Lorenzo discute, con acierto, el funcionamiento estructural característico de estas bóvedas y la importancia de los arcos cruceros, si bien la descripción que realiza no corresponde a una bóveda de crucería gótica apuntada, sino a la derivada de la intersección de dos cilindros rectos. En cualquier caso su comentario es interesante:

La pasada se asienta, y bassa sobre las quatro paredes: Mas esta no tiene otro principio mas del de las quatro esquinas, haciendose fuerte en ellas, y en las quatro formas que ella misma monea, segun su buelta. Es bobeda muy usada en todas partes, y muy acomodada para qualquiera fabrica vistosa, y fuerte.⁴⁶

A diferencia de las otras, señala que no necesita lengüetas aunque sí es preciso macizar las embecaduras:

No necesita esta bobeda de lenguetas, ò estrivos, por causa de que tiene los empujos contra sus mismos diagonales: mas necesita de macizar las embecaduras hasta el primer tercio; y con esto tiene lo suficiente.⁴⁷

44. Op. cit. fol. 98v.

45. Op. cit. fol. 99r.

46. Op. cit. fols. 101r-101v.

47. *Ibíd.*

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

6.1.7.f Lunetas

Las lunetas sirven para equilibrar las bóvedas de cañón o en rincón de claustro, actuando a modo de contrafuertes:

En todas las bobedas, que sus bueltas son cañón seguido, ò por esquilfe, estan muy bien las lunetas; y no solo adornan y hermostean el edificio, sino que fortalecen la bobeda; y la que lleva lunetas, poca necesidad tiene de estrivos, ò lenguetas.⁴⁸

6.1.8 Puentes

Fray Lorenzo dedica un capítulo completo al tema de los puentes⁴⁹. Su doctrina está claramente inspirada en la de Alberti, aunque como es habitual en él expresa sus propias opiniones y existen algunas desviaciones.

Como todo buen constructor de fábricas sabe que el comportamiento estructural es el mismo para estructuras de ladrillo o piedra:

... siendo las puentes de ladrillo, y piedra, lo que se dixere de la una, se ha de entender de la otra por ser en todo muy semejantes.⁵⁰

6.1.8.a Pilas

Sigue una descripción muy detallada de la construcción de las pilas de los puentes que dice han de tener de espesor la mitad de la luz: "El grueso de las cepas ha de ser por la mitad del hueco del arco."⁵¹ Esta proporción es muy conservadora e indica que Fray Lorenzo era más un arquitecto de edificios, en el sentido actual de la palabra, que de puentes.⁵²

Como Alberti recomienda macizar y levantar las pilas hasta los dos tercios de los arcos:

48. Op. cit. fol. 103v.

49. Cap. LXV *Trata del sitio conveniente para las puentes, y de su fabrica.*, Op. cit. fols. 121v-125r.

50. Op. cit. fol. 122v.

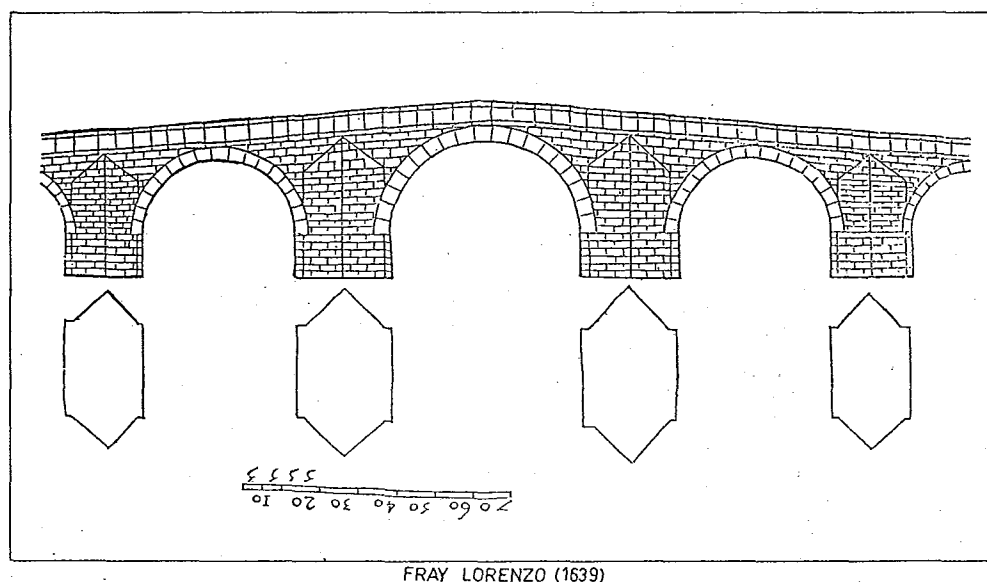
51. Op. cit. fol. 123r.

52. El término arquitecto se usaba indistintamente en aquella época. El tema de los puentes se trataba como un capítulo más en los tratados de arquitectura. El primer tratado específico de puentes es el de H. Gautier *Traité des Ponts*. Paris: 1716. Gauthey en su famoso tratado de puentes publicado casi cien años más tarde, todavía habla de la construcción de puentes como perteneciendo a la arquitectura.

Los estrivos levantaràn hasta los dos tercios de los arcos, y hasta el ultimo se iràn rematando con la misma nariz del tajamar, ò angulo, que llevará bien soldado, para que assi tambien sea defendido el estribo de las inclemencias del tiempo.⁵³

y aconseja, construir torres para que con su peso estabilicen el puente. Dado el excesivo ancho de las pilas parece una medida prudente:

Haze las puentes mas seguras, si en el medio se levantassen algunas Torres, fundadas sobre sus cepas; porque el peso en las avenidas, resiste el impetu de las aguas: y assi las vemos en las puentes del Arzobispo, y Alcantara, y en otras partes.⁵⁴



FRAY LORENZO (1639)

Figura 6.1. Diseño de puente según Fray Lorenzo

6.1.8.b Arcos

En el caso de los arcos de los puentes favorece el empleo del arco de medio punto, que como hemos visto considera el mejor estructuralmente. Vimos en la primera parte que para arcos extradosados horizontalmente la forma circular se aproxima bastante a la catenaria de las cargas:

La buelta que el arco ha de tener será bien sea de medio punto, por ser mas fuerte...⁵⁵

53. Op. cit. fol. 123v.

54. Op. cit. fol. 124r.

55. Op. cit. fol. 123v.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Sobre el canto de los arcos de la bóveda distingue como Alberti entre los aristones, las piedras del borde, y las del interior de la bóveda. Para las primeras de una proporción de 1/12 de la luz (Alberti propone 1/10, Palladio 1/12), para las segundas no da regla, si bien advierte que deben ser considerablemente más gruesas que en el caso de las bóvedas de los edificios:

El grueso de las dobelas será de alto en las bobedas segun al Artifice pareciese: mas los aristones, que son las dobelas exteriores, que reciben los golpes, serán por la dozaba parte de su ancho, aunque en el capitulo quarenta y uno diximos, que no se podia dar regla cierta para los gruesos de los arcos. Mas en este caso corre muy diferente regla; porque se ha de considerar, que por una puente pasan muchos, y diversos pesos de piedras, golpes de carros, y otras cosas y por esta razon conviene, que sean tan gruesas las bobedas, ò arcos de los puentes: y si el grueso que pide fuese tal, que comodamente no se puedan subir, ni assentar sus dobelas, en tal caso lo repartirás en dos bobedas, o arcos, y servirá de cimbra la primera à la segunda, y assi quedará la puente segura.⁵⁶

6.1.9 Torres

Fray Lorenzo también dedica un capítulo completo al tema de las torres.⁵⁷ Como en el caso de los puentes las proporciones generales están tomadas del tratado de Alberti, si bien Fray Lorenzo es más cauto con la esbeltez de las torres y solo admite una esbeltez aparente de 6 colocando un alma central dentro de la torre, que, con su peso, incrementa su estabilidad:

... la elevacion de la Torre, o altura, será hasta quatro cuerpos, ò quatro anchos, hasta el alto de la cornisa: y si la necesidad lo pidiere podrásla dar cinco cuerpos; y sin ella ay Autores que se alargan hasta seis; Mas yo no me atreviera a seguir en esta parte su doctrina, sino es echando en medio de la Torre un macho, ó pilar, que comúnmente llamamos Alma, del qual tambien cargaran las campanas; y si acaso la hizieseis, le darás de grueso la tercia parte del hueco de la Torre; esto es, levantando mas que los quatro cuerpos:...

El espesor de las paredes lo da en función del ancho y no de la altura total como Alberti (aunque ya señalamos que ese párrafo estaba confuso en la traducción española); Fray Lorenzo dice que sea el espesor la cuarta parte

56. *Ibíd.*

57. Cap. LXIII *Trata de la suerte que se ha de plantar una Torre, y de su fortificacion, y de algunas cosas tocantes à Muros y Fortalezas*, op. cit. fols. 114r-116v.

58. Op. cit. fol. 114v.

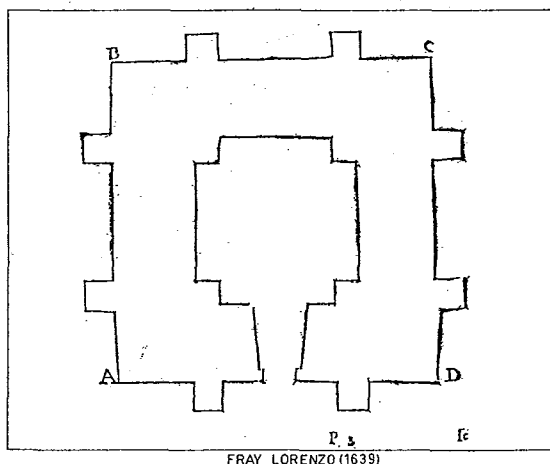
del ancho, lo cual para una torre de esbeltez 4 se traduce en 1/16 de la altura, más delgado en comparación con el 1/10 de Alberti:

... mas no excediendo del numero de quatro, puede quedar hueco lo que ay entre las paredes, que tendran de grueso, de qualquier manera que sea la Torre, la quarta parte de su ancho, y assi quedara con seguridad y firmeza;...⁵⁹

Luego da un ejemplo práctico de aplicación:

que puesto en practica, es: Si la Torre fuesse de sesenta pies de ancho, se ha de abrir de basis setenta y dos; y viene a quedar de zarpa o rodapie, la decima parte que diximos; y de hueco, o fondo, veinte pies: de gruesos de paredes, quince pies, que es quarta parte: y de alto doscientos y quarenta pies; y estas medidas guarda la Torre de Comares en la Alhambra de Granada.⁶⁰

Vuelve a insistir un poco más adelante sobre la esbeltez de las torres:



... Si la torre fuere redonda, la darás de alto quatro diámetros. Y es de advertir, que parecerà mayor que la cuadrada, y que la ochavada y todo: y la ochavada parecerà mayor que la quadrada, mas de la forma que fuere ha de observar las medidas dichas. Si quisieres hazer torre sin el alma, ò pilar, puedes, con tal que echas a la torre estrivos por la parte de adentro, y por la de afuera, en esta forma, segun lo demuestra la planta A.B.C.D. y assi quedará segura: y assi lo està la de la santa Iglesia de Toledo.⁶¹

Figura 6.2. Planta de torre de iglesia

6.1.10 Empleo de modelos

En la primera parte se vió como con la ayuda de modelos a pequeña escala, hechos de piezas sueltas, es posible sacar conclusiones respecto a la estabilidad de arcos, bóvedas compuestas e incluso edificios. Algunas de las reglas de Rodrigo Gil, como hemos visto, sugerían el empleo de modelos con este fin. No hemos encontrado evidencia documental de que los modelos

59. *Ibidem*.

60. Op. cit. fol. 114v.

61. Op. cit. fol. 115r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

fueran hechos con este fin; más bien, se empleaban para tratar de dominar la técnica del corte de piedras en una época en la que el desarrollo de la geometría descriptiva no había tenido suficiente difusión. Lo que sí es indudable es que de forma indirecta los modelos permitían obtener una sensibilidad o criterio intuitivo sobre las proporciones correctas de los espesores de los arcos o de los estribos. Fray Lorenzo hace continuas referencias al empleo de modelos a pequeña escala de escayola para descubrir los secretos del arte del corte de la piedra. Citamos a continuación algunas de sus persistentes admoniciones sobre su uso. Así, al tratar de los arcos dice:

El diestro Maestro, este, y los demas diseños, primero los forja, y corta en pequeño de yeso, que los haga. Mas los cortes dichos, por averlos assi primero executado, como se obren como está dicho, saldrán bien.⁶²

Los cortes dichos hallarás estar bien ajustados, si con diligencia los obrares: y tambien lo conoceras, si los cortares en pequeño de yesso, que assi lo advertimos al principio, de que yo por los diseños que obro en piezas de yesso, conozco su justificacion; y es obrar con seguridad, quando lo que se obra es costoso, pues te aprovecha el tiempo y se gasta menos.⁶³

Importaria, que antes que hiziesses el arco, que le cortasses de yeso en pequeño, para que de su conocimiento resultase el hazerte mas señor en las dificultades: mas los cortes dichos, antes los he experimentado, que llegase a tratar dellos.⁶⁴

Cuando describe los cortes de las bóvedas insiste de nuevo:

Si deseas aprovechar, y experimentar este mi escrito, haz cortes con yeso, y por ellos conocerás ser cierto, y concordar lo practico con lo especulativo: todo lo qual experimentè con mis manos antes de escribirlo, siendo este mi exercicio, como en otras ocasiones he dicho.⁶⁵

Sera bien, que para enterarte de lo dicho hicieress de piezas pequeñas de yeso los cortes dichos; y fuera del enterarte conoceras ser asi.⁶⁶

62. Op. cit. fol. 66r.

63. Op. cit. fol. 69r.

64. Op. cit. 67v.

65. Op. cit. fol. 91r.

66. Op. cit. fol. 95r.

6.2 Simón García

6.2.1 El Tratado

El Tratado de Simón García, nunca llegó a publicarse, y se conserva en forma manuscrita en la Biblioteca Nacional de Madrid.⁶⁷ Parece ser la obra de un erudito que ha consultado muchas fuentes; en cualquier caso, además de la parte del manuscrito correspondiente a Rodrigo Gil otra buena parte está inspirada, muchas veces copiada literalmente, de la obra de Fray Lorenzo.⁶⁸

6.2.2 Reglas estructurales sobre puentes

6.2.2.a Sobre las pilas

La regla sobre el dimensionamiento de las pilas de los puentes que aparece en el manuscrito de Simón García constituye un caso excepcional. En vez de basarse en proporciones lineales (sea geométrica o aritméticamente) como ha sido el caso hasta ahora, utiliza proporciones de áreas. Así, dice, que la pila tiene que tener de superficie la mitad de la superficie que cubre el arco: es decir, el producto de la luz del arco por su ancho. Las proporciones de la pila, sin embargo, no aparecen claramente establecidas y dice vagamente se den tres partes al tajamar situado en la dirección de la corriente y dos al de la parte de abajo:

La orden que se a de tener para sacar la traça de un puente, y darle el area que requiere el pilar segun el ancho del puente, y el largo de uno de los arcos sera esta ... Teniendo quenta de dar a los pilares el area que requieren que será de esta manera de exemplo. En esta planta

67. *Compendio de architectura y simetría de los templos conforme a la medida del cuerpo humano*, por Simón García, *architecto natural de Salamanca. Año 1681*. Ms. 8884, Biblioteca Nacional de Madrid. Sólo existe una edición facsímil completa del manuscrito realizada por Carlos Chanfón Olmos, Churubusco, México: 1979, con estudios introductorios de Antonio Bonet Correa "Simón García Tratadista de Arquitectura.", pp. vii-xiii, y del propio Carlos Chanfón "Simón García y la Antropometría.", pp. 7-37, y "Simón García y la Proporción Geométrica.", pp. 38-59. Las partes atribuidas a Rodrigo Gil tuvieron varias ediciones anteriores como se mencionó en el apartado correspondiente.

68. Este es el caso, por ejemplo, de los capítulos 48 al 52 que tratan de la medida de las bóvedas que están literalmente transcritos del capítulo 80 de Fray Lorenzo. También lo están los capítulos 69 y 70. En muchos otros capítulos hemos visto transcripciones literales, sin embargo, el orden del tratado de Simón García es distinto del de Fray Lorenzo y esto hace que las comparaciones sean laboriosas. Hemos realizado un examen superficial hace suponer que de una comparación detallada resultarían muchas más concordancias.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

que queda señalada con A, que tiene el arco de longitud 40 pies. Y de ancho 16 pues multiplica 40 por 16 y baldran 640. La mitad de estos 640 que son 320 serà el area que tendra este pilar, y el tajamar que està aña la parte de arriba que corta el agua tendra tres partes y el de abajo dos; tambien se a de mirar que si este edificio se a de haçer a donde el rio ba angosto y recio, en tal caso el puente sea mas ancho, que quando el rio ba tendido y manso porque desta suerte no halle la furia tanto en que haçer presa como si fuese el pilar ancho...⁶⁹



Figura 6.3. Dibujo original del manuscrito

69. Op. cit. fol. 40v.

Una interpretación podría ser, basándose en la figura y manteniendo la forma del tajamar de arriba (arco apuntado aproximadamente equilátero) y abajo (rectangular), que la relación entre las longitudes transversales de ambos esté en la relación de 3 a 2. Como, a su vez, los dos serían función del ancho de la pila, en este caso todas las dimensiones quedarían prefijadas al determinar la luz (L) y ancho (A) del tramo, produciéndose las relaciones geométricas que aparecen en la Figura. 6.4. De esta forma podemos establecer relaciones entre la luz del tramo y el espesor de la pila (e), L/e , para cada proporción del tramo L/A (véase Figura 6.5).⁷⁰

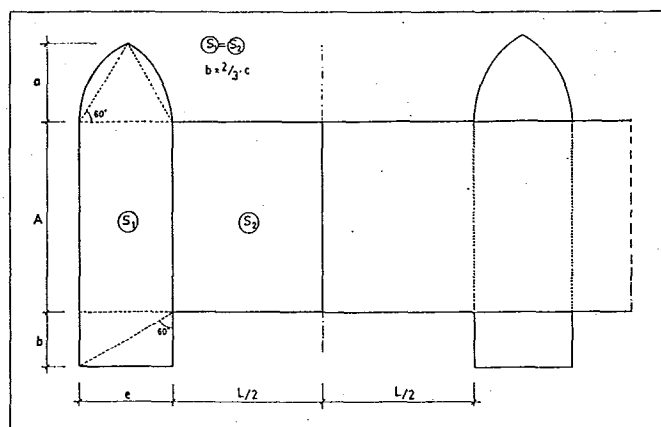


Figura 6.4. Restitución hipotética de la geometría

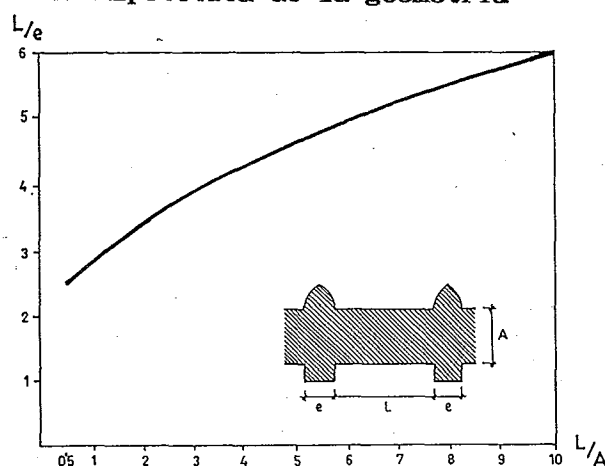


Figura 6.5. Relación entre luz y espesor de la pila en la hipótesis anterior

70. Realizando un desarrollo algebraico sencillo se llega a que la regla establece la siguiente relación entre los dos parámetros adimensionales mencionados anteriormente, $L/A = \delta$ y $L/e = \delta$: $\delta^2 - 2\delta - 2k\delta = 0$ donde k es una constante de valor $k = \pi/3 + 13/12$.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Como puede observarse los valores del espesor de la pila están comprendidos entre $1/3$ y $1/6$ de la luz. A medida que la calzada se hace más estrecha influye más el papel estabilizante de los tajamares y la pila disminuye de espesor. Esta manera tan sofisticada de realcionar varias variables parece corresponder más a la tradición de Rodrigo Gil que a la de Alberti/Palladio. La forma de presentar la regla también coincide, y, en nuestra opinión, es probable que esta regla perteneciera al antiguo manuscrito de Rodrigo Gil.

Más adelante, siguiendo su afán erudito, Simón García menciona las reglas de Alberti; cita primero a Cataneo⁷¹ pero su libro es muy posterior y las reglas corresponden al tratado de Alberti.

... Segun Cataneo, no seran las pilastras mas subtiles que la sexta parte del hueco del arco y concuerda con Leon Baptista Alberto que en el libro 4° Cap. 6, dice que sean los pilares de grueso la terçia parte de la mitad del arco que biene a ser la sexta del arco entero.⁷²

6.2.2.b Sobre los arcos

Sobre el diseño de los arcos repite de nuevo la regla de Alberti:

Las dobelas de los arcos serán tan altas como la 10a parte del ojo maior y ya que no puedan ser tan grandes todas las dobelas por lo menos los aristones...⁷³

6.2.3 Reglas estructurales sobre Templos

Simón García era un erudito ecléctico, y tras haber incluido en la primera parte de su manuscrito las reglas de Rodrigo Gil, aumenta ahora su número dando reglas que en ocasiones se contradicen. No parece tener criterio personal propio y parece convencido que el saber es una acumulación de datos:

71. Pietro Cataneo *L'Architettura di Pietro Cataneo Sienese*. Venecia: 1567. Citado por D. Wiebenson *Architectural Theory and Practice from Alberti to Ledoux*. Charlotesville: 1983, I-22.

72. Op. cit. fol. 40v.

73. *Ibidem*.

Aunque desde el capt. 2 hasta el fin del capt. 6 se a tratado de la proporçion y repartimiento de los templos asi por la estatura humana, como por iometria, con advertençias y reglas generales, no obstante proseguire, que la abundancia de reglas y preceptos, no daña...⁷⁴

6.2.3.a Iglesias de una nave

Para una iglesia de una nave da la regla del tercio, mencionada por Palladio, y ampliamente seguida en la práctica constructiva del Renacimiento; la cita además en dos formas distintas, no pareciendo darse cuenta de que la proporción resultante es la misma:

... que si el templo ubiere de ser de una nabe, se tomarà el ancho del sitio, por los extremos de afuera, el qual se partira en 4 partes y dos se daran al ancho de la nave y dos a los de los dos lados, de pilares y paredes, haciendose entre pilar y pilar capillas hornaçinas, que sirban y parezcan cruçeros ... y si la yglesia no llebase hornaçinas, sino solas unas correspondençias que salgan fuera poco de la pared ... se dara de grueso, a la pared, y pilar, la terçia parte del ancho de la nabe, y los pilares, y estrivos quedarán a la parte de adentro adornados de buena arquitectura...⁷⁵

.....

Si la yglesia fuera de una nave, se partira todo el ancho en 5 partes y 3 se daran a la nave, y dos a las paredes de los lados, haciendose a manera de cruçeros con sus correspondençias.⁷⁶

6.2.3.b Iglesias de tres naves

Para una iglesia de tres naves da dos proporciones distintas; en ambos casos están muy sobradas y parece que se trata más bien de buscar un determinado efectos espacial con relación a la planta que de dar una regla estructural propiamente dicha:

Si la yglesia fuera de 3 naves, se partira el ancho en 8 partes; dos se daran a la nave maior, y dos a los pilares de los lados, y dos a las dos naves colaterales, y algo mas, y dos se darán a las paredes y pilares de los lados, abiendo de llevar ornaçinas.⁷⁷

.....

Y si el templo fuera de 3 naves, se partira el ancho en 11 partes, 3 se daran a la nave maior, y 2 a los dos pilares de los lados con sus correspondençias de pilares...⁷⁸

74. Op. cit. fol. 50r.

75. *Ibídem*.

76. Op. cit. fol. 51r.

77. Op. cit. fol. 50v.

78. Op. cit. fol. 51r.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

6.2.3.c Iglesia de cinco naves

Como en el caso anterior da dos proporciones distintas en distintos lugares y, debido al sobredimensionamiento, no parece que pueda hablarse de reglas estructurales propiamente dichas:

Y si fuere de 5 naves, se partira el ancho en 12 partes, dos se daran a la nave maior, y 4 a los 4 pilares, y 4 a 4 colaterales; y 2 a las paredes de los lados ...⁷⁹

.....

Y si la yglesia fuera de 5 naves, se partirá el ancho en 17 partes, 3 se daran a la nave maior, y 4 a 4 pilares, y 8 a quatro colaterales, y 2 a las paredes de los lados, con sus correspondencias.⁸⁰

6.2.3.d Otras reglas

Por si no fuera bastante esta diversidad de preceptos Simón García todavía da otros tres conjuntos de proporciones para los pilares y contrafuertes de una iglesia. Los primeros corresponden, según dice, a las proporciones de San Pedro de Roma; los dos últimos a las catedrales de Toledo y Salamanca.

Otra proporción se saca de un vien proporcionado cuerpo humano, y es, que la espalda que es el ancho que ay de un hombro, a otro, sea la nave maior, y lo que ay desde el hombro al codo, sea el grueso del pilar, y lo que ay desde el codo al juego de la muñeca sea la nave colateral, y lo que tiene de largo la mano la pared del lado, que por otro termino, es, 15 partes de nave maior, y 12 de cada pilar, y 12 de cada pilar, y 9 de cada colateral la qual proporción de la Yglesia de San Pedro de Roma.⁸¹

.....

La proporción de la Santa Yglesia de Toledo, es, la 4a parte del ancho de la nave maior, al pilar; de $\frac{2}{3}$ a cada colateral, y a cada pared lo que al pilar, lo qual es no llegando al cimborrio;...⁸²

.....

La proporción de la Santa Yglesia de Salamanca y Segovia, es la 4a parte del ancho de la nave maior, el pilar, y los $\frac{2}{3}$ la colateral, y otro tanto a cada ornaçina, a la pared, lo que al pilar.⁸³

Simón García mezcla reglas para edificios que no corresponden al mismo tipo estructural. Es curioso, sin embargo, la aparición de la regla gótica

79. *Ibídem.*

80. Op. cit. fol. 51r.

81. Op. cit. fol. 51v.

82. *Ibídem.*

83. *Ibídem.*

del 1/4 de la luz, citada con cierto menosprecio por Rodrigo Gil, tanto en la catedral de Toledo como en la de Salamanca.

6.2.3 Torres

Sobre las torres todas las reglas de proporción están inspiradas en Alberti, como el propio autor reconoce. Una prueba más de la importancia y difusión de su obra, que, como dijimos marcó la pauta en el diseño de torres hasta el siglo XIX:

Segun Leon Bautista, si fueren pulidas, y cuadradas, tendran de alto, 6 de sus anchos, y si fueran toscas, subiran 4 de su ancho. Y si fueran redondas, y pulidas 4 y si redondas y toscas 3 veces su diametro. El grueso de las paredes, 6 pies, si sube 60. Si sube 70 tendra de grueso 7 y asi se hirà proporcionando, de modo que se tenga por regla general darle de grueso a las paredes la decima parte de lo que subiere de alto.⁸⁴

6.3 Henry Wotton y Bernardino Baldi

Ya mencionamos en el apartado correspondiente a Alberti la formulación por el matemático italiano Baldi⁸⁵ de los primeros teoremas sobre arcos (exceptuando, por supuesto, las contribuciones de Leonardo). Estos tuvieron popularidad al ser publicados en una obrita de Wotton que tuvo mucha difusión; la primera edición inglesa es de 1624 y en español se imprimió en 1698⁸⁶.

Los Teoremas de Wotton no aportan ninguna regla al diseño estructural de los arcos, pero por su énfasis en el equilibrio de las masas, que como veremos es recogida en las interpretaciones de otros tratadistas como el padre Tosca, y por tratarse del primer intento sistemático merecen ser

84. Op. cit. fols. 53r-53v.

85. Bernardino Baldi *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes...* Moguntiae: Viduae Joannis Albini, 1621. Citado por H. I. Dorn *The Art of Building and the Science of Mechanics. A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England*. Ph.D.: Princeton University, 1970. pp. 52-53.

86. H. Wotton *The Elements of Architecture*. London: 1624. Traducción al español:

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

citados íntegramente.

En primer lugar pone énfasis en la importancia de la materia y limita el campo a los arcos y bóvedas de cañón, que como dice son equivalentes:

... Porque las mas de las vezes se hallan sustentando Bobedas y Arcos [los muros] ... trataremos de estos; pues la Bobeda no es mas que un Arco dilatado, y ensanchado; y el Arco una Bobeda estrechada. Y para proceder en esto de Compendiosa, Clara y fundamentalmente, reduciré todo este negocio à pocos Theoremas.⁸⁷

El primer teorema trata de la fuerza de la gravedad:

THEOREMA I

Todas las materias solidas si no las impiden, descienden perpendicularmente azia abaxo; porque el peso tiene natural inclinacion al Centro de el Universo; y la Naturaleza perficiona sus movimientos por las lineas mas breves.⁸⁸

En el segundo afirma que los arcos adintelados con dovelas rectangulares de lados paralelos no son estables. La afirmación parece de Perogrullo, sin embargo el al final dice "... para que esten firmes, es preciso, se mude su posicion, su Figura, o entrambas cosas." En efecto, si los ponemos verticales obtenemos un pilar estable (cambio de posición respecto a la dirección de la gravedad); la otra única posibilidad es variar su forma.

THEOREMA II

Los ladrillos de forma Rectangular Ordinaria, si se unen, ò juntan en orden nivelado, y plano, entre fulcimientos que sustentan ambos terminos: Todas las partes intermedias necessariamente harán asiento con su natural gravedad ... porque como sus lados son paralelos, tienen espacio para descender perpendicularmente. Y assi para que esten firmes, es preciso, se mude su posicion, su Figura, ò entrambas cosas.⁸⁹

En el tercer teorema justifica la forma cuneiforme de las dovelas y prescribe además que las juntas concurren en un centro, como es la práctica habitual. Advierte que aunque la figura resultante es estable los empujes son muy fuertes.

THEOREMA III

Los ladrillos, ò Piedras de forma Quadrada, si se ponen con Orden Nivelado (en forma de

87. Wotton, op. cit. pág. 57.

88. *Ibídem*.

89. Op. cit. pág. 58.

Cuñas...) y sus puntos interiores concurren en un Centro, sustentados sus extremos... Ninguna de las partes intermedias puede hazer asiento, mientras no lo permiten los fulcimientos; porque no tienen espacio (aunque estén a Nivel) para descender perpendiculares. Pero aun es muy debil este especie de Fabrica; porque los fulcimientos que sustentan los extremos... , padecen el muy violento impulso de las paredes intermedias... Por lo qual se usa rara vez esta forma, si no es en Ventanas, y Puertas angostas.⁹⁰

Prosiguiendo el razonamiento del teorema anterior concluye que la figura mejor para un arco es la semicircular.

THEOREMA IV

Si los materiales figurados como antes Cuneatium, no se colocan en forma nivelada, ó plana, sino en forma de Arco, ó porcion de Círculo, concurriendo en un Centro: Ni las partes de el Arco pueden hazer asiento, por faltados de espacio para descender perpendiculares. Ni los fulcimientos (assi los llaman) de dicho Arco, pueden padecer tanta violencia como en la Postura plana precedente : porque su redondez causa, que el peso que carga, descansa sobre los fulcimientos mas que impelerlos... De donde se infiere un evidente Corolario, que la mas segura forma de los Arcos es la semicircular: y para Bobedas, la Emisferica... como lo prueba bien Bernardino Baldo, Abad de Guastala, en sus comentarios a Aristoteles.⁹¹

El último teorema y los comentarios que le siguen tratan simplemente de justificar el empleo de otro tipo de arcos que empezaron a emplearse a partir del renacimiento⁹², los carpaneles y elípticos, y a denostar los arcos apuntados góticos, considerados como bárbaros.

THEOREMA V

Assi como los Arcos semicirculares, ó Bobedas hemisfericas son las mas redondas entre todas, y consiguientemente las mas firmes, segun el Theorema precedente: Assi tambien son las mas hermosas entre todas, las que guardando la misma altura, se dilatan, y ensanchan una catorzena partes mas largas, que su Diametro entero; porque esta añadidura en la extension, pone mucho de hermosura, y quita poco de firmeza. Esta observacion se halla en Leon Baptista Albertis: pero la Practica de conservar la misma altura, y dilatar los braços, ó terminos del Arco, está en la Geometria de Alberto Durer...⁹³

.....
Sobre estos cinco Theoremas se funda toda la Ciencia de Arquear y Embobedar: Y en quanto à las Bobedas, que los Ytalianos llaman: Di terzo, & di quarto acuto; porque siempre terminan en Angulo Agudo, y resultan de la division del diametro en tres, quatro, o más partes; digo: Que estas, assi por su flaqueza, y debilidad, como por su feo aspecto, deben exterminarse de los ojos juyciosos, y dexarle à sus primeror inventores los Godos y Longobardos, con las demás reliquias de aquel barbaro Siglo.⁹⁴

90. Op. cit. pág. 59.

91. Op. cit. pág. 60.

92. Para un estudio completo sobre la aparición de este tipo de arcos, véase: W. Müller "Der elliptische Korbogen in der Architekturtheorie von Dürer bis Frézier." *Technikgeschichte*, Vol. 38, 1971. pp. 93-106.

93. Op. cit. pág. 62.

94. Op. cit. pág. 63.

6.4 Fontana: diseño de cúpulas

Carlo Fontana, arquitecto e ingeniero, nació en Como en 1634 y se estableció en Roma en 1655. En 1694 publicó un monumental tratado dedicado a la fábrica de San Pedro.⁹⁵ Se trata de un voluminoso libro in-folio y nos interesa porque incluye unas reglas geométricas de dimensionamiento para cúpulas. Además, como veremos, las reglas proporcionales de Fontana fueron citadas en el debate suscitado sobre el diseño de la cúpula de Santa Genoveva en París.

Fontana distingue entre cúpulas dobles, formadas por dos cáscaras como la de San Pedro, y las simples, compuestas por una cáscara única. Favorece el empleo de las primeras para mejor adecuar la percepción exterior e interior de la cúpula: para que la cúpula sea visible desde el exterior debe estar peraltada; esto sin embargo lleva a una proporción desagradable desde el punto de vista del espacio interior. La solución es hacer una cúpula formada por dos cáscaras, cada una respondiendo a las exigencias del espacio exterior e interior respectivamente:

... Poiche la di lui Volta, si come dentro rende pago l'occhio , così non sodisfà la vista della parte esterna, rispetto alla maggiore estensione, che la rende più bassa, in mancanza della sua simetria; e perche anche la forma propria d'una di queste cupola dello stile antico è solamente la concorrenza del di dentro.⁹⁶

Fontana da reglas geométricas para definir la forma de ambos tipos de cúpulas, así como para la colocación de las cadenas de hierro en su parte baja.

6.4.1 Cúpulas dobles: San Pedro

Como es lógico, Fontana considera como forma óptima para una cúpula doble la de la cúpula de San Pedro. Le dedica varios capítulos a la forma geométrica y la construcción de esta magnífica mole. La definición geométrica de la cúpula aparece en el capítulo XV, titulado "Regole occulte, che si

95. C. Fontana *Il Tempio Vaticano e sua origine*. Roma: Nella Stamperia di Gio: Francesco Buagni, 1694.

96. Op. cit. pág. 315.

mostrano nella seguente Tavola per il composto della Cupola, e suoi sostegni." La descripción ocupa dos láminas donde aparece claramente el trazado geométrico de la cúpula. La misma regla parece haberse empleado en el dimensionado de las cúpulas menores sobre los ángulos de las naves menores del templo. Esto hace presuponer que existía el convencimiento de la estabilidad de una forma independientemente de la escala.

Merece destacarse, además, la adecuada colocación de las cadenas que según Fontana están situadas en "il luogo del maggiore springimiento"⁹⁷. Efectivamente su posición tendería a zunchar las zonas más propensas a abrirse durante el colapso.

6.4.2 Cúpulas simples

El capítulo dedicado a las cúpulas simples⁹⁸ es más explícito, en cuanto a la importancia de la forma y no de la escala. Comienza en primer lugar disculpando el empleo de este tipo que considera inferior al anterior:

Ma perche le scarzesse de' denari, ò per trovarsi li Tempii scoperti con sostegni, e muri già fatti, non habili à reggere le duplicate per essere i muri scarsi di quelle habilità necessaria per le due...⁹⁹

A continuación presenta su regla basada en su experiencia profesional:

... nelle seguenti Tavole vi è scolpita la Regola de noi inventata, e praticatta in molte altre Cupole..., sono riuscite di un contorno piacinto tanto à gli Architetti, come à Pittore...¹⁰⁰

La regla, como en el caso de las cúpulas dobles, consiste en una serie de trazos geométricos donde los centros vienen determinados por fracciones simples de las dimensiones principales. La lámina que reproducimos es suficientemente explícita y también es una buena ayuda la restitución simplifica-

97. Op. cit. pág. 325.

98. Cap. XXIV "Regole per le Cupole Semplici, & effeti di esse, e dell'altre doppie.", pág. 361 y ss.

99. Op. cit. pág. 361.

100. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

da de Straub.¹⁰¹ No obstante citamos, por su interés, íntegros los párrafos del libro en los que se establece la regla:

Regola dell'Autore per costruire li Tamburi, e Cupole semplici con Lanterne.

Destinato, che farà il Vano della Cupola, e Cornicioni sopra gl'Arconi con il Zoccolo, la metà della linea Diametrale costituirà l'Ornato esteriore del Tamburo A; la di cui altezza si dividerà in parti quattro; tre de quali s'affegnaremo all'Ornato de Pilastri, Base, Architrave, Fregio, e Cornice, come in B; e la quarta al Piedestallo C, quando però lo permeteranno l'elevatione de Tetti, il che non hà Regola

Ornato interiore del Tamburro

Divideri la linea Diametrale per metà, alzata sopra l'altezza del primo Piedestallo costituirà l'Ornato con il Piedestallo superiore come in D.

Grosezza del Tamburro

Divideri la linea Diametrale in parti dieci; una delle quali costituirà la grosezza del Tamburro, come in E; e trè parti di questa grosezza costituirà il Muro, che fa nascimento alla Cupola, come in F.

Sesti

Una delle parti duodeci del Vano si darà nell'altezza del dritto come in G; e nell'intersecante del Catetto H, farà punto del tutto Sesto I; e due delle duodeci parti costituiranno la Circonferenza K; per l'apertura dell'ochio della Lanterna, il cui diametro divideri in parti quattro nell'intersecante L; farà punto del sesto interno, e nell'altro M; farà punto del Sesto esterno, l'elevatione del quale divideri in parti trè, una delle quali farà il luogo delle Catene seganto N.

Lanterna

La metà del Vano della Cupola costituirà la circonferenza O; la quale assegnerà l'altezza della Lanterna¹⁰² senza la Palla e Croce, e numero trè diametri sopra il tutto Sesto costituiranno il Vano.

Los párrafos siguientes tienen una gran importancia pues permiten conocer el método seguido por Fontana a la hora de elaborar sus reglas. Para fijar la relación entre el espesor del muro del tambor y la luz de la cúpula realiza diferentes mediciones en distintas iglesias ya ejecutadas, e incluso dibuja las plantas a escala (véase Figura 6.6. (d), parte inferior izquierda) y encuentra que existe una relación, prácticamente fija de 1/10 entre ambos parámetros. Se trata, pues, de una regla empírica, pero su fundamento está en el reconocimiento, implícito, de que el factor fundamental es la forma, no el tamaño, y, para fijar esa forma se emplean números adimensionales.

101. H. Straub *A History of Civil Engineering*. London: Leonard Hill, 1952, pág. 91, fig. 29.

102. Op. cit. págs. 362-363.

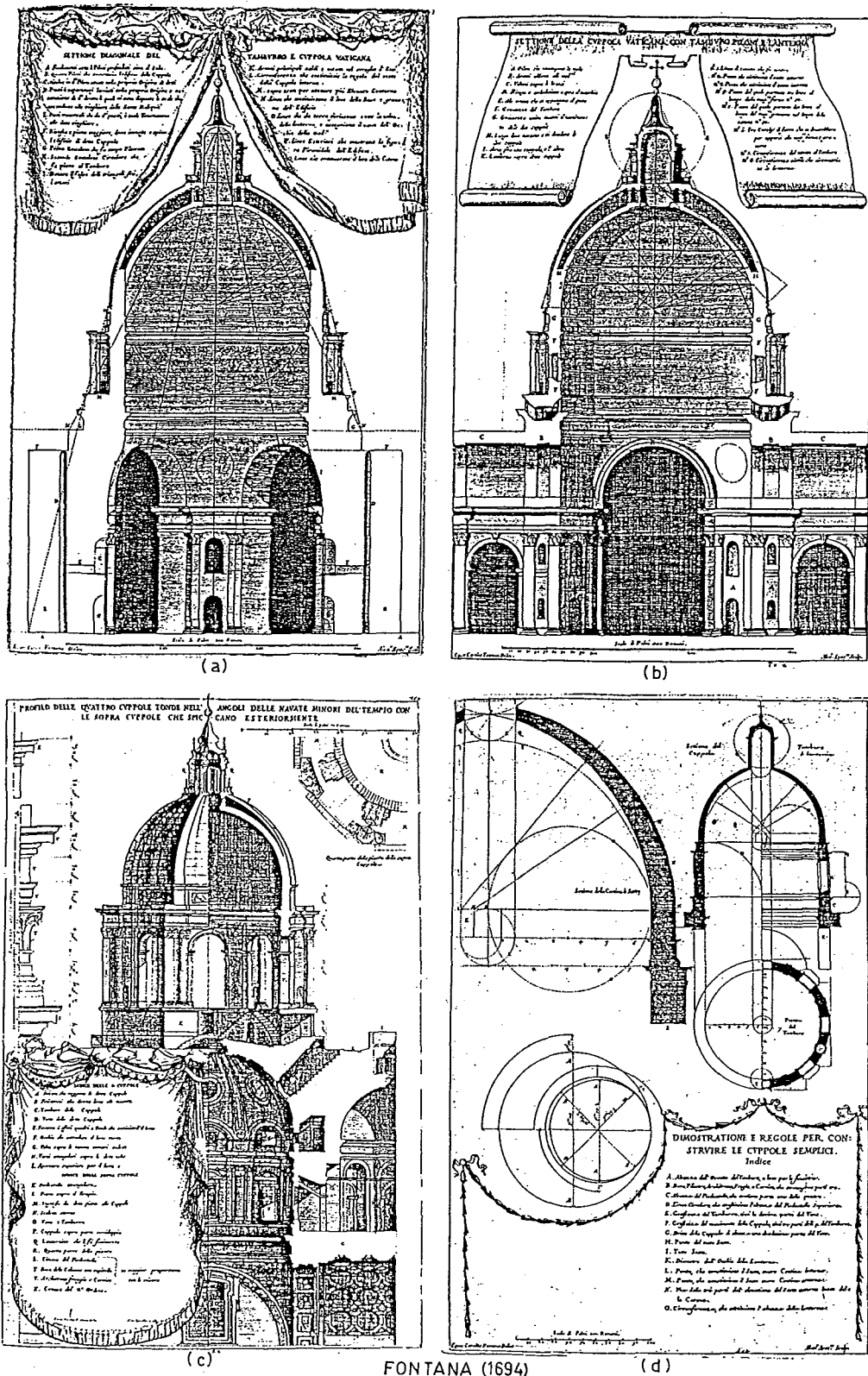


Figura 6.6. Diseño de cúpulas según Fontana. Cúpulas dobles: San Pedro (a) Cúpula principal: sección diagonal; (b) ídem: sección transversal; (c) Cúpulas laterales: sección; (d) Cúpulas simples.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Vano delle seguenti Cupole, e Regole per la grossezza de' loro Muri, che li fan Tamburro

Cupola di Santa Margarita in Monte Fiafcone di Vano palmi 115; come AB; grosso il muro palmi $13 \frac{1}{4}$; cioè circa la nona parte del Vano, perche il muro è di Tufi.

Cupola di Sant'Andrea della Valle di Vano palmi $74 \frac{1}{2}$; come F; grossi il muro palmi $7 \frac{1}{2}$; cioè circa la decima parte del Vano.

Cupola della Madonna de' Miracoli di Vano palmi $78 \frac{3}{4}$ come AE; grosso il muro palmi $7 \frac{2}{3}$, cioè circa la decima parte del Vano.

Cupola del Giesu di Roma di Vano palmi $78 \frac{1}{4}$; come AD, grosso il Muro palmi $7 \frac{3}{4}$; cioè circa la decima parte del Vano.

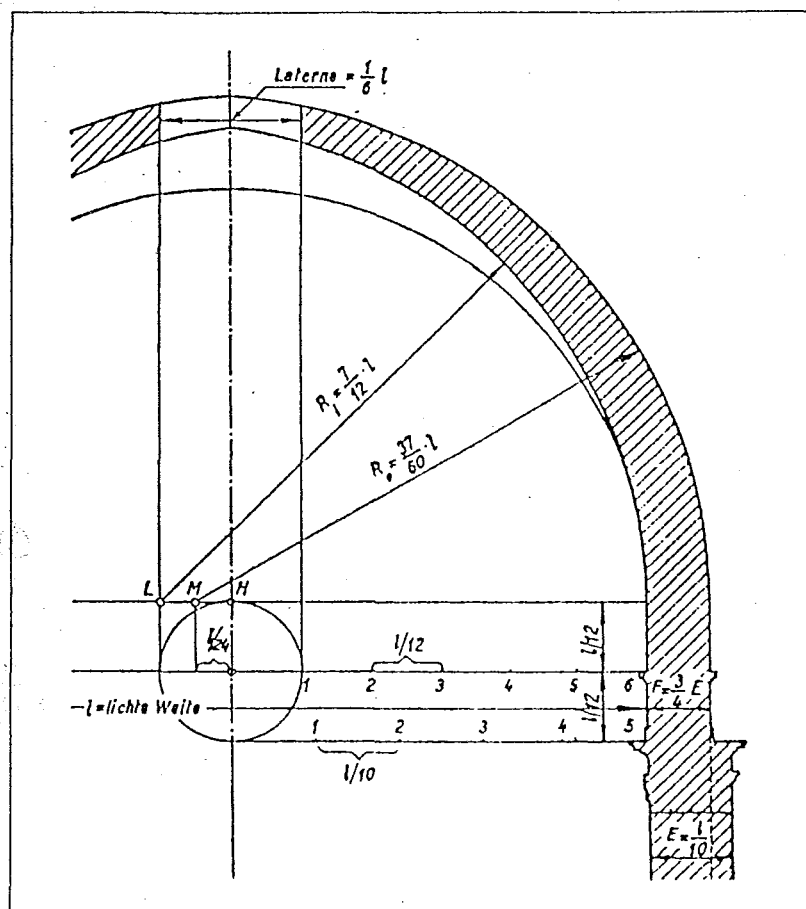
Cupola di San Carlo a' Catinari di Vano Palmi 72; grosso il muro palmi $7 \frac{1}{4}$; parimente circa la decima parte del Vano.

Avertimenti

Li Muri, che devono reggere le Cupole semplici, se faranno di ottimo lavoro di Mattoni doveranno essere le loro grosseze, al meno la decima parte del Vano di esse.

Li Muri, come sopra, se faranno d'inferior qualità di Cimento, cioè di Tufi, o Pietre, doveranno essere le loro grosseze almeno la nona parte del Vano.

Li Muri, come sopra, che doveranno reggere Cupole doppie, doveranno essere più abbondanti di grossezza delle sudette, secondo sarà giudicato dal Professore.



STRAUB (1952)

Figura 6.7. Regla para cúpulas simples: restitución de Straub

6.4.2.a Influencia posterior

Las reglas de Fontana sobre las cúpulas no pasaron desapercibidas y aparecen citadas en dos de las controversias suscitadas sobre la estabilidad de las cúpulas en el siglo XVIII, concretamente sobre las de San Francisco el Grande en Madrid y Santa Genoveva en París.

En el primer caso, Ventura Rodríguez cita en su Informe a la Academia de 1761, las reglas de Fontana para desautorizar el proyecto presentado por Fr. Francisco Cabezas:

Las paredes del pie derecho, ó cuerpo de luces, de las seis Capillas de los lados del Templo, no tienen suficiente grueso, como se ve por los cortes ó perfiles, de líneas simples de lápiz que seme han manifestado, dónde solo hai la duodécima parte del vano, ó diámetro de las Cúpulas que han de sustentar, debiendo á lo menos tener la décima parte, como advierte Carlos Fontana en la descripción del Templo Vaticano libro 5, cap. 24...¹⁰⁴

En el segundo caso, Patte cita a Fontana en relación con la polémica sobre el diseño de la cúpula de Santa Genoveva en París¹⁰⁵. En ella intervinieron, además de Patte, Gauthey y Rondelet que publicaron varias memorias sobre el particular¹⁰⁶:

Fonatan, savant Architecte du siècle dernier a donné... des règles sûres pour trouver les proportions les plus agréables des coupoles simples,... comme il seroit difficile de rien ajouter à ce qu'il a dit à cet sujet,¹⁰⁷ d'après les meilleurs modèles d'Italie, nous ne pouvons mieux faire que de la rapporter...

A continuación describe con detalle la regla de Fontana y, aplicando el análisis de La Hire comprueba su estabilidad por el procedimiento de calcular el contrafuerte de la bóveda de cañón correspondiente y dividirlo por dos,

104. P. García Barriuso, *San Francisco el Grande de Madrid. Aportación documental para su historia*. Madrid: 1975, págs. 136-137.

105. P. Patte, *Memoire sur la construction de la coupole projectée pour couvrir la nouvelle église de Saint Genenève a Paris*. Amsterdam: 1770.

106. E. M. Gauthey, *Mémoire sur l'application des principes de la Méchanique à la construction des voûtes et des domes, dans lequel on examine le Problème proposé*. Dijon: 1771. E. M. Gauthey *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français, et sur les moyens d'y remédier*. Paris: 1798. Rondelet, J. *Mémoire historique sur le dôme du Panthéon Français*. Paris: 1797. J. Rondelet, *Addition au mémoire historique sur le dôme de l'Eglise Saint-Genenève*. Paris: , 1814.

107. Patte, op. cit., pág. 8.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

siguiendo la regla de Frézier (véase capítulo siguiente). Concluye que las reglas de sobre cúpulas Fontana son válidas, y añade otras sobre pilares y contrafuertes:

Il résulte de tout ce que nous avons dit sur les proportions des supports des coupoles, que l'épaisseur des murs du tambour doit être au moins le dixième de leur diamètre intérieur; que l'épaisseur des contre-forts, lorsqu'on en admet, roule du sixième au huitième de leur diamètre; et qu'enfin la largeur des piliers destinées à porter un dôme sur pendentifs, est, suivant les exemples, depuis le quatrième jusqu'au septième inclusivement, quelle que soit la nature de la voûte. Nous ne connoissons point de voûtes sphériques ou sphéroïdes de quelque étendue, dont les supports dérogent à ces règles générales: et nous ne croyons pas même qu'ils puissent y en avoir de contraires, parce qu'elles seroient opposées aux principes établis de l'équilibre et de la pesanteur, sur lesquels est fondée la solidité des bâtimens.

6.4.3 Regla superficial

Dentro del conjunto de reglas y observaciones que aparecen dispersas en el libro de Fontana, sobre diversos aspectos de la construcción de San Pedro (cimentaciones, muros, cimbras, cúpulas, etc.), hemos encontrado una particularmente interesante por su originalidad.

La regla relaciona la superficie ocupada por las paredes (Sp) que sostienen la cúpula con la superficie neta cubierta (Sc) y establece que la relación entre ambas cantidades sea de dos a tres; es decir, $Sp/Sc = 2/3$. Parece estar deducida de la medición de diversos templos circulares romanos y, en particular, del Panteón:

... divisero il sito, che viene occupato de tutto il Tempio, cioè, quello, che contiene la parte circolare, in parte cinque. Tre di queste assegnarono al Vano Sferico, e l'altre due parti alla Parete, che lo circuisse...¹⁰⁹

El cómputo se hace descontando la superficie de las hornacinas y entrantes en las paredes. Para una semiesfera perfecta de espesor e que cubre una luz interior l , esta regla daría una relación $l/e = 8.87$. En el Panteón, sin tener en cuenta las hornacinas, $l/e = 7.74$. Esta proporción de superficie

108. Op. cit., pág. 19.

109. Op. cit. pág. 339.

en planta da, curiosamente, para una semiesfera, una relación entre volumen de estructura y volumen interior muy cercana a la unidad, 1.15; considerando un óculo de las proporciones del Panteón la relación se convierte prácticamente en 1.

El procedimiento, como es obvio, es largo y penoso. Pues bien, Fontana se tomó el trabajo de superficialiar y cubicar las medidas de la cúpulas de San Pedro y del Panteón para demostrar la bondad del diseño empleado, e incluso cubicó el volumen del edificio completo para estudiar la relación entre el volumen interior y el volumen ocupado por el cerramiento. La relación entre macizo y vano es, en San Pedro, mayor que la unidad en una sexta parte, lo que para Fontana demuestra la seguridad del edificio:

... si che resta superiore il materiale, la sesta parte in circa di più ^{del} ₁₁₀ vano; però si rendera sicuro il Tempio, come è seguito degli altri antichi sopracitati.

Este tipo de reglas 'superficiales' podría tener un origen muy Antiguo. En efecto, según cita Petronotis¹¹¹, el arquitecto P. Theodorides ha descubierto la siguiente regla para el dimensionamiento de los pilares que soportan las cúpulas bizantinas: La superficie los cuatro pilares será igual a la cuarta parte de la superficie del cuadrado que circunscribe la cúpula.

6.6 Wren: primeras reglas 'pseudo-científicas'

Christopher Wren, científico y arquitecto eminente, no llegó a publicar ningún tratado de arquitectura. Como dijimos en la introducción, colaboró con Hooke y es más que probable que empleara el principio de la catenaria al

110. Op. cit. pág. 341.

111. A. Petronotis, "Der Architekt in Byzanz.", *Bauplanung und Bautheorie der Antike (Diskussionen zur Archäologischen Bauforschung Vol. 4)*, Berlin: Wasmuth, 1984, pág. 341.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

diseñar la cúpula para la catedral de San Pablo¹¹². Sus notas fueron publicadas póstumamente por su hijo¹¹³; entre ellas, una parte conocida como "Tract II" parece haber sido el borrador de un futuro tratado. Algunos de los comentarios contenidos en esta parte hacen referencia expresa al equilibrio de bóvedas y al problema de los contrafuertes.

En sus notas Wren resalta la importancia del equilibrio entre las masas que componen el edificio:

It is by due Consideration of the Statick Principles, and the right Poising of the Weights of the Butments to Arches, that good Architecture depends...¹¹⁴

y discute a continuación la conveniencia de cargar los pilares de las naves de las iglesias para conseguir una estabilidad suficiente (para centrar la resultante en su interior). La discusión es detallada y va acompañada de un esquema para su mejor comprensión (véase Figura 6.8. (a)):

Let ABC be an Arch resting at C, against an immovable Wall KM, but at A upon a Pillar AD, so small as to be sufficient Butment to the Pressure of the Arch AB: what is then to be done? I cannot add FG to make it a Butment, but I build up E so high, as by Addition of Weight, to establish it so firm, as if I had annexed FG to it to make it a Butment: it need not be enquired how much E must be, since it cannot exceed, provided AD be sufficient to bear the Weight imposed on it: and this is the Reason why in all Gothick Fabricks of this Form, the Architects were wont to build Towers or Steeples in the Middle, not only for Ornament, but to confirm the middle Pillars against the Thrust of the several Rows of Arches, which force against them every way.¹¹⁵

Más adelante Wren se maravilla de la poca atención que se presta en los Tratados de Arquitectura a los 'problemas geométricos', esto es de estabilidad, y en concreto de la estabilidad de los arcos y sus contrafuertes, realmente el problema central de las estructuras de fábrica:

It seems ver unaccountable that the Generality of our late Architects dwell so much upon this ornamental, and so slightly pass over the geometrical, which is the most essential Part of Architecture. For Instance, can an Arch stand without Butment sufficient? If the Butment be

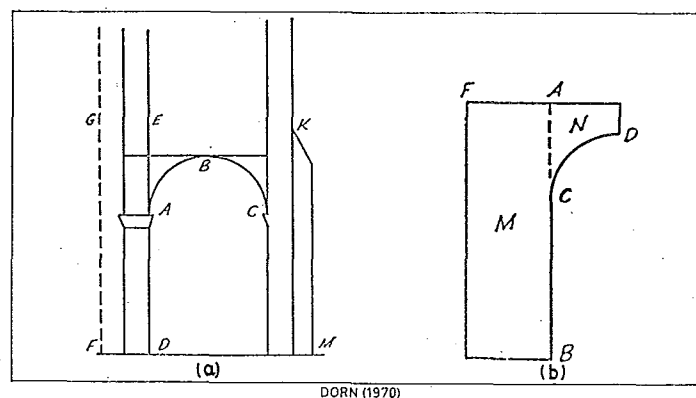
112. Véase R. Graefe "Zur Formgebung von Bogen und Gewölben." *Architectura*, Vol. 16, 1986. pp. 50-67. Una extensa serie de diseños previos de la cúpula han sido recientemente publicados en K. Downes *The design of St. Pauls Cathedral*. London: 1988.

113. Ch. Wren (hijo) *Parentalia: or, Memoirs of the Family of the Wrens*. London: T. Osborn, 1750.

114. Wren, op. cit. pág. 298.

115. Op. cit., pág. 301.

more than enough, 'tis an idle Expense of Materials; if too little, it will fall; and so for any Vaulting: And yet no Author hath given a true and universal Rule for this; nor hath considered all the various forms of Arches...



DORN (1970)

Figura 6.8. Reglas estructurales de Wren (restitución de Dorn)

A continuación, siguiendo la exposición de Dorn, cita la regla de Martínez de Aranda/Derand (véase su dibujo en la Figura 6.9.) y la critica diciendo que no se basa en ninguna prueba cierta, "it is not built upon any sure geometrical Theorem...". La solución al problema, dice, reside en procurar un adecuado equilibrio de las distintas masas, para lo cual es preciso emplear la ciencia de la estática, en particular la parte que se ocupa de encontrar los centros de gravedad:

... what is true will be shown to be only determinable by the Doctrine of finding the Centers of Gravity in the Parts of the proposed Design.

A continuación propone una regla general para determinar el contrafuerte de cualquier arco o bóveda de cañón. La regla dice que el contrafuerte

...if N be equiponderant to M on each Side the Perpendicular AB, it is certain the whole Stone will stand immoveable upon the Basis at B, although it be half an Arch; add the like Stone on the opposite Side, till the Horns meet in an entire Arch, so the Whole will stand as well as the Halves. If any thing be added without M, that alters nothing, only 'tis an useless Expense; but if any thing be added above N, that alters the Center of Gravity, which therefore must be provided for, by adding more Weight to M; and the same may be shewn in all kinds of Vaulting. So it appears that the Design, where there are Arcades, must be regulated by the Art of Staticks, or Invention of the Centers of Gravity, and the duly poising all Parts to equiponderate; without which, a fine Design will fail and prove abortive.

116. Op. cit. pág. 356.

117. *Ibidem*.

118. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

La regla da soluciones razonables a problemas de proporciones usuales en la práctica. De hecho Wren asegura haberla comprobado en edificaciones existentes. Así, afirma que el Panteón de Roma tiene, según su regla, un contrafuerte excesivo¹¹⁹ :

Hence I conclude, that all Designs must, in the first place, be brought to this Test, or rejected. I have examined some celebrated Works, as the Pantheon, and judge there is more butment than necessary, though it is flat and low; but I suppose the Architect provided it should stand against Earthquakes, as it indeed it hath, and will.¹²⁰

Critica, a continuación, basándose en la aplicación de su regla la forma de la cúpula de San Pedro de Fontana, y afirma que el diseño de Bramante hubiera sido más duradero, y no hubiera precisado del empleo de cadenas para sostenerse (en realidad, como demostró Poleni las cadenas no son necesarias). Critica el empleo de las cadenas; la obra debe estar proporcionada de tal forma que éstas no sean necesarias¹²¹ :

The great Fabrick of St. Peter's, if it had been followed as Bramante had designed it, would have been as durable [as the Pantheon]; but the Butment of the Cupola was not placed with Judgement: however, since it was hooped with Iron, it is safe at present, and, without an Earthquake, for Ages to come. Iron, at all Adventures,¹²² is a good Caution; but the Architect should so poise his Work as if it were not necessary.

El razonamiento empleado en la regla es falso, ya que un arco no puede considerarse dividido en dos mitades sin la existencia del empuje en la clave. Para el caso de arcos apoyados directamente sobre sus arranques la regla, evidentemente, no funciona pues el centro de gravedad cae siempre fuera de la base del arco. Para arcos sobre contrafuertes de una altura alrededor del

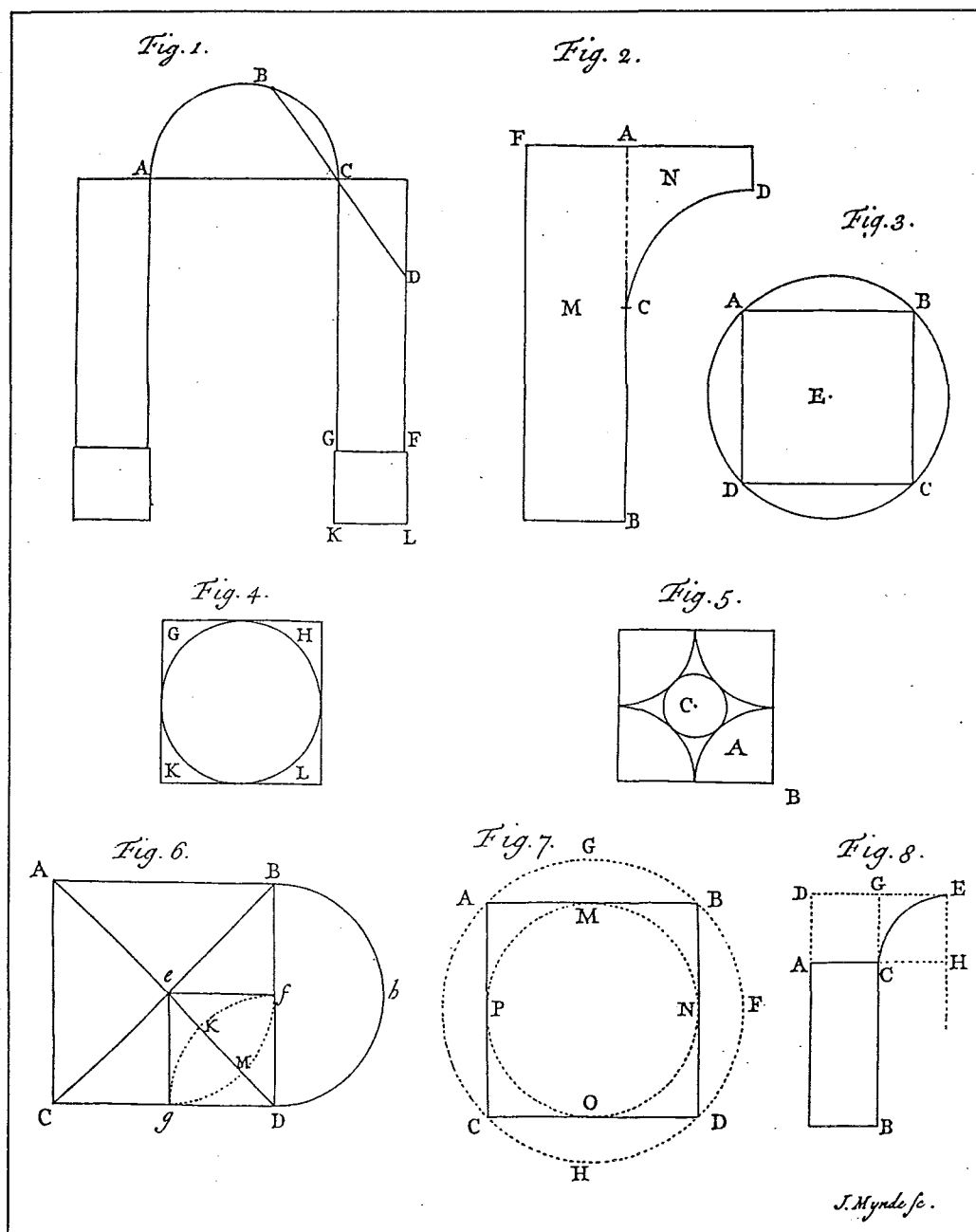
119. Hemos comprobado esta afirmación y, efectivamente, es cierta: la vertical del centro de gravedad de la sección del Panteón cae dentro de la base del tambor.

120. Op. cit., pág. 356.

121. La misma opinión manifiesta realiza Leonardo Vegni en su traducción del libro de Branca, *Manual de Arquitectura...*, Madrid: Viuda de Joachim Ibarra, 1790, pág. 83, donde critica "... la necesidad de tantos pobres jóvenes, que en los preceptos y obras de algunos que hacen de Maestros, no pueden aprender otra cosa en la construcción de bóvedas, que liarlas con cadenas de hierro, ó fiarlas á la tenacidad de la puzzolana; pero las fábricas bien entendidas (dice Viñola) quieren regirse por sí mismas, y no estar atadas con cabestros." (el subrayado es mío).

122. *Ibidem*.

vano, la regla puede funcionar para los casos más comunes. En cualquier caso, no tenemos constancia de que esta regla haya tenido ninguna influencia posterior.



WREN (1750)

Figura 6.9. Lámina original del tratado de Wren

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

7. EL SIGLO XVIII

7.1 El padre Tosca

7.1.1 El tratado

Matemático, geómetra, arquitecto, filósofo, físico, astrólogo,... el Padre Tosca fue, quizá, uno de los hombres más cultos de su época en España. Toda su erudición y conocimiento las compiló en un extenso tratado en nueve volúmenes, su *Compendio mathemático...* publicado en Valencia entre los años 1707 y 1715¹. Su vida y obra no parecen haber despertado la atención que merecen: Llaguno² apenas le dedica un párrafo y en el artículo correspondiente del Espasa apenas se menciona su contribución a la teoría arquitectónica (además con errores de fechas)³. En un reciente artículo se dice que trabajó en la construcción del palacio del Rey Rasselas, en Abisinia, donde aplicó sus principios de arquitectura oblicua.⁴

Lo que nos interesa de su obra, a efectos de la presente tesis, es el volumen 5 de su *Compendio*, dedicado a la arquitectura civil, a la montea y a la estereotomía. Esta obra tuvo tanto éxito e influencia que se reimprimió, en forma separada, en 1794⁵. Como comentario a su obra suscribimos las afirma-

1. Tomás Vicente Tosca *Compendio mathemático en que se contienen todas las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad...* Valencia: Antonio Bordazar, 1707-1715. 9 vols. Obra de gran aceptación tuvo dos reimpresiones más en breve plazo: Madrid, 1721-1727 y Valencia, 1757.

2. E. Llaguno y Almirola y J. A. Ceán-Bermúdez *Noticia de los Arquitectos y Arquitectura de España*. Madrid: , tomo IV, pág. 102.

3. *Espasa*, Madrid: 1928. Tomo 62, pág. 1565.

4. J. Perucho "Tomás Vicente Tosca y la Arquitectura Oblicua." *ABC*, 7 julio, 1988. pág. 3.

5. Tomás Vicente Tosca *Tratados de arquitectura civil, montea y cantería, y relojes*. Valencia: s.i. 1794.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

ciones de León Tello⁶ :

... muestra en su tratado una amplia información ... pero mantiene su independencia de criterio... En su obra justifica la adscripción matemática de este arte. Su teoría se desarrolla como una geometría aplicada. Emplea una estricta metodología cartesiana de problemas, teoremas y corolarios... Pero el racionalismo no le impide reconocer el valor de la empiria y la experiencia.⁷

7.1.2 Reglas estructurales

El tratado del padre Tosca solamente incluye una regla estructural, la de Martínez de Aranda/Derand. Sin embargo, sus comentarios sobre la estabilidad de las estructuras de fábrica demuestran un profundo conocimiento de su funcionamiento estructural.

Ya en la introducción del Tratado XV "De la Montea y Cortes de Cante-
ría" expone, con gran claridad, que el equilibrio y la proporción entre las distintas masas es la base de este tipo de construcción:

Comprehende este tratado lo mas sutil y primoroso de la Arquitectura, que es la formación de todo género de arcos y bóvedas, cortando sus piedras, y ajustándolas con tal artificio, que la misma gravedad y peso que las había de precipitar hácia la tierra, las mantenga constantes en el ayre, sustentándose las unas á las otras en virtud de la mutua complicación que las enlaza, con lo que cierran por arriba las fábricas con toda seguridad y firmeza.⁸

Este conocimiento cualitativo de las proporciones y el equilibrio de cada uno de los tipos de arcos y bóvedas de fábrica es patente a lo largo de todo el tratado. Hemos agrupado sus comentarios, como en casos anteriores, por tipos estructurales. Así, pasaremos revista sucesivamente a arcos, bóvedas, cúpulas, contrafuertes, así como al posible empleo de modelos.

6. F. León Tello ha publicado dos artículos sobre la arquitectura del Padre Tosca: "Introducción a la teoría de la arquitectura del P. Tosca (1651-1725)", *Revista de Ideas Estéticas*, Núm. 140, 1977; "La Teoría de la Arquitectura de Tomás Vicente Tosca: Montea y Ordenes Arquitectónicos." *Revista de Ideas Estéticas*, Núm. 144, 1978.

7. F. León Tello "La teoría de la Arquitectura...", op. cit. pp. 289-290.

8. Tosca *Tratado de arquitectura civil*, op. cit., pág. 81.

7.1.3 Arcos

Sobre el canto que hay que dar aun arco no da regla, a ejemplo de Fray Lorenzo, cuya obra sin duda conocía:

En quanto a la crasicie que ha de tener el arco, no hay regla fixa, sí que el prudente Arquitecto se la debe dar, atendiendo á la firmeza de la materia que se fabrica, y al peso que ha de sustentar.⁹

7.1.3.a El arco 'ideal'

En cuanto al arco 'ideal' se aparta de la doctrina tradicional y propone, y además lo destaca con letra itálica en el original, un curioso arco mixto de intradós de medio punto y extradós apuntado. Este arco, dice, es muy seguro y apenas produce empuje:

Si se quisiere que un arco se mantenga seguro con poco ó casi ningun estribo, se hará su dovela superior trespuntada, aunque la inferior sea semicírculo, y sus tiranteces se encaminarán á los centros de la dovela superior; y siendo de piedra, con que se le hagan dos ó tres hiladas de ensachado, no necesitará de mas estribos.¹⁰

7.1.3.b Arcos de medio punto

Sobre el arco de medio punto afirma que es muy seguro si cuenta con contrafuertes suficientes:

Este arco es muy perfecto y seguro, con que lleve los competentes estribos para resistir sus empujos, como después diré; y su vuelta empieza á mover de quadrado ó plano horizontal.¹¹

7.1.3.c Arcos apuntados

Mucho más interesante es su comentario sobre los arcos apuntados. El texto no deja lugar a dudas: Tosca conocía la peculiar forma de colapso de los arcos apuntados, por levantamiento de la clave, y propone el método tradicional empleado ya por los constructores góticos de ajustar la línea de empujes a la directriz cargando la clave y los riñones del arco. Las figuras

9. Op. cit. pág. 117.

10. Op. cit. pág. 118.

11. Op. cit. pág. 95.

de Ungewitter¹² que ponemos a continuación aclara el texto.

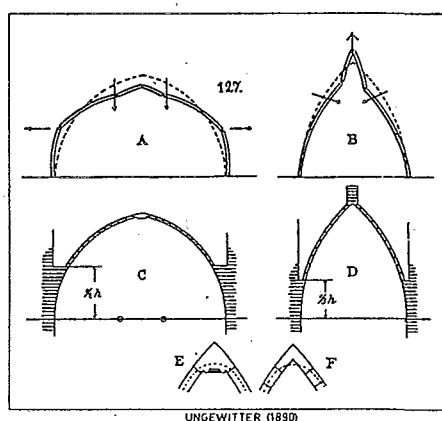


Figura 7.1. Formas de estabilizar un arco apuntado

Son estos arcos propios del orden Gótico, y á mas de no ser hermosos, son algo débiles cerca de sus tercios ... singularmente sino están bien cargados en la clave ...; porque el peso que carga sobre sus lados rempuja con su impulso la clave hacia arriba; pero tienen la conveniencia de impeler las paredes de sus lados mucho menos que las otras especies de arcos; y por consiguiente necesitan de menos estribos, y pueden sustentar mucho peso.¹³

7.1.3.c Arcos degenerantes

Sobre los arcos adintelados, platabandas o degenerantes, como les llama, expone su cualidad de producir un considerable empuje horizontal y recomienda, como Alberti, solamente colocarlos con grandes estribos o, preferiblemente, en medio de paredes de forma que los propios muros hagan de estribos:

Llamo arcos degenerantes á aquellos cuyas piedras estando unidas entre sí de la misma manera que en los arcos, no se terminan en figura circular, sino en otra muy distante: algunos vienen á terminarse en línea recta por abaxo, ó tambien por arriba, y estos se llaman degenerantes en línea recta, y adintelados ó á nivel. Otros degeneran en polígonos, extendiendo sus piedras hasta formarles.¹⁴

... necesitan estos arcos de grandes estribos, y no se deben fabricar sino en medio de paredes continuadas á entrambas partes.¹⁵

12. G. C. Ungewitter *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann.* Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger, 1890. Vol. 1, ilustración 127.

13. Op. cit. pág. 105.

14. Op. cit. pág. 107.

15. Op. cit. pág. 108.

7.1.4 Bóvedas

7.1.4.a Media naranja

Resalta las cualidades estructurales más relevantes: la posibilidad de realizar óculos y su gran estabilidad y poco empuje. En realidad, dice literalmente que 'no causa empujo'. En realidad las cúpulas semiesféricas producen un cierto empuje y Tosca lo sabía; la expresión anterior hay que entenderla, como que no necesita estribos, es decir, no hace falta dar más grosor al tambor que al de la propia cúpula.

Esta bóveda, por componerse de piedras ordenadas en forma de anillos paralelos, consiste segura y sin riesgo, aunque le falte la clave: tiene gran robustez y no causa empujo; y por consiguiente no necesita de estribos para mantenerse con sus mismas tiranteces.¹⁶

7.1.4.b Bóvedas de crucería

Una parte importante del apartado correspondiente a las bóvedas está dedicado a las bóvedas de crucería. Los arquitectos del siglo XVIII eran muy conscientes de la superioridad estructural, en cuanto a eficacia, de las estructuras góticas, como veremos más adelante en las opiniones del padre Pontones y de Frézier. Es notorio, por los párrafos que siguen y el apartado siguiente, que el padre Tosca dedicó bastante tiempo a reflexionar sobre el funcionamiento de estas estructuras. La descripción que realiza de la construcción de una bóveda de crucería es detallada, si bien no da reglas estructurales:

Reconociendo los Arquitectos que las bóvedas hechas enteramente de sillares, tienen peso excesivo; y si se fabrican solo de ladrillo, no tienen tanta seguridad y firmeza, discurrieron fabricar en ellas unos arcos de piedra que sirvan como arcos mas sólidos, en que se afiance la seguridad de la bóveda, formando sobre ellos todo lo restante de ladrillo ú otra materia mas ligera.¹⁷

Únicamente señala que, debido a su forma, el empuje se concentra en las esquinas y es ahí donde hay que colocar estribos suficientes:

Las tiranteces de estos arcos van en cada uno á su propio centro: las porciones de bóveda con

16. Op. cit. pág. 214.

17. Op. cit. pág. 226.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

que se van llenando los vacíos, tienen sus tiranteces al centro E de la bóveda, y las órdenes de ladrillos se van haciendo paralelas á la porción de arco mas cercana, sea la que fuera. Adviertase últimamente, que esta bóveda tiene fuerte rempujo en sus ángulos, y así será menester armarla y fortalecerla allí con buenos estribos.¹⁸

7.1.4.c Cimbório gótico

El interés de Tosca queda de manifiesto en el detallado análisis que en la la proposición XIII de su tratado dedica a explicar el funcionamiento estructural de un cimborrio gótico. El título del 'problema', como lo llama, es suficientemente explicativo: *Formar una bóveda con arcos cruceros sobre qualquiera polígono del quadrado de arriba, que se mantenga con su propio peso sin mas estribos*. Como en el caso anterior, debemos entender como estribo la parte del contrafuerte que sobresale del grueso de la pared: es decir, que sólo el grueso de la pared basta para resistir el empuje de la bóveda. Tosca reconoce su fascinación por estas estructuras:

Aunque ahora ya no se estilan semejantes fábricas, por pertenecer mas propiamente al orden Gótico, que á los otros cinco que estan en uso; pero por ser tan ingeniosas, y hallarse executadas en algunos edificios antiguos... juzgo por conveniente explicar el artificio con que se fabrican.¹⁹

Toma como ejemplo el cimborrio de la catedral de Valencia. Se trata de un cimborrio octogonal, que consta de un tambor prismático coronado por una bóveda formada por la intersección de cuatro cañones de bóveda apuntados como puede verse en la planta. Estos cañones, apoyan sobre los arcos cruceros formados sobre las diagonales del octógono y cuyo peralte puede observarse también en la planta. La altura de los cruceros es mayor que la del arranque las bóvedas y, por tanto, toda el cimborrio está en su conjunto levantado de punto, lo que también contribuye a disminuir el empuje.

A continuación la descripción de Tosca:

Servirá pues de exemplo la que se halla en el Cimborrio del sobredicho Templo [iglesia Metropolitana de Valencia] sobre planta ochavada, y se sustenta sobre quatro arcos de punto levantado ó apuntados: sobre los ocho lados de la planta suben a plomo ocho paredes de

18. *Ibíd.*

19. Op. cit. pág. 228.

competente altura, y forman un paralelepípedo ochavado, que coronado con un entablamento de los que se usaban en aquel tiempo, constituye el primer cuerpo de la fábrica con ocho ventanas, una en cada lado. Sobre este primer cuerpo se levanta la bóveda, que formando el segundo cierra juntamente el edificio. Su disposición es la siguiente.

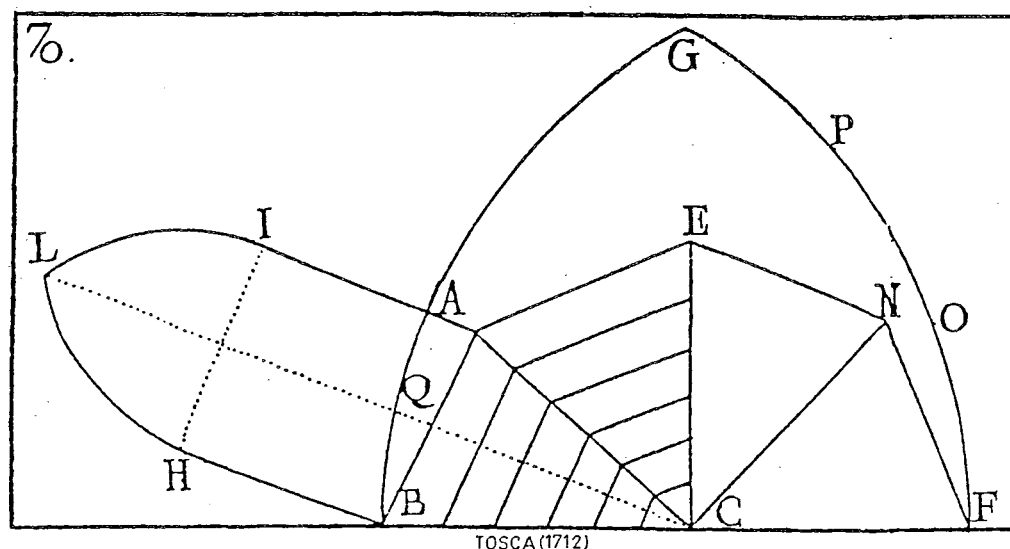


Figura 7.2. Planta y sección del cimborrio de la catedral de Valencia según Tosca

Sea el octógono ABEN, &c. la planta de la bóveda: tírense las diagonales, que se cortarán en el centro C, y esta serán los vestigios horizontales de los arcos diagonales, y juntamente sus diámetros: describáse sobre una de ellas, como por ejemplo sobre la BF el arco apuntado BGF, cuyos centros son B y F, á quienes se dirigirán sus tiranteces; sobre el lado BA fórmese el cuadrado BI cuya altura AI es la del segundo cuerpo; sobre el entablamento y sobre la HI, como diámetro, describáse el arco apuntado HLI, cuyas tiranteces vayan a los centros H, I; y esto mismo se ha de suponer sobre los demás lados, los quales arcos sirven de formeros para la bóveda, y en ellos y en dicho segundo cuerpo hay otro ventanage semejante al del primer cuerpo. Sobre los arcos diagonales se edifica la bóveda, siguiendo la misma montea del arco ó formero HLI, la cual es de ladrillo de rosca, y llena los vacíos ECA, ACB, &c. de los arcos diagonales, que por ser apuntada forma en medio un ángulo entrante en correspondencia de la línea QC: esto mismo se hace en todos los ochavos, y queda concluida la obra con mucha hermosura y suficiente firmeza sin casi necesitar de más estribo, como demuestro en la forma siguiente.

Tosca explica el funcionamiento estructural del cimborrio. En primer lugar habla de los cañones cuyos empujes se anulan con los de los adyacentes.

Primeramente, la bóveda que está sobre los cruceros AC y BC, y llena el vacío, cuya planta es el triángulo ACB, tiene bastantes estribos con las bóvedas colaterales correspondientes a los triángulos ACE y al de la otra parte; porque siendo de punto tan levantado es poco su empujo, contra el qual tienen bastantísima resistencia las sobredichas bóvedas colaterales, singularmente cuando la planta es de 6 ú ocho lados, ó más lados.²⁰

20. Op. cit. pág. 229.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Advierte, sin embargo, que estas bóvedas apoyan sobre los arcos cruceros y que estos, debido a este peso (también tiene una componente horizontal el empuje aunque no lo menciona), tenderían a empujar contra las esquinas. En disminuir el empuje horizontal de los arcos cruceros está la clave para eliminar los estribos y aligerar la fábrica:

Solo puede haber dificultad, en que, al parecer, los arcos diagonales, que son los que como nervios sustentan las bóvedas sobredichas, necesitarán de grandes estribos, siendo así, que tienen muy pocos en la sobredicha fábrica: pero digo, que por el mismo caso que estos arcos sustentan las bóvedas, no necesitan ni de muy pocos estribos; y en esto esta lo mas primoroso del arte con que se mantienen semejantes obras: el qual consiste en aquel maravilloso enlace con que los cruceros ó arcos diagonales sustentan las bóvedas hechas en sus vacíos, y estas mantienen los sobredichos arcos, y juntamente á sí mismas con sus recíprocos y encontrados empujos.²¹

Se trata de cargar adecuadamente estos arcos cruceros. Para ello aplica su teoría sobre el colapso de los arcos apuntados que expuso con anterioridad. La explicación de Tosca es básicamente correcta. Cargando con pesos claves y riñones, la línea de los empujes resultantes tiende a estirarse en la dirección de las cargas verticales y, aunque aumenta el peso total, disminuye la componente horizontal y, por tanto, el empuje. El artificio es análogo al empleado en la catedral de Palma de Mallorca para aumentar la esbeltez de los pilares y que describimos con anterioridad. Trata el problema sistemáticamente; primero el peso en los riñones:

Para inteligencia de esto es menester suponer, que el arco apuntado BGF necesita para su firmeza de ser cargado en la clave, y juntamente en los tercios OP: de suerte que si estuviese solamente cargado en OP, y no en la clave, corría gran riesgo de que la porción de arco cerca de la clave reventase saltando hacia arriba; porque el peso que en PO impele a las piedras hacia abaxo, viene como a querer reducir el arco FG a línea recta, y por consiguiente hará subir la clave hacia arriba, sino tiene sobre sí suficiente peso.²²

A continuación resalta el papel estabilizador del peso de la clave:

Tambien si hubiese gran peso sobre la clave, y poco ó ninguno en los tercios O, P, el peso de la clave impelería las piedras de OP, y si allí faltasen competentes estribos, se arruinaría el arco; pero habiendo competente y proporcionado peso en la clave y en OP, no son casi

21. *Ibidem.*

22. *Ibidem.*

menester otros estribos para que dicho arco se mantenga, por servirle de ellos el peso que carga en dichos tercios O, P.²³

Insiste en la forma adecuada de los cañones:

Cargando pues las bóvedas de ladrillo de rosca sobre los arcos cruceros, es forzoso se mantengan estos firmes, y ser grande el peso sobre sus tercios, donde es mayor la bóveda; pues tanto es esta menor cuanto mas se acerca a la clave, donde se termina; y tanto mayor, quanto mas se aparta de ella hacia los formeros.²⁴

Sobre cuál haya de ser la proporción entre los distintos pesos no da regla, y se remite a la experiencia del arquitecto. (Como hemos visto, Rodrigo Gil sí tenía una regla para determinar el peso de la clave en función de la geometría general (nervios) de la bóveda.)

Con esto y el suficiente peso que se le ha dado á la clave, se sustenta dicha fábrica sin mas estribos, no sin grande admiracion de los que atentamente la consideran. Quál haya de ser la proporción del peso de los tercios con el de la clave, pende de la experiencia y del juicio del sabio y prudente maestro.²⁵

No se puede expresar con más claridad el problema de la estabilidad de la estructura de un cimborrio gótico. Se trata de colocar adecuadamente los pesos de forma que se equilibren, como en una balanza, y produzcan la línea o líneas de empujes deseadas.

7.1.5 Contrafuertes

El problema del empuje de los arcos en función de su forma merece una atención especial. Empieza con una descripción cualitativa del problema del empuje en los arcos:

Es indubitable que los arcos y bóvedas tienen gran fuerza contra las paredes de los lados, lo que proviene de tener sus piedras la figura de una cuña, que con el ímpetu de su innata gravedad, procurando caerse hacia el suelo, rempujan las del medio a las de los lados, y todas juntas a las paredes colaterales que las mantienen: por lo qual, para que estas puedan resistir al impulso que les imprime el arco, es forzoso tangan proporcionados refuerzos, que comunmente llaman estribos; considerando los dos aspectos que considera más importantes, el peralte del arco y la altura de los estribos.²⁶

23. *Ibídem.*

24. *Op. cit.* pág. 230.

25. *Ibídem.*

26. *Op. cit.* pág. 116.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Señala que el empuje aumenta con el peralte del arco y la explicación recuerda los teoremas de Baldi que vimos con anterioridad:

... es forzoso atender á la naturaleza del arco, y á la altitud de las paredes: porque los arcos, quanto mas rebaxados, tienen mayor empuje; y menor quanto fueran mas levantados de punto. Y es la razon, porque el impulso de los rebaxados se dirige por una línea que huyendo de la perpendicular al centro de la tierra, se acerca mas á ser perpendicular contra las paredes, lo que la hace mas vigoroso contra ellas; pero los mas levantados de punto exercen su impulso por línea menos distante de la perpendicular a la tierra, y por consiguiente es su impulso mas obliquo contra las paredes, y ménos robusto.²⁷

También afirma que el estribo depende la altura, demostrando un conocimiento claro sobre la forma de colapso:

Asimismo las paredes mas altas tienen ménos resistencia contra la fuerza del arco; porque el centro del movimiento que tendrían las paredes, caso que cedieran al empuje del arco, está en el pie de la pared sobre el suelo: luego así como una potencia con tanto menos fuerza mueve una palanca, quanto se aplica en mayor distancia del centro ó punto de su movimiento, así el arco tanto más fácilmente vencerá la resistencia de las paredes, quanto por ser estas mas altas, les imprime su impulso en lugar mas alto y apartado de su pie, que, como he dicho, es el centro de su movimiento.²⁸

Pero tras la explicación teórica da reglas prácticas basadas en la experiencia:

Para determinar pues los estribos que requieren los arcos, se suelen dar las reglas siguientes, fundadas mas en la experiencia, que en demostracion Matemática.²⁹

La primera regla que da, como la más usual, es la de Martínez de Aranda-Derand:

Comunmente dan por regla general, que se divida en tres partes iguales la circunferencia interior del arco, sea este circular o elíptico, ú otro cualquiera, como por ejemplo ABC, (fig. 22) cuya tercera parte sea BC. Tírese la recta BC larga á discrecion, y cortando la CD igual á la CB, se tirarán las perpendiculares CE, DF, y la línea ED será la cantidad de estribo que requiere el arco.³⁰

Es significativo el escueto dibujo con el que explica la regla, lo que prueba que está tratando de una regla de uso habitual que no requiere de mayor explicación.

27. Op. cit. pág. 117.

28. *Ibídem.*

29. *Ibídem.*

30. *Ibídem.*

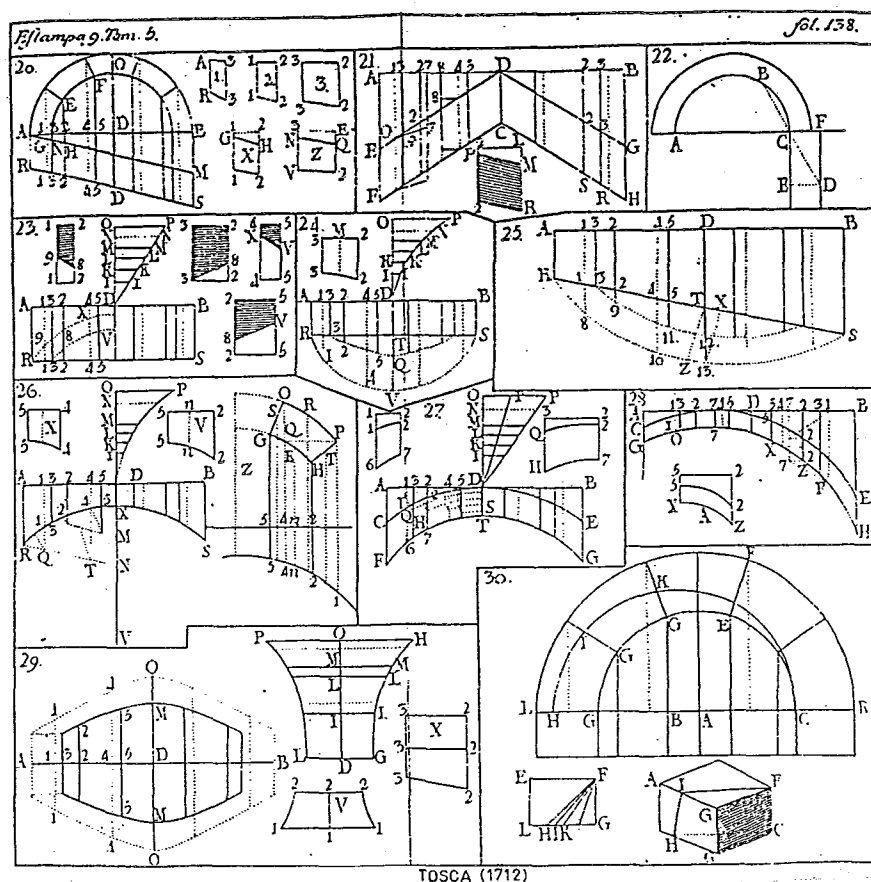


Figura 7.3. La regla de Martínez de Aranda en el tratado de Tosca. La regla aparece dibujada en el recuadro 22 en la parte superior derecha de la figura.

También menciona la regla del tercio (de Palladio etc.), aunque advierte, como lo hacía Fray Lorenzo, que también hay que tener en cuenta el peso del material que forma la bóveda:

Otros dan por regla general, que sean los estribos el tercio del diametro AC, que es algo más de lo que se determina por la regla primera. Pero lo cierto es que en este punto se ha de estar á lo experimentado por los Artifices, que prudentemente atienden las varias circunstancias que puedan ocurrir; y parece requiere mas estribos el arco o bobeda de piedra, que la de ladrillo de rosca; y esta mas que la de tabicado.³¹

7.1.6 Sobre el empleo de modelos

El empleo de modelos de bóveda es importante puesto que éstos pueden haberse empleado, no sólo para verificar los métodos de cortes de piedras,

31. *Ibidem.*

sino también para verificar la estabilidad de determinadas bóvedas. Tosca, como antes Fray Lorenzo etc., recomienda su realización:

Todos los arcos y bóvedas que hasta aquí se han explicado, y asimismo todos los demás que se han de explicar, será muy conveniente se formen primero de yeso con todos sus cortes, con lo cual formará mejor su idea el Arquitecto, y asegurará mas el acierto.³²

7.2 García Berruguilla

7.2.1 El tratado

El tratado de García de Berruguilla³³, publicado en 1747, tiene una orientación fundamentalmente práctica: se pretende dar al arquitecto o agrimensor un compendio claro y resumido de los conocimientos de geometría y aritmética que precisan en sus respectivas profesiones, así como las aplicaciones fundamentales. Está dividido en seis Tratados: el primero sobre aritmética, el segundo sobre geometría, el tercero sobre medición de bóvedas, el cuarto sobre estereotomía, el quinto sobre armaduras de cubierta y el sexto sobre los estribos de los arcos.

7.2.2 Reglas para contrafuertes. Primera propuesta española de análisis estático de las bóvedas

Las reglas y opiniones sobre el dimensionamiento de los contrafuertes aparecen recogidas en el tratado VI con el título *En que se trata de varias opiniones que hay en hallar, ò dâr regla para los estrivos de los Arcos.*³⁴ En este tratado aparece, una interesante crítica a las reglas proporcionales, basándose en la disparidad de resultados que dan unas y otras. Así, señala

32. Op. cit. pág. 114.

33. Juan García Berruguilla, *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría, sobre las tres dimensiones para un perfecto architecto, con una total resolución para medir, y dividir la planimetría para los agrimensores*. Madrid: Imprenta de Lorenzo Francisco Mojados, 1747. 16 h., 135 pp., 19 lám.

34. Op. cit. págs. 129-132.

mediante un ejemplo los distintos estribos que se obtienen empleando la regla de Martínez de Aranda y la regla del tercio. En efecto, cada regla proporcional es válida únicamente para un determinado tipo estructural: la regla gótica de Martínez de Aranda es válida para ligeras bóvedas de crucería góticas o bóvedas baídas, pero no para bóvedas de cañón.

García de Berruguilla menciona en primer lugar la que el considera como regla más antigua, la del tercio, que como hemos visto recomendaba y seguía Palladio. Critica que en la mencionada regla no se tenga en cuenta el material de que está hecho la bóveda y recomienda, acertadamente, que los estribos se reduzcan en las bóvedas de ladrillo en la misma proporción que los pesos específicos de la piedra y del ladrillo:

La mas antigua opinion es, que se ayan de dar el tercio de su ancho à la pared de grueso: v.gr. tiene un Salon, ò Iglesia una nave de sesenta pies de ancho, ò 30, dice que se haya de techar, ò cubrir con una bobeda de piedra, y que para echar esta bobeda, se le de a las paredes de grueso el tercio de su ancho, que de treinta es diez pies. Y dice, que siendo la bobeda de rosca de ladrillo, se le aya de dar los mismos 10. pies à los estrivos, ò paredes: voy hablando sin estrivos como assi lo dicen. Arguyo diciendo, hablo de semejantes anchos, altos, corrientes, ò cartabones de los corrientes de las aguas, las magnitudes son iguales, pero la solidez, ò materia es diferente: luego segun la gravedad empuja: luego en el grueso de la pared ha de haver la diferencia del peso de un pie cubico de ladrillo à otro de piedra, excepto de que sea piedra tan leve, que sea la solidez de la piedra igual al del ladrillo: doy por supuesto, que estos casos estèn bien puestos.³⁵

A continuación realiza la comparación entre la regla de Martínez de Aranda y la regla anterior. Mediante un ejemplo numérico deja patente la disparidad de resultados:

Figura L. En la Nacion Francesa, y Española he visto muchos juicios tocantes al assumpto de dar regla para hallar los estrivos, que le tocan à cualquiera generacion de arcos. Supuesto el arcos apuntado ANZ, dicen se divida la concava AZ en tres partes, que quiere decir toda la concabidad en tres partes, y desde las dos AN tire la recta NAR, y sea Ar igual à AN; y tirese la recta RP, y RQ, y dice, que el estrivo ha de ser, ò pared del grueso RP, ò el de AQ. Passo à la Figura M, que es de medio punto, y formo la misma regla; y dice, que la AZ es el grueso de la pared, y la misma regla formo en G: las tres bobedas, como son M H Y, son de un grueso, los corrientes de sus aguas son del cartabon de à cinco, y conforme estas se deben hacer, y entre la opinión primera, y la segunda; y hablando sobre supuestos lados, como son las tres Figuras L M G, se diferencian las opiniones en la L, en la diferencia de grados Q2: la A es de la opinion primera, que es el tercio, de doce, quatro varas, y entre el uno, y el otro hay la diferencia de entre AQ y A2, que es Q2 cerca de quattro pies. En la Figura

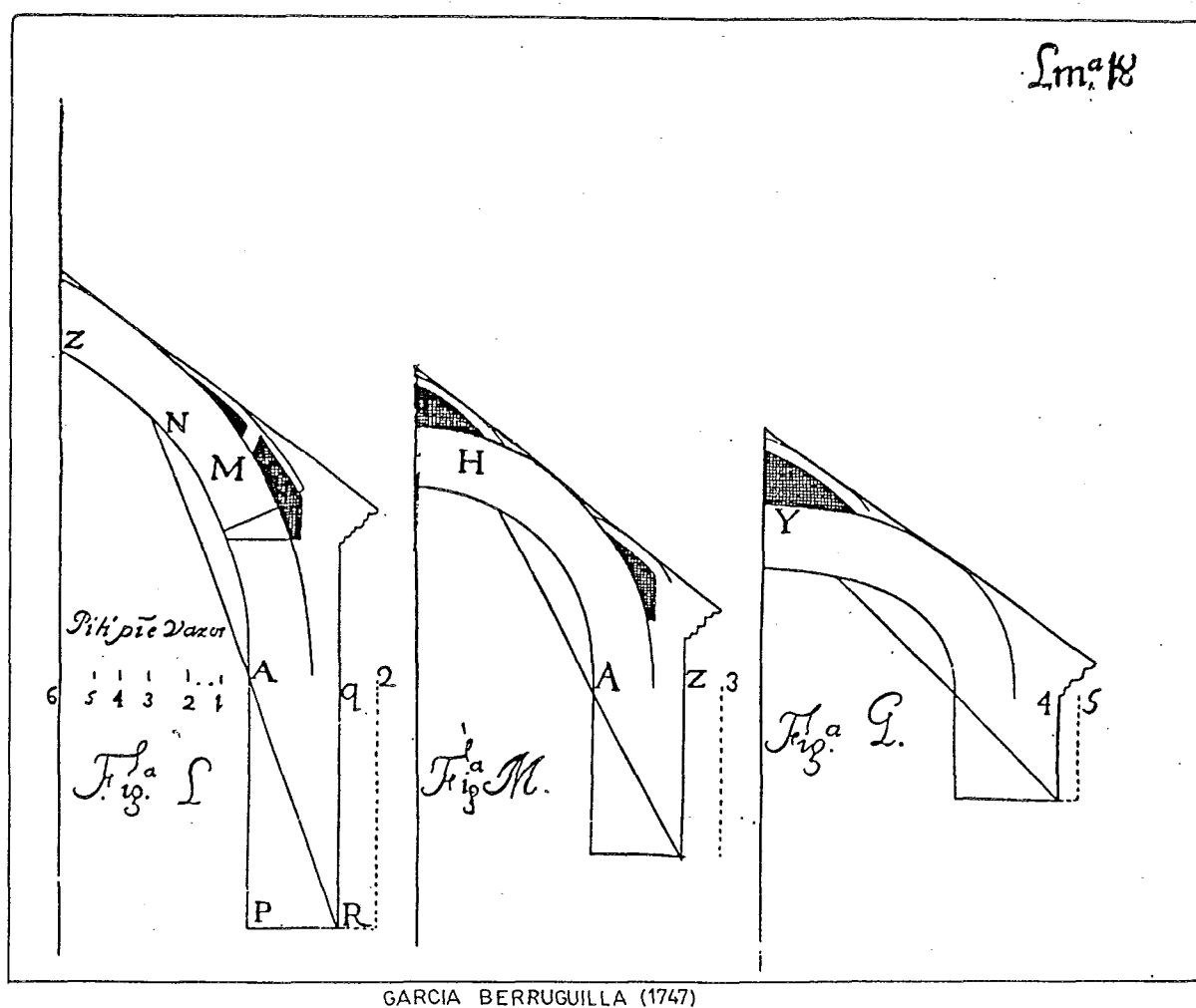
35. Op. cit. pág. 129.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Me es la diferencia pie, y un tercio; y en la figura G, entre 4, y 5 hay la diferencia de dos pies: Reglas muy antiguas son unas, y otras, la contradicción que hay entre las dos reglas, a los ojos está presente.³⁶

Berruguilla atribuye al mal empleo de estas reglas y a la disparidad de los resultados a que conducen las ruinas que se producen, dice, en numerosos edificios:

De aqui nace, que estamos experimentando de todas las Provincias del Mundo las grandes ruinas, que se experimentan, y desaciertos en obras, las que no explico, por ciertos motivos, y estas son obras de los señores Arquitectos del Mundo.



GARCIA BERRUGUILLA (1747)

Figura 7.4. García Berruguilla: dibujo original del tratado

36. Op. cit. pág. 130. El subrayado es mío.

37. *Ibidem*.

A continuación propone un método de análisis mediante el cálculo a rotura: se imagina una forma de colapso y se dimensionan los contrafuertes para asegurar el equilibrio. Se trata de la primera mención en un tratado español de arquitectura o ingeniería de un procedimiento de análisis de las bóvedas. El método no aparece expuesto con suficiente detalle, ni hay una aplicación práctica del mismo; sin embargo, es interesante que el mecanismo de colapso aludido sea el correcto por formación de bielas (Couplet) y no el de la cuña (la Hire), si bien la suposición de que la rotura se produce en el arranque de la bóveda no es correcta (aunque va a favor de seguridad).

Y estos tres casos, que aqui vemos, se resuelven por ciertas proposiciones de la estatica, y por otras de la maquinaria: y esto es tan claro, como conocer, que la magnitud de la L, que es la bobeda, y tejado AQZ, esta insiste, ò estriva en la palanca QRAP: luego la estatica entra aqui, y en lo alto de la pared la palanca: luego AQZ es el grave, que empuja, ò oprime: busquese aqui en què parte esta el iplomoquio, para que dandole a la pared AP el alto, para que guarde la proporcion sesquialtera, ò dupla, hallemos las arrobas de peso, que hemos de echar en la vase de la pared PR, que se saca por reglas de la maquinaria, y esta crasçie hallada, entonces se la halla la potencia, que es el grueso, que ha de tener la pared.³⁸

Para terminar el capítulo dedicado a las bóvedas cita, casi textualmente, las reglas de Fray Lorenzo. Está implícita la confianza del autor en esas reglas para el tipo de edificios que se construían en su época. Las reglas de Fray Lorenzo matizan además el espesor de los contrafuertes en función del material de la bóveda, que era una de las objeciones planteada al principio.

Dicen se le dè el tercio de su ancho de grueso de pared; y que si lleva estrivos, que se le dè à la pared el sexto de su ancho, y lo demàs, hasta el tercio, se le de al estrivo. Siendo la bobeda de rosca de ladrillo, se le dè à las paredes la septima parte del ancho; y lo que falta de estrivos hasta el tercio, se le de al estrivo. Siendo la bobeda de rosca de ladrillo, y no pudiendo llevar estrivos, se le darà à las paredes la quarta parte de su ancho. Quando la bobeda huviere de ser tabicada, y doblada de ladrillo, se le darà à la pared la octava parte de su ancho, y los estrivos tendran la quarta parte de su ancho. Si no se pudiere echar estrivos, se le darà à las paredes la quinta parte de su ancho. Las paredes del frontispicio, y la del testero, y las de los laterales, que son quatro; si son de canteria, les daràs la septima parte de su ancho; y siendo de ladrillo se le darà la octava parte de su ancho.³⁹

38. *Op. cit.* págs. 130-131.

39. *Op. cit.* pág. 131.

7.2.3 Torres

En cuanto al problema del dimensionamiento de las torres sigue a pies juntillas la doctrina de Alberti, recogida por Fray Lorenzo, del cual parece haberla tomado dada la igualdad de los ejemplos y edificios citados.

Trato de las Torres, que dicen, que mientras no exceda de quatro cuerpos; esto es quatro quadros de la de su planta, se le dê à la pared la quarta parte de su ancho; con que si tiene la linea del lado de la Torre doce varas, tendrà la pared de grueso quatro varas; y si excede el alto hasta seis cuerpos, que se le eche enmedio un alma, ò macho, el qual se le darà la tercera parte de su ancho, y al rededor và la escalera. He leído, que la Torre de Comares de la Lambra de Granada, despues de hecha, que rebaxó, ò se sumergió una vara;

7.3 Plo y Camín

7.3.1 El tratado

Sobre Antonio Plo y Camín sólo nos dice Llaguno que era arquitecto-ingeniero, y que cerró la bóveda de la Iglesia de San Francisco el Grande en Madrid. Sin embargo, Antonio Plo ha pasado a la historia por ser el autor de uno de los tratados de construcción de mayor difusión en el siglo XIX en España. El tratado titulado *El Arquitecto práctico, Civil, Militar y Agrimensor*, fue publicado por primera vez en 1767⁴¹, pero tuvo otras cuatro ediciones en los años 1793, 1819, 1844 y 1856. Está dividido en tres libros de los cuales el segundo nos interesa muy particularmente ya que se contiene ..la *práctica de hacer y medir toda clase de Bóvedas y Edificios de Arquitectura*.., donde expone las reglas estructurales por él conocidas y añade otras nuevas de su invención.

Queremos señalar que el autor en este caso debía ser ingeniero y arquitecto de cierto prestigio ya que se le encomendó la tarea de construir la cúpula de la citada iglesia de San Francisco el Grande en Madrid. La cúpula

40. *Ibídem*.

41. Antonio Plo y Camín *El Arquitecto práctico, Civil, Militar y Agrimensor, dividido en tres libros...* Madrid: Imprenta de Pantaleón Aznar, 1767. 8 h., 560 pp.

con un diámetro de aproximadamente 35 metros (117 pies)⁴² es la mayor cúpula de fábrica de España y una de las mayores del mundo, solamente superada esta vez por S. Pedro, Santa María del Fiore, el Panteón y el Gol Dombuz, todas ellas alrededor de los 42 metros.

7.3.2 Reglas sobre contrafuertes de arcos y bóvedas: estado de la cuestión y crítica

Antonio Plo debió dedicar bastante tiempo a reflexionar sobre el problema de descubrir una regla para encontrar el contrafuerte necesario para un arco o bóveda de forma cualquiera. En su tratado primero pasa revista a las reglas usadas comunmente en la práctica y, posteriormente, propone una regla de la que no da fuente y que hemos de suponer sea de su invención, con las matizaciones que más adelante haremos.

Al hablar de las reglas más usuales dedica una atención especial a la regla de Martínez de Aranda-Derand. La cita en primer lugar en el capítulo IV del libro II, dedicado a los arcos, al hablar '*De la estrivacion de los Arcos.*':

Los mas Autores antiguos, y con ellos los modernos, conforman, en que para todos los arcos se les de de grueso á las paredes, ó bastiones de sus lados la parte que les tocasse, según la regla siguiente...⁴³

y a continuación da la regla de Blondel empleando un dibujo muy similar al de Tosca. Es muy interesante la afirmación de que tanto los autores antiguos como los más modernos se guían por esta regla; otra prueba más de su extraordinaria difusión. Plo previene, con acierto, sobre el empleo de la regla en los arcos adintelados, y se remite a una discusión más detallada en el capí-

42. E. Llaguno y Almirola, op. cit., vol. 4, pág. 305. Este diámetro corresponde al de la rotonda o tambor que sirve de base a la cúpula y que está rodeado de capillas: "... Sin contar estas, y desde el resalto de las pilastras con que está adornada, tiene de diámetro ciento diez y siete pies..."

43. A. Plo y Camín, *El Arquitecto práctico*... Madrid: 1793, pág. 333.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

tulo dedicado a las bóvedas.

Nota, que para todo genero de arcos les dán la estrivacion por esta regla, á excepci3n del arco adintelado, que es linea recta,... , que á este se le dá la mitad de su diámetro, y esto es lo que tiene de grueso...⁴⁴

....
[más adelante] ... se expresará con mas extension sobre las estrivaciones de toda clase de arcos, segun sus materiales, que aqui solo ha sido una anotacion de lo que comunmente siguen los Profesores de Arquitectura.⁴⁵

Efectivamente, en el capítulo VII del mismo libro, Plo vuelve sobre la cuestión, esta vez con gran extensión y claridad en sus opiniones. La discusión se divide en dos partes. En la primera de ellas con el título *De las estrivaciones correspondientes á todo género de arcos*, realiza lo que llamaríamos ahora un 'estado de la cuestión' del tema de las reglas empíricas.

Cita en primer lugar la regla de Martínez de Aranda/Derand, que dice tiene un origen antiguo y modernos seguidores como el padre Tosca:

Para dar las estrivaciones correspondientes á los arcos, se ha dado alguna luz en la Fig. 21 de este libro; pero habiendo de tratar de esta materia, digo, que en cuantos Autores he visto, que tratan sobre esto, siendo uno de los mas modernos, y del siglo presente el Padre Tosca, siguiendo á sus antecesores en su Tratado de Montea y Cantería, tom.5., hace la delineación sobre un arco esférico, previniendo sea regla general para toda suerte de vueltas...⁴⁶

A continuación describe con detalle y para los tres casos más habituales, arco de medio punto, apuntado y rebajado, el procedimiento a seguir. Curiosamente, advierte que es posible seguir el procedimiento de proyección,

44. Op. cit. pág. 334.

45. *Ibídem*.

46. Op. cit. pág. 453.

más sintético, de Martínez de Aranda.⁴⁷

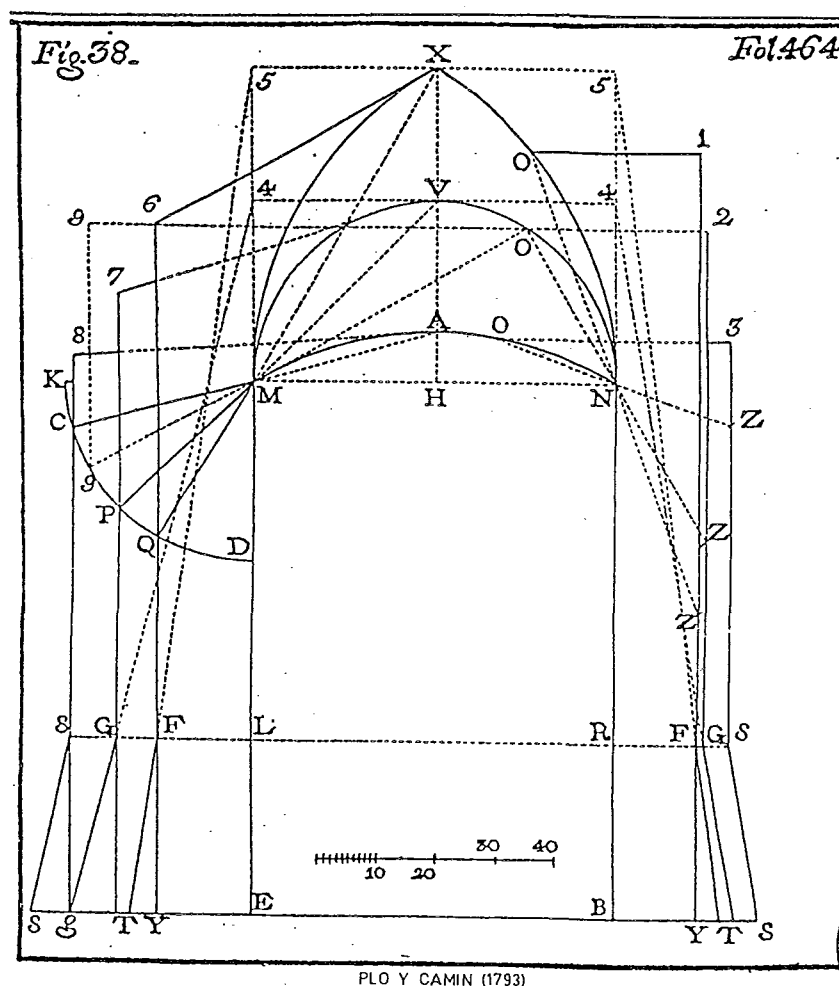


Figura 7.5. Dibujo original del tratado

Plo advierte que esta regla es válida solamente cuando la altura del estribo es igual a la luz de la nave, y aconseja que los estribos se macizen

47. El proceso se ha explicado ya reiteradas veces. He aquí la transcripción de la explicación de Plo: "OPERACION: Sea un arco esférico MVN. formado sobre el diámetro MN del centro H: tómesese el tercio de su circunferencia en O: tirese la ONZ, y cortara la NZ igual a NO: por el punto Z tirese la ZG2 paralela al lado NRB, ó perpendicular al diámetro MN, y la distancia de entre las dos paralelas RN, y GZ2 será la estrivacion del arco MVN, cuya altura del estribo se levanta hasta el mismo tercio del arco, como señala la horizontal O2 (Esta misma estrivacion saldrá tirando una perpendicular de O al diámetro, y la parte, que en él cortare hasta N, sacarla en derechura de HN, y cortaría en un punto en la misma GZ2: fundase la razon de esto, en que los angulos formados en N son iguales el interior, como el exterior). Siendo, pues, esta regla general para toda clase de vueltas, trazense sobre el mismo diámetro el arco apuntado MXN, y el rebajado, ó escarzano MAN; y tomando sus tercios en O, y tiradas las rectas ONZ en la misma forma que antes, se tiran las rectas FZ1, SZ3, y la estrivacion para el arco apuntado será el intervalo de entre las paralelas NR, y FZ1" Op. cit. pág. 454-455.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

hasta el tercio de la directriz del arco ("cuya altura del estrivo se levanta hasta el mismo tercio del arco"), práctica ésta ya prescrita por Alberti y Fray Lorenzo:

la altura del estrivo será hasta la horizontal 01: para el arco escarzano será su estrivo entre las rectas RN, y SZ3, y su altura es hasta la horizontal 03.⁴⁸

Y vuelve a insistir en la popularidad de la citada regla:

Este es el orden con que algunos, ó los mas, arreglan las estrivaciones de los arcos.⁴⁹

A continuación menciona los otros métodos empleados para el dimensionado de los contrafuertes y cita las reglas del tercio (Palladio), y las de Fray Lorenzo de San Nicolás, si bien advierte que las de este último sólo tienen validez para las bóvedas de medio punto.

Otros, siguiendo las reglas de los Autores, y edificios antiguos, les dan la mitad del diámetro del arco á los estrivos; y otros les dan el tercio, con los aditamentos de que siendo el arco de sillería, se les da a las paredes la sexta parte del diámetro, y los estrivos se cumplan hasta su tercio; y siendo la boveda, y arcos de ladrillo de rosca, se da á las paredes la séptima parte del diámetro, y los estrivos hasta el tercio, sin exceder de aquí; pero en bóvedas, y arcos de piedra, se les dé lo dicho arriba á las paredes, dexando libertad á exceder en los estrivos, dandoles mas que el tercio, y menos que la mitad. En bovedas, que han de ser tabicadas de ladrillo, dicen que se les dé á los estrivos la quarta parte de su diámetro y á las paredes la octava (Vease Fray Laurencio de San Nicolás en su primera parte de Arte y Uso de Arquitectura, Cap. 20, fol. 52 y 53. donde supone sea la vuelta de medio punto).⁵⁰

Posteriormente, como ya lo hizo García Berruguilla, critica la disparidad de resultados a que conducen las distintas reglas, así como la ausencia de indicación en ellas sobre la altura de los contrafuertes:

Digo, pues, que segun las mas opiniones, y las otras, no se halla conformidad entre ellas, ni altura determinada para los pies derechos, sobre quien han de cargar los arcos; porque puede ser tanta la elevacion de los estrivos, y asientos de los arcos, que aunque se les de de un grueso la mitad de su diametro, los puede abrir de arriba una simple boveda de ladrillo, por la fuerza que hace ácia abajo, sirviendo como de cuña contra los estrivos de los lados; y todo esto se remediará obrandolo todo por la práctica siguiente.⁵¹

48. *Op. cit.* pág. 455.

49. *Ibídem.*

50. *Op. cit.* pág. 456.

51. *Ibídem.*

7.3.3 Reglas sobre contrafuertes de arcos y bóvedas: propuestas de Plo

Tras esta crítica pasa a proponer su propia regla estructural en un apartado titulado *De las estrivaciones de los arcos por reglas experimentadas*. El título indica que el propio Plo verificó la bondad de su nueva regla en edificios existentes y en obras de propia construcción (esta última afirmación de forma explícita). Plo distingue entre contrafuertes para bóvedas de cantería, para bóvedas de ladrillo y para puentes.

7.3.3.a Contrafuertes para bóvedas de cantería

Encuentra insuficientes los obtenidos por la regla de Martínez de ArandaDerand son insuficientes e inventa una nueva regla geométrica que aparece descrita en la Figura 7.6. La regla es válida cuando la altura del contrafuerte es igual al vano que cubre la bóveda y los riñones se macizan de la forma indicada en la figura. Cuando la altura es superior al vano se incrementará su canto por el procedimiento descrito en la Figura 7.7.

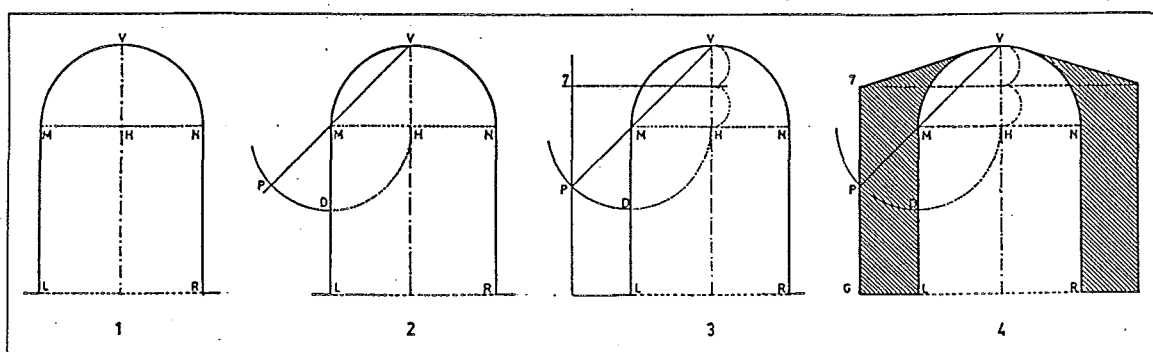


Figura 7.6. Regla geométrica para los contrafuertes de bóvedas de cantería

El texto de Plo es el siguiente:

Sean los mismos arcos antecedentes, cuyas claves son A del escarzano, ó rebajado, V del esférico, y X del apuntado, y el diametro de todos la misma recta MN, cuyo centro es H: sea la altura de las paredes LM, o RN, igual al diametro MN [p.457] que es la que regularmente se da en los Templos, hasta los arrancamientos de los arcos torales, siendo el Templo de una Nave. Tomese la mitad del diametro, que es la distancia MH, y desde M, como centro, hagase el quadrante de circulo DK, y sobre este se cortarán las estrivaciones de todos los arcos formados sobre el diametro MH, tirando del medio de cada arco una recta, que pasa por el angulo M, hasta que corte la quarta de circulo DK en algun punto, y haviendo tirado las sobredichas rectas se halla, que el arco rebajado A corta el punto C, el esférico V corta en

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

P, y el apuntado X corta en Q: tirese por el punto Q, la recta FQ6, paralela al lado ML, y la distancia de entre estas dos paralelas, es el grueso que deben llevar los estrivos del arco apuntado X, cuya altura será suficiente si se levanta al punto 6, que tenga la mitad de la perpendicular HX, y macizando el estrivo, según la recta 6X, cuya inclinación se encamina al punto X, altura de la parte concava del arco, quedará con toda firmeza [p. 458] su estrivación, sin tener necesidad de levantar hasta O, como se ha hecho por el lado opuesto; hagase la misma diligencia con el arco esférico, tirando por su punto P la recta 6P7, paralela al lado ML, y la distancia de entre estas dos paralelas será el grueso de sus estrivos, levantando también su altura hasta la mitad del arco, según su perpendicular HV, á cuyo nivel corresponde el punto 7, que se macizará también según la inclinación 7V. Tirese ultimamente la recta sc8, con las mismas circunstancias que las antecedentes, y entre esta, y la ML, se halla el grueso del estrivo para el arco rebajado en A, y la altura 8 corresponderá, según las antecedentes, á nivel de la mitad de la altura que hay de H á A, y se macizará el estrivo por la recta inclinada 8A, con cuyas estrivaciones resultan por cada lado las partes siguientes...⁵²

Realiza los cálculos mediante la escala en el dibujo para un bóveda de 60 pies y concluye que, efectivamente los contrafuertes obtenidos son los adecuados para las bóvedas de cantería.

Para las bóvedas, ó arcos de piedra, será suficiente la estrivación del lado LM, pues el arco apuntado, cuya estrivación es FL, se le hallan por el mismo pitipie 15 pies, que son la quarta parte del diametro, y al estrivo del esférico V, se le hallan 20 pies, y dos tercios, ó tres quartos de otro pie, que es poco mas que el tercio, y al rebaxado A, le vienen 28 pies y medio, como se hallarán todas las medidas por el pitipie; luego á este ultimo arco le viene cerca de la mitad, que siendo esta 30, y la estrivación de él desde L á S, 28 y medio, solo le falta uno y medio para su mitad, cuyas partes son suficientes, y tengo experiencia para poderlo asegurar, pues en los arcos que he construido por esta regla, se hallan en el día tan firmes, como acabados de construir.⁵³

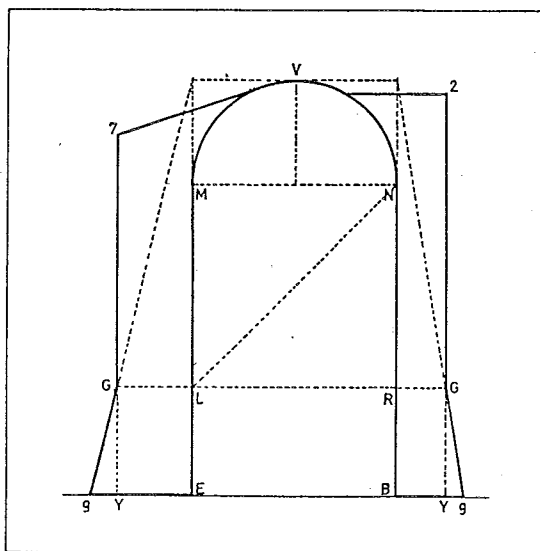


Figura 7.7. Regla para aumentar el canto del contrafuerte

52. *Op. cit.* págs. 457-458.

53. *Op. cit.* pág. 460. (El subrayado es mío).

La regla geométrica para aumentar el canto cuando la altura supera la luz del vano viene descrita en el siguiente párrafo:

Si la altura excediese, como de L á E, se sacará el punto 4 de la clave del arco esferico V, por el nivel de la altura concava del arco; la qual corta al lado LM, alargado en 4: por este punto, y el punto G, asiento del estrivo sobre LR, tirese a discrecion la recta 4G, y corte á la BE continuada en g, y la distancia Eg será el grueso del estrivo para el arco esferico V, cuya altura huviere de ser hasta sus arrancamientos, como la de E á M, y si huviere de ser mas, se alargará mas abajo la Gg, y si huviere de ser menos, la cortara su pavimento con una linea paralela entre L, y E. Con el arco apuntado se obrará lo mismo con le línea 5F, y cortará su planta en T. Para el arco A, [rebajado] tirese de su asiento S la recta Ss, paralela a la Gg, del arco esferico, y la SE será la planta de su estrivo, cuyas líneas se levantarán de escarpa desde E á L, con lo qual queda el edificio con toda firmeza para obras de sillería.⁵⁴

7.3.3.b Contrafuertes para bóvedas de ladrillo

Para bóvedas de ladrillo los contrafuertes (se sobreentiende que éstos son siempre de piedra que es la práctica habitual) obtenidos por la regla de Martínez de Aranda/Derand son suficientes, siempre y cuando: la altura no supere el vano, los riñones se macizen horizontalmente hasta el tercio de la circunferencia de la bóveda y el canto del contrafuerte obtenido por la regla se incremente con el canto del arco toral. Cuando la altura del contrafuerte excede de la luz se incrementará su canto por el mismo procedimiento que el seguido en el caso anterior.

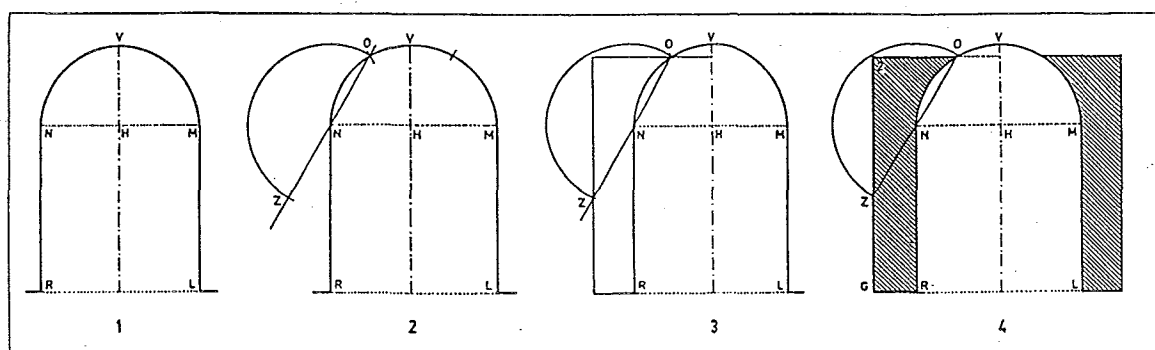


Figura 7.8. Regla geométrica para los contrafuertes de bóvedas de ladrillo

54. *Op. cit.* pág. 461. (El subrayado es mío).

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

El texto de Plo es el siguiente:

Suponese, que el ancho de la Nave LR tenga 60 pies, y la altura R á N tenga otros 60 (que se hallarán midiendolo todo con el pitipie formado de 40 pies, como aparece en la figura). Para saber las estrivaciones del lado R, vease qué grueso corresponde á cada uno de los arcos por el pitipie, y se halla que el arco apuntado X, tiene su estrivo de R á F, cuyo grueso es 13 pies y medio; pero su diametro es 60. La RG es el estrivo del arco esferico V, y tiene de grueso 15 pies cavales, y estos mismos son la quarta parte de su diametro; luego esta estrivacion solo podrá servir para bovedas de ladrillo, y no para las de piedra, y esto ha de ser no siendo su altura mas que el cuadrado MLNR, que si huviese de bajar hasta B, necesita de mas estrivacion, como se dirá despues. Y ultimamente, haviendo de ser el arco rebajado en A, le toca de estrivo lo ancho de R á S, el qual se halla tener 19 pies, que para ser el tercio del diametro aun le falta un pie; de que puede inferir cualquiera inteligente, que ninguna de las tres estrivaciones son suficientes para tales arcos, y que escasamente podran sufrir las bovedas tabicadas, aunque sus arcos torales sean de ladrillo de rosca, pero sin darles demasiada, y aun será mejor, que terminada cualquiera rosca del grueso que se le huviere de dar, que se proporcionará segun la calidad de los materiales de que se huviere de construir, se dé la mitad de ella a cada estrivo, aumentándole este grueso por la parte exterior, y no le dañará, aunque á los estrivos se les de de mas grueso todo el que tuviere la rosca, con lo qual no havrá que temer la falta de empujes, evitando con esto las muchas ruinas, que por falta de ellos han acontecido.⁵⁵

Cuando el contrafuerte es más alto que el vano, recomienda seguir el mismo método anterior:

Para las de ladrillos, se obrará lo mismo á la parte opuesta, y será la escarpa del arco apuntado (según baja la recta 5F) la inclinada FI. Para el esferico V (segun la línea 4G) será su escarpa GI, y para el rebajado A, será la escarpa SS, paralela a la del esférico V (que es GI), y en ambos lados son las basas de las escarpas del arco apuntado las porciones YI, y á esta correspondencia son las demás basas de los restantes arcos, sucediendo lo mismo con quantos se quisiesen formar sobre el diámetro MN.⁵⁶

7.3.3.c Contrafuertes para puentes

Plo resalta que las reglas y recomendaciones anteriores son para arcos y bóvedas de iglesias en terrenos secos. Para las cepas de los puentes o las iglesias que se construyan en terrenos húmedos, donde la resistencia del terreno es habitualmente menor, da una nueva regla más conservadora, que se explica en la Figura 7.9.

Nota que las estrivaciones, de que se ha tratado, son para arcos, y bovedas de los edificios de Templos, y obras que se pueden construir en terrenos secos, ó libres de inundaciones; pero en obras de agua, como son los puentes sobre rios caudalosos, no alcanzan aquellas estrivaciones (por muchas circunstancias, que serían largas de explicarse); por lo que es preciso dar regla para la seguridad de tales obras, pues hasta ahora, quantas he visto son variables, porque unos dan al macho de cada arco la mitad de su diametro, y esto aunque es seguro, impide

55. *Op. cit.* págs. 459-460.

56. *Op. cit.* pág. 462. (El subrayado es mío).

mucho al curso del agua por mucho grueso; otros varían a su gusto dando lo que se les antoja; y así, para dar a estas obras una estrivacion competente, se obrará de esta forma.

Sea el arco esférico de un puente MVN: hagase su quarta de círculo DK en la misma forma que antes, y en la parte opuesta tomese el tercio del arco en O, y tirese la OM, que corta al quadrante en el punto 9: levántese la recta 9.9. paralela á la perpendicular HV, y entre esta y el lado ML, se halla el estrivo que se desea, cuyo grueso es 26 pies de los 60 de diametro del arco, de que resulta ser mas que el tercio, y menos que la mitad; y tirando la horizontal O9 se halla lo que se ha de macizar en sus enjutas...⁵⁷

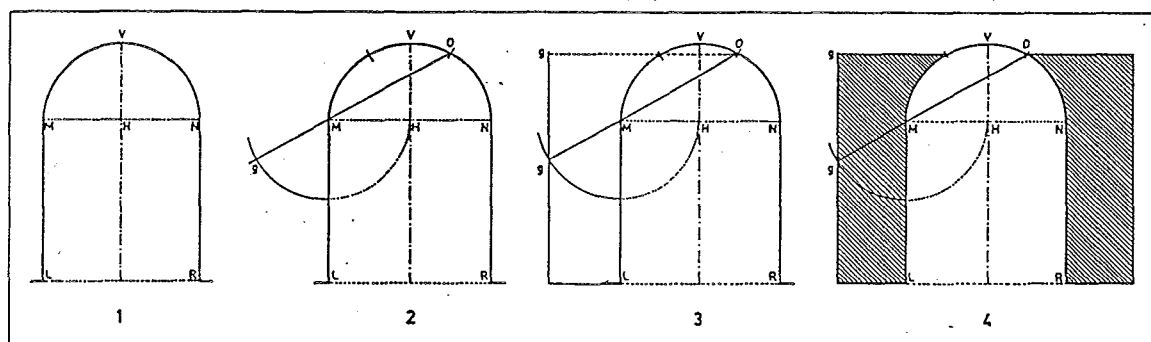


Figura 7.9. Regla geométrica para las cepas de los puentes

7.4 La tradición francesa: Gautier, Bélidor, Frézier, Danizy, y Perronet

7.4.1 Gautier

Gautier, como hemos dicho ya repetidas veces, fue el primero en escribir un tratado específico de puentes. Desde nuestro punto de vista lo que nos interesa es una disertación que al parecer, publicó primero separadamente y que se incluyó después en las siguientes ediciones del *Traité des Ponts*. La memoria tiene un título suficientemente explicativo *Dissertation sur l'épaisseur des culées des Ponts, sur la Largeur des piles, sur la Portée des voussoirs, sur l'Erfort & la Pesanteur des Arches à differens surbaissemens...* Es una memoria fundamental pues plantea de forma sistemática todos los problemas de la estabilidad de arcos y contrafuertes justo en el momento del nacimiento

57. *Op. cit.* págs. 462-463.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

de la ciencia de las estructuras. Gautier cita los avances de Parent y de la Hire, pero, para resolver los problemas acude al sistema tradicional: empirismo (comparación sistemática de ejemplos contruidos), empleo de modelos, y, a la postre, reglas proporcionales.

En primer lugar plantea la situación de su época, la falta de un estudio 'científico' del equilibrio y comportamiento de las estructuras de los edificios, y la sola existencia de tanteos y reglas aproximadas, a veces contradictorias entre sí.

La proportion dans tous les ouvrages d'architecture de quelque espece qu'ils puissent être, et le mécanisme de leurs efforts, dont les plus habiles architectes ne sont point convenues, a été jusqu'à present les plus difficile de cet art. Et on peut dire que nous sommes après à chercher aujourd'hui ce que tous les plus grans hommes des siècles passés n'ont point encore trouvé.⁵⁸

....

Il n'a été qu'en tâtonnant dans tous les Ponts et dans toutes les voûtes qu'il a fait construire dans toutes sortes de bâtimens. Il n'a jamais suivi de regles certaines, pour sçavoir jusqu'où il pouvoit sûrement porter les limites de son ouvrage.⁵⁹

Las consecuencias de esta ignorancia son tanto personales, afectan a la honestidad de los constuctores, como sociales pues obligan al Estado, en ocasiones, a un gasto muy superior al estrictamente necesario para la ejecución de las obras públicas.

... car si on donne aux culées des Ponts, et aux piedroits qui supportent les voûtes, plus de solidité qu'il n'en faut, sans s'embarasser de la recherche de cette précision, on peut tomber dans des inconvéniens très-désavantageux à un honnête homme. C'est que, si on est estimé de tout le monde, on a un reproche secret à se faire de n'être pas sur de ce qu'on propose. Et enfin, c'est que, donnant une plus grande étendue de maçonnerie qu'il ne faut au-delà de la force des possées des matériaux, on expose l'Etat, ou celui pour qui on travaille, à une dépense onereuse, qui seroit employée ailleurs fort utilment.⁶⁰

Dice ser el primero en ocuparse de estos temas y es consciente de que las soluciones que propone no son definitivas, pero cree su deber romper el

58. Gautier *Traité des Ponts*. 4a ed. Paris: 1765, pág. 343.

59. *Ibidem*.

60. Op. cit. págs. 343-344.

hielo en este tema y abrir un debate y una crítica, de la que no duda saldrá el progreso. Efectivamente, la exposición pública de las teorías y su crítica fue la base de la revolución científica que sucedió precisamente durante su vida (los *Principia* de Newton, etc...)

Comme personne n'a encore traité de ces sortes de faits que fort imparfaitement, que Vitruve, ni Vignolle n'en ont rien dit, je me suis fait mille reproches à moi-même de n'être pas sûr des ouvrages que je pourrais proposer sur cette matiere j'ai voulu hasarder mes conjectures, afin qu'étant vues de tout le monde, elles obligent quelque plus habile que moi à faire mieux, et à me redresser. C'est ainsi que les choses se perfectionnent; si je ne réussis pas mieux qu'un autre, au moins aurai-je devers moi l'avantage d'avoir été le premier à rompre la glace et à frayer un chemin que d'autres perfectionneront pour n'avoir plus rien à souhaiter sur une matiere qui fait tant de peine à tous les habiles architectes...⁶¹

A continuación expone los cinco problemas fundamentales que es preciso resolver y que se refieren a:

- 1) espesor de los contrafuertes.⁶²
- 2) espesor de las pilas.⁶³
- 3) espesor de las dovelas en la clave de las bóvedas.⁶⁴
- 4) arco ideal y proporción óptima de cada tipo de arco.⁶⁵
- 5) perfil de los muros de contención.⁶⁶

Solamente el quinto de estos problemas se sale del ámbito de nuestra tesis. Examinaremos a continuación las respuestas de Gautier a cada uno de ellos.

61. Op. cit. pág. 344.

62. "Quelle doit être l'épaisseur des culées dans toutes sortes de Ponts et Ponceaux de maçonnerie, à proportion de la grandeur des Arches et arceaux, et des poids qu'elles doivent supporter?". Op. cit. pág. 345.

63. "Quelle doit être la largueur des piles par rapport à l'ouverture des Arches et arceaux, et des poids dont on les charge?". *Ibidem*.

64. "Quelle doit être la portée des voussoirs depuis leur intradosse à leur extradosse, et à toutes sortes de grandeurs d'Arches et d'arceaux, à l'endroit de la clef?". *Ibidem*.

65. "...quelle est, de toutes les Arches et arceaux fixés sur un même diametre, celle ou celui qui pourra porter de plus grands fardeaux; ou à quelle proportion les uns et les autres détermineront au juste leurs efforts, ou à celle de l'ellipse, à quelle surbaissement qu'on veuille la réduire, ou à celle à plein cintre, ou enfin à celle à tiers-point ou gothique, quelque hauteur qu'on veuille la faire atteindre?". *Ibidem*.

66. "... quel doit être le profil des murs de soutènement pour retenir les terres d'une chaussée, des turcies, des remparts dans les fortifications, à toutes sortes de hauteurs?". Op. cit. pág. 346.

Gautier dice que tratará de solucionar los problemas mediante hipótesis ciertas y hablando un lenguaje claro que pueda ser entendido por los maestros de obras: solamente es preciso, tener sentido común y algunos conocimientos de estática, dada la importancia del equilibrio, mecánica, y geometría para conocer los pesos, volúmenes, áreas y poder compararlas entre ellas.

Son especialmente importantes, para el asunto que nos ocupa sus comentarios sobre la estática, el equilibrio, y la geometría.

Sobre la estática y el equilibrio:

On a besoin de connoître quelque chose de la statique, pour faire voir que tout ce qui tourne autour d'une essieu, comme dans les bassins d'une balance qui a ses bras égaux ou inégaux, ne sera jamais en équilibre avec un autre poids, s'ils n'ont entr'eux une égale pesanteur, ou des raisons réciproques de leurs efforts. C'est ainsi qu'on s'assure de la poussée des voûtes, en leur opposant des forces qui ont une égale puissance.⁶⁷

Sobre la geometría:

Et enfin la géométrie est nécessaire à l'intelligence de ces cinq propositions, pour pouvoir mesurer les surfaces ou les solides de tous ces corps qui ont diverses puissances, afin de les comparer les uns aux autres.⁶⁸

7.4.1.a Contrafuertes

Antes de pasar a tratar de contestar esta pregunta Gautier pasa revista a las contribuciones más importantes realizadas hasta la fecha. Menciona en particular la aportación de La Hire:

Monsieur La Hire, ce sçavant du Siécle passé, prétend avoir démontré la poussée des voûtes, et déterminé l'épaisseur des pieds-droits qui les supportent.⁶⁹

A continuación realiza un breve resumen de las hipótesis básicas de la teoría de La Hire citando su memoria de 1712. Gautier reconoce no comprender el desarrollo algebraico y geométrico de La Hire y rechaza su método basándose en que también sería incomprensible e inaplicable para cualquier arquitecto o maestro de obras:

67. Op. cit. pág. 347.

68. Op. cit. pág. 348.

69. Op. cit. pág. 348.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

de l'Arche, ou au milieu de la clef dans l'intradosse, la ligne AE, et du point d'appui A, et de l'ouverture AE, décrivez le quart de cercle DEB, qui coupera AM, en B, et AD indéfinie, en D. Il est certain que AB, AE, et AD, sont égaux par l'opération, comme rayons d'un même cercle. Faites aussi AC, égal à AB. Tirez ensuite l'hypoténuse BD, qui coupera AE, en I. Abaissez du point I, la perpendiculaire IL, sur AD, qui fera moitié de AB. Du sommet E, tirez l'indéfinie EG, parallèle à BC, qui coupera AD, en H, et portez IL, de H en G, pour servir de culée à l'Arche AEM, en abaissant GV.⁷³

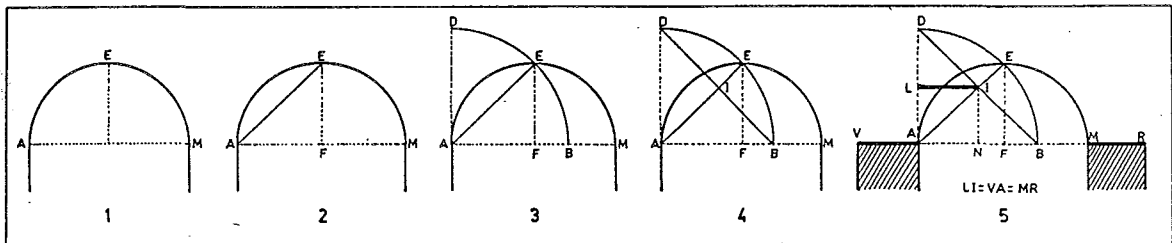


Figura 7.10. Regla geométrica de Gautier

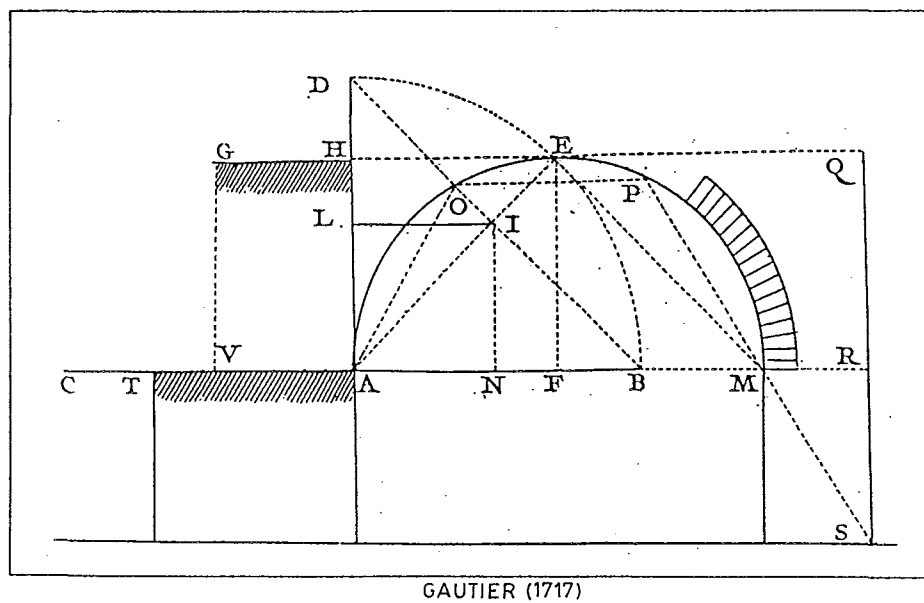


Figura 7.11. Dibujo original de Gautier

Gautier da una demostración incomprensible de su regla. Parece basarse en el hecho, que considera probado, que el contrafuerte correspondiente a un

73. Op. cit. págs. 355-356.

Car si pour concevoir ce qu'il rapporte, il faut sçavoir absolument l'algebre ... je ne crois pas qu'aucun tailleur de pierres, appareilleur, ni architecte, pour qui ces sortes d'ouvrages doivent être faits et rendus aisés, en puissent jamais profiter, parce que, pour l'ordinaire, ces personnes ne s'appliquent pas à cette science... Et tant que nos pensées ne seront pas aisées à penetrer aux moins sçavants, elles ne seront pas instructives, et par conséquent deviennnent inutiles à la posterité.⁷⁰

Menciona después las memorias de Parent para conocer la figura del extradós de una bóveda para que esté en equilibrio suponiendo que no existe rozamiento entre las dovelas⁷¹. Cita también la regla de Derand y Blondel, como práctica habitual, pero la rechaza diciendo que no tiene ningún fundamento:

Cette opération n'est point prouvée pour faire voir qu'elle est juste ou véritable. Ainsi ce n'est rien dire, et c'est donner au hasard que de la suivre.⁷²

Aunque más adelante reconoce que es útil para conocer la diferencia entre los empujes de los distintos tipos de arcos, lo que, evidentemente, es una contradicción con la afirmación anterior. Estas contradicciones, como hemos visto y veremos, son frecuentes en esta etapa de transición entre el diseño proporcional o empírico, y el científico.

Después de pasar revista a las reglas de Palladio y de citar varios ejemplos de puentes contruidos con sus correspondientes dimensiones, pasa a dar una regla geométrica de su invención para encontrar el contrafuerte para cualquier tipo de arco. Como en el caso de la regla de Derand/Blondel no se tiene en cuenta ni el espesor del arco ni la altura de los contrafuertes. El proceso es el siguiente (véase la Figura. 7.10 para una explicación paso a paso):

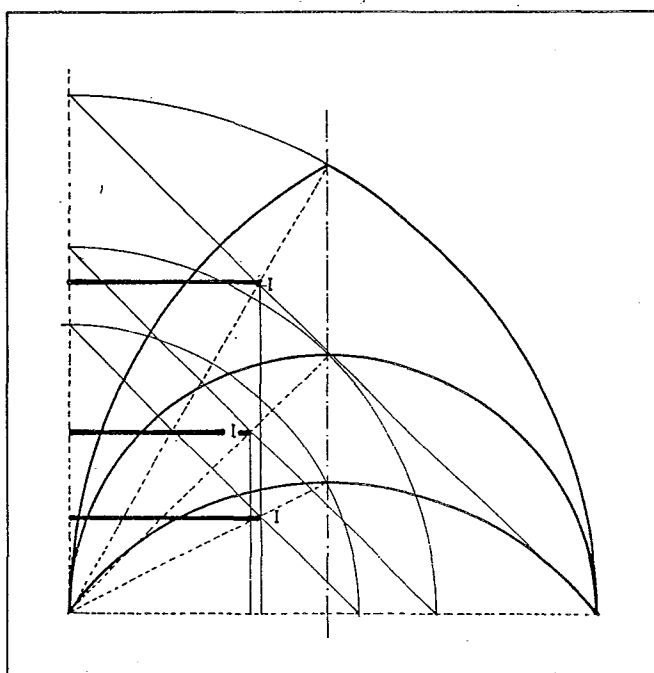
... AM est le diametre d'une Arche à plein cintre AEM, surbaissé, gothique, ou toute autre qu'on voudra, dont on souhaite trouver la poussée pour y opposer une culée, ou une puissance égale. Prolonguez indéfiniment le diametre MA, du côté de C, toujours de niveau. Elevez la perpendiculaire AD, indéfinie à la naissance de l'Arche A, et dont le point A doit être regardé comme un point d'appui, et inébranlable. Tirez encore du point d'appui A, au sommet

70. *Ibidem*.

71. Op. cit. págs. 351-353.

72. Op. cit. pág. 354.

arco adintelado debe tener de canto la mitad del vano. Sin embargo, el 'razonamiento' está lleno de saltos en el vacío y da la impresión de haberse realizado con posterioridad.⁷⁴ Advierte que para los arcos apuntados o rebajados el proceso a seguir deberá ser el mismo. En la Figura 7.12 hemos realizado una comparación sobre la aplicación de la regla a los tres tipos de arcos: de medio punto, apuntado y rebajado.



El resultado es que el arco apuntado requiere el mismo contrafuerte que el rebajado y más que el de medio punto, con muy poca diferencia entre estos valores; esto contradice las propias las propias opiniones de Gautier expuestas antes, aunque como veremos en la Tercera Parte, los valores correspondientes a los tres casos son, para el caso de extradós horizontal al nivel de la clave, muy parecidos.

Figura 7.12. Aplicación de la regla de Gautier a tres tipos de arcos

No parece advertir, o importarle esta contradicción, y señala, por último, que una de las ventajas de su regla es su fácil aplicación por los maestros canteros y aparejadores:

Il n'y a personne, ce me semble, qui, sans même beaucoup de geometrie, comme sont la plupart des maîtres Maçons, des Appareilleurs, et des tailleurs de pierres, ne puisse comprendre ce que j'avance, le tracer, et le démontrer sur toutes sortes d'Arches sans beaucoup d'operation.⁷⁵

74. Véase op. cit. págs. 356-357.

75. Op. cit. pág. 358.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

La Regla secreta

No terminan aquí las contradicciones. Gautier suministra en su tratado unas tablas⁷⁶ (véase Figura 7.13) para dimensionar los parámetros fundamentales de un puente de fábrica (para directriz semicircular): cepas, pilas y espesor en la clave. En los dos últimos casos emplea las reglas empíricas que veremos más adelante. En el caso de las cepas era de esperar que empleara su propia regla geométrica, que produce una dimensión constante de, aproximadamente, $L/2.9$. Un vistazo simplemente a los valores de la tabla pone de manifiesto que esta regla no se ha empleado y se ha sustituido por otra que da proporciones más esbeltas.

370° DISSERTATION SUR LES CULÉES;												VOUSOIRS ET PILES DES PONTS. 371																							
Ouvr- Culées.				Piles.				Voussoirs de pierres dures.				Voussoirs de pierres tendres.				Ouvr- Culées.				Piles.				Voussoirs de pierres dures.				Voussoirs de pierres tendres.							
ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.				ture des Arches.			
Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.	Pieds.	Pi.	Pou.	Li.				
42	11.	2.	8.	8.	5.	0.	2.	9.	8.	3.	9.	8.	3.	9.	8.	73	19.	5.	6.	14.	7.	0.	4.	10.	6.	5.	10.	3.							
43	11.	5.	6.	8.	7.	0.	2.	10.	6.	3.	10.	6.	3.	10.	6.	74	19.	8.	11.	14.	9.	7.	4.	11.	4.	5.	11.	2.							
44	11.	8.	11.	8.	9.	7.	2.	11.	4.	3.	11.	4.	3.	11.	4.	75	20.	0.	0.	15.	0.	0.	5.	0.	0.	6.	0.	0.							
45	11.	0.	0.	9.	0.	0.	3.	0.	0.	4.	0.	0.	4.	0.	0.	76	20.	3.	3.	15.	2.	5.	5.	0.	10.	6.	0.	10.							
46	12.	3.	3.	9.	2.	5.	3.	0.	10.	4.	0.	10.	4.	0.	10.	77	20.	6.	8.	15.	5.	0.	5.	1.	8.	6.	1.	8.							
47	12.	6.	8.	9.	5.	0.	3.	1.	8.	4.	1.	8.	4.	1.	8.	78	20.	9.	6.	15.	7.	0.	5.	2.	6.	6.	2.	6.							
48	12.	10.	0.	9.	7.	0.	3.	2.	6.	4.	2.	6.	4.	2.	6.	79	21.	0.	11.	15.	9.	7.	5.	3.	4.	6.	3.	0.							
49	13.	0.	11.	9.	9.	7.	3.	3.	4.	4.	3.	4.	4.	3.	4.	80	21.	4.	0.	16.	0.	0.	5.	4.	0.	6.	3.	10.							
50	13.	4.	0.	10.	0.	0.	3.	4.	0.	4.	3.	10.	4.	3.	10.	81	21.	7.	3.	16.	2.	5.	5.	4.	10.	6.	4.	8.							
51	13.	7.	3.	10.	2.	5.	3.	4.	10.	4.	4.	8.	4.	4.	8.	82	21.	10.	8.	16.	5.	0.	5.	5.	8.	6.	5.	6.							
52	13.	10.	8.	10.	5.	0.	3.	5.	8.	4.	5.	6.	5.	8.	4.	83	22.	1.	6.	16.	7.	0.	5.	6.	6.	6.	4.								
53	14.	1.	6.	10.	7.	0.	3.	6.	6.	4.	6.	4.	6.	4.	6.	84	22.	4.	11.	16.	9.	7.	5.	7.	4.	6.	7.	2.							
54	14.	4.	11.	10.	9.	7.	3.	7.	4.	4.	7.	2.	7.	4.	4.	85	22.	8.	0.	17.	0.	0.	5.	8.	0.	6.	8.	0.							
55	14.	8.	0.	11.	0.	0.	3.	8.	0.	4.	8.	0.	8.	0.	4.	86	22.	11.	3.	17.	2.	5.	5.	8.	10.	6.	8.	10.							
56	14.	11.	5.	11.	2.	5.	3.	8.	10.	4.	8.	10.	4.	8.	10.	87	23.	2.	8.	17.	5.	0.	5.	9.	8.	6.	9.	7.							
57	15.	2.	8.	11.	5.	0.	3.	9.	8.	4.	9.	7.	9.	8.	4.	88	23.	5.	0.	17.	7.	0.	5.	10.	6.	6.	10.	3.							
58	15.	5.	6.	11.	7.	0.	3.	10.	6.	4.	10.	3.	10.	6.	4.	89	23.	8.	11.	17.	9.	7.	5.	11.	4.	6.	11.	2.							
59	15.	8.	11.	11.	9.	7.	3.	11.	4.	4.	11.	2.	11.	4.	4.	90	24.	0.	0.	18.	0.	0.	6.	0.	0.	7.	0.	0.							
60	16.	0.	0.	12.	0.	0.	4.	0.	0.	5.	0.	0.	0.	0.	0.	91	24.	3.	3.	18.	2.	5.	6.	0.	10.	7.	0.	10.							
61	16.	3.	3.	12.	2.	5.	4.	0.	10.	5.	0.	10.	5.	0.	10.	92	24.	6.	8.	18.	5.	0.	6.	1.	8.	7.	1.	8.							
62	16.	6.	8.	12.	5.	0.	4.	1.	8.	5.	1.	8.	5.	1.	8.	93	24.	9.	6.	18.	7.	0.	6.	2.	6.	7.	2.	6.							
63	17.	9.	6.	12.	7.	0.	4.	2.	6.	5.	2.	6.	5.	2.	6.	94	25.	0.	11.	18.	9.	7.	6.	3.	4.	7.	3.	0.							
64	17.	0.	11.	12.	9.	7.	4.	3.	4.	5.	3.	0.	4.	0.	5.	95	25.	4.	0.	19.	0.	0.	6.	4.	0.	7.	3.	10.							
65	17.	4.	0.	13.	0.	0.	4.	4.	0.	5.	3.	10.	4.	0.	5.	96	25.	7.	3.	19.	2.	5.	6.	4.	10.	7.	4.	8.							
66	17.	7.	3.	13.	2.	5.	4.	4.	0.	5.	4.	8.	4.	0.	5.	97	25.	10.	8.	19.	5.	0.	6.	5.	8.	7.	5.	6.							
67	17.	10.	8.	13.	5.	0.	4.	5.	8.	5.	5.	6.	5.	8.	5.	98	26.	1.	6.	19.	7.	0.	6.	6.	6.	7.	6.	4.							
68	18.	1.	6.	13.	7.	0.	4.	6.	6.	5.	6.	4.	6.	6.	5.	99	26.	4.	11.	19.	9.	7.	6.	7.	4.	7.	7.	2.							
69	18.	3.	11.	13.	9.	7.	4.	7.	4.	5.	7.	2.	7.	4.	5.	100	26.	8.	0.	20.	0.	0.	6.	8.	0.	7.	8.	0.							
70	18.	6.	0.	14.	0.	0.	4.	6.	0.	5.	8.	0.	6.	0.	5.	101	26.	11.	3.	20.	2.	5.	6.	8.	10.	7.	8.	10.							
71	18.	11.	3.	14.	2.	5.	4.	8.	10.	5.	8.	10.	8.	10.	5.	102	27.	2.	8.	20.	5.	0.	6.	9.	8.	7.	9.	7.							
72	19.	3.	8.	14.	5.	0.	4.	9.	8.	5.	9.	7.	9.	8.	5.	103	27.	5.	6.	20.	7.	0.	6.	10.	6.	7.	10.	3.							

GAUTIER (1717)

Figura 7.13. Tablas de Gautier para dimensionamiento de puentes. Las tablas dan los valores para arcos de medio punto de uno hasta ciento veinte pies de luz.

76. Op. cit. págs. 368-372.

La regla obtiene el espesor del contrafuerte a partir del de las pilas.

- para $L \geq 40$ pies, se toma como espesor del contrafuerte el de la pila aumentado en un tercio de su valor. Es decir:

$$C = L/5 + (1/3)(L/5) = L/3.75$$

- para $L < 40$ pies, emplea una regla compleja, que no hemos podido descubrir, que conduce a contrafuertes cada vez más gruesos en relación con la luz. Hemos representado esta relación en la gráfica de la Figura 7.14.

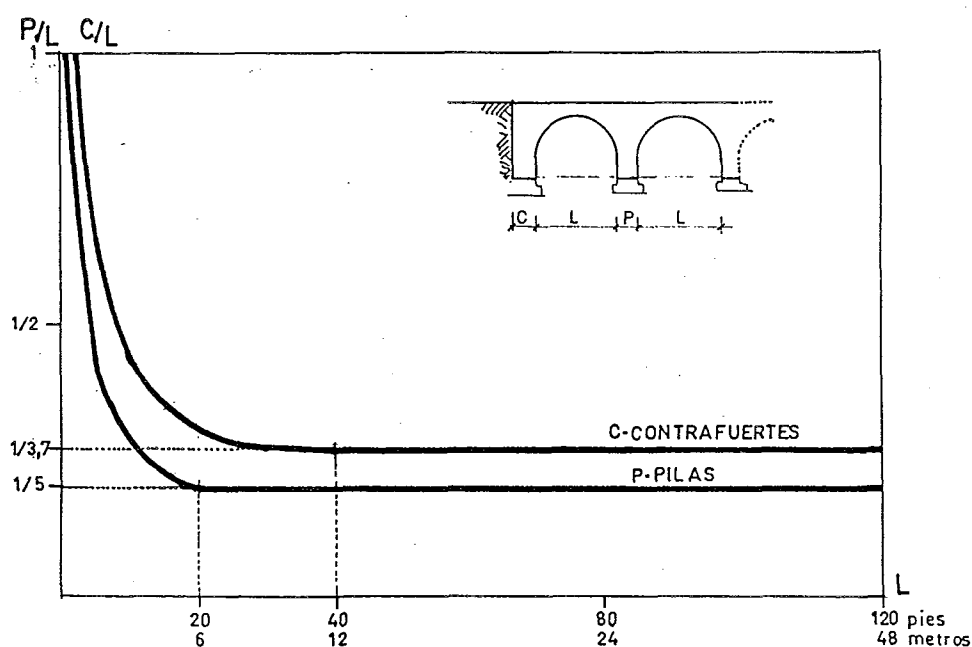


Figura 7.14. Dimensionamiento de capas y pilas según Gautier

7.4.1.b Pilas

Para responder al problema del dimensionamiento de las pilas Gautier recurre a un método puramente empírico: repasa las distintas reglas dadas por diversos autores (Alberti, Palladio, Serlio y Blondel), así como las proporciones de algunos puentes existentes (Pont du Gard, Pont Neuf de París, Pont-Royal en las Tullerías y Pont-Neuf en Toulouse).

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Tant de variété dans tous ces ouvrages, nous doit faire penser que leurs auteurs n'ont encore observé aucune règle générale, ni certaine, qui soit fondée sur des principes démontrés, pour établir les piles des Ponts.⁷⁷

Gautier insiste en que el tamaño de las pilas deberá depender, necesariamente, del tipo de piedra y fábrica empleados en su construcción, de la luz de los arcos y de los pesos que hayan de pasar por encima del puente.

Finalmente, Gautier emplea la siguiente regla (y esta vez lo dice explícitamente) para formar la columna correspondiente a las pilas en sus tablas (para su representación gráfica véase la Figura 7.14):

- para $L \geq 20$ pies, se toma como espesor de la pila un quinto de la luz.

$$C = L/5$$

- para $L < 20$ pies, emplea como para los contrafuertes una regla compleja, que no hemos podido descubrir, que lleva a pilas cada vez menos esbeltas.

7.4.1.c Espesor en la clave

Análogamente al caso de las pilas realiza un repaso del estado de la cuestión en distintos tratadistas (Blondel, Alberti, Palladio y Serlio) y examina, así mismo, la relación entre espesor en la clave y luz en distintos puentes construidos.

Decide, finalmente, tomar como espesor en la clave (e):

- para $L \geq 40$ pies un quinceavo de la luz del arco:

$$e = L/15$$

añadiendo un pie para el caso de que las piedras sean blandas.

- para $L < 40$ pies, como para pilas y cepas, emplea una regla que produce claves proporcionalmente cada vez más gruesas.

Los valores de la tabla están representados en la figura 7.15.

⁷⁷ Op. cit. pág. 363.

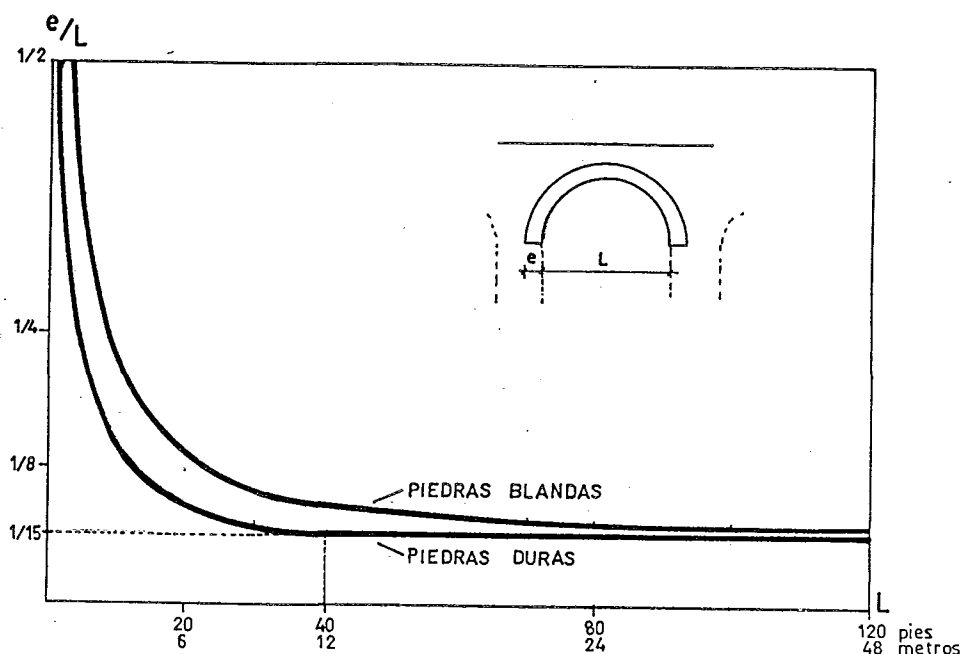


Figura 7.15. Dimensionamiento de arcos

Gautier aconseja que estos valores se corrijan en función de las condiciones particulares del material y de la obra, aunque para él son básicamente correctos. Afirma finalmente:

Cette Table résout la question du présent Chapitre, et fait voir la longueur des Voussoirs depuis leur intradosse à leur extradosse sur une proportion qu'on a tirée des Auteurs, et des Ouvrages antiques, que l'on ne peut réduire dans de justes Regles de Géometrie pour la démontrer, n'ayant tablé que sur l'expérience de la solidité des pierres plus ou moins dures ou compactes sur lesquelles roule toute la question. Ainsi la Physique y a plus de part que la Méchanique, et que les Démonstrations géométriques.⁷⁸

Ensayo sobre un modelo de arco a escala:

Para convencerse de la bondad de la regla expuesta Gautier realiza un ensayo sobre un modelo a escala. Se trata del primer ensayo de este tipo, después de los realizados por Leonardo.

Pour être plus sûr de toutes ces idées que je viens de donner au sujet de la poussée des Arches, des voûtes, de la portée des voussoirs, j'ai voulu me convaincre par une expérience.⁷⁹

78. Op. cit. pág. 372.

79. Op. cit. págs. 372-373.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

El modelo (véase Figura 7.16) consiste en un semiarco formado por nueve dovelas de madera unidas 'a hueso' sin mortero ni pegamento. El espesor se ha tomado empleando la regla anterior y es aproximadamente el quinceavo de la luz total. Gautier extrae varias conclusiones de su ensayo, la más importante de las cuales es la importancia de cargar los riñones para asegurar su estabilidad.

Para el presente estudio lo más importante es que pone de manifiesto que Gautier sabía que el problema de la estabilidad es un problema de geometría, independiente de la escala.

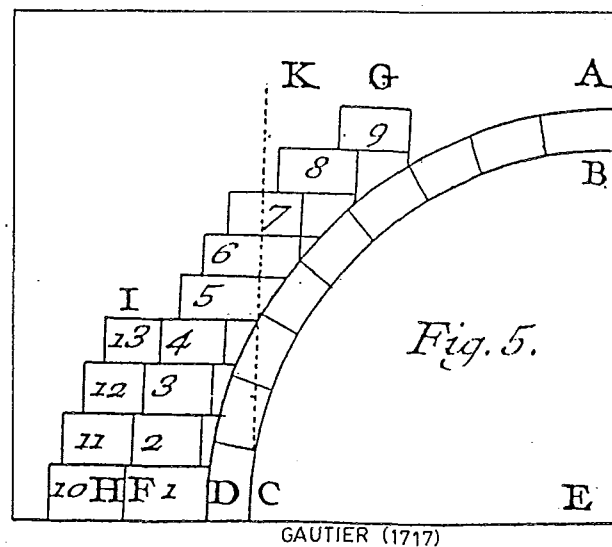


Figura 7.16. Ensayo de Gautier

7.4.1.d Arco ideal

Antes de responder a esta pregunta, Gautier expone su teoría sobre la variación del empuje en los arcos que, dice, depende fundamentalmente de la relación flecha/luz.

... les poussées de toutes les Arches à divers surbaissements, sont aux poids dont on les charge comme leurs différentes inclinaisons aux largeurs des culées qu'on oppose pour leur résister: on trouvera que celles qui ont leurs poussées moins inclinées seront capables de supporter des fardeaux plus grands, que celles qui approchent le plus de la plate-bande, qui

est celle de toutes les figures la plus forcée et la plus rampante, ou plutôt de niveau.⁸⁰

Con este argumento, y tras una disgresión ininteligible, concluye que el arco capaz de resistir cargas más fuertes es el apuntado.

Par cette démonstration on conclut facilement que l'Arche Gothique est celle qui est capable de supporter des fardeaux plus pesans que celle à plein cintre, celle ci plus que l'ellipse, et enfin cette dernière plus que la plate-bande.⁸¹

7.4.2 Danyzy

Como hemos visto en la Primera Parte, este oscuro ingeniero francés ha pasado a la historia de la teoría de las estructuras por ser el primero en realizar ensayos sistemáticos sobre modelos de arcos, con vistas a averiguar la forma correcta de colapso.

Desde el punto de vista de las reglas empíricas, su contribución es importante, por dos aportaciones completamente originales:

1) es el primero en darse cuenta del carácter asintótico de la curva que define el contrafuerte necesario de un arco o bóveda en función de la altura. Es decir, es posible deducir una regla de dimensionado de contrafuertes que sea correcta aunque no tenga en cuenta la altura⁸², si se toma el valor de la asíntota o uno próximo a él.

2) demostrado esto, intenta definir una nueva regla, donde no considera la altura, pero sí el espesor de la bóveda en la clave.

Danizy no llegó a publicar su prometida memoria de la que sólo se con-

⁸⁰. Op. cit. pág. 375.

⁸¹. Op. cit. pág. 376.

⁸². Este era uno de los argumentos más repetidos para demostrar la falsedad y el carácter acientífico de la regla de Martínez de Aranda/Derand, u otras similares que no tuvieran en cuenta la altura del contrafuerte. Por ejemplo, véase, Belidor *La Science des Ingenieurs*. Paris: 1729, Libro II, pág 6, donde critica que la citada regla no considere ni la altura ni el espesor de la bóveda: "On voit que dans cette regle il n'est fait aucune mention de l'épaisseur de la vouûte, ni de la hauteur des piédroits qui sont pourtant deux circonstances auxquelles il faut avoir égard absolument...".

serva el extracto publicado en los anales de la academia de Montpellier⁸³ y las referencias, bastante completas, que sobre ella hace Frézier en su libro de estereotomía⁸⁴.

Sobre el carácter asintótico de la curva de los espesores de los contrafuertes para resistir el empuje de una bóveda dada, tema fundamental a la hora de evaluar las reglas geométricas y proporcionales, hemos dedicado un apartado en la Tercera Parte. La exposición de Danyzy la recoge Frézier como addenda al problema titulado *La direction de la poussée d'une voûte, sa pression ou poussée, et la hauteur du piédroit étant donnés, trouver son épaisseur*.⁸⁵

7.4.2.a Regla de Danyzy

La preocupación de Danyzy era, probablemente, deducir una regla relativamente sencilla para dimensionar los contrafuertes, que pudiera ser aplicada en obra sobre la montea de la bóveda (dibujada ésta sobre el suelo o sobre una pared, a escala o a tamaño natural). Como primera simplificación no considera la altura del contrafuerte, dándole una dimensión que va a favor de seguridad.

J'y ai pris ... certain licences qui pourroient vous faire juger que je me suis trop écarté de la rigueur géométrique; je dois vous avertir que j'ai cru devoir le faire ainsi en faveur des ouvriers qui préfèrent des pratiques aisées, quoique moins géométriques, aux méthodes plus exactes. C'est dans cette idée qu'il a apparemment supprimé l'effort vertical pour fortifier le piedroit au delà de nécessaire, et qu'il confond dans l'usage les inégalement surbaissés, ou plus ou moins surhaussés sur un même diametre horizontal.⁸⁶

A continuación da dos métodos, uno analítico y otro gráfico. El método

83. A. A. H. Danyzy, A.A.H. "Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes." *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier*, Vol. 2, 1732 (Lyon 1778). pp. 40-. No hemos podido consultar este extracto; la referencia está tomada de J. Heyman, *The Masonry Arch*. Chichester: 1982, pág. 113.

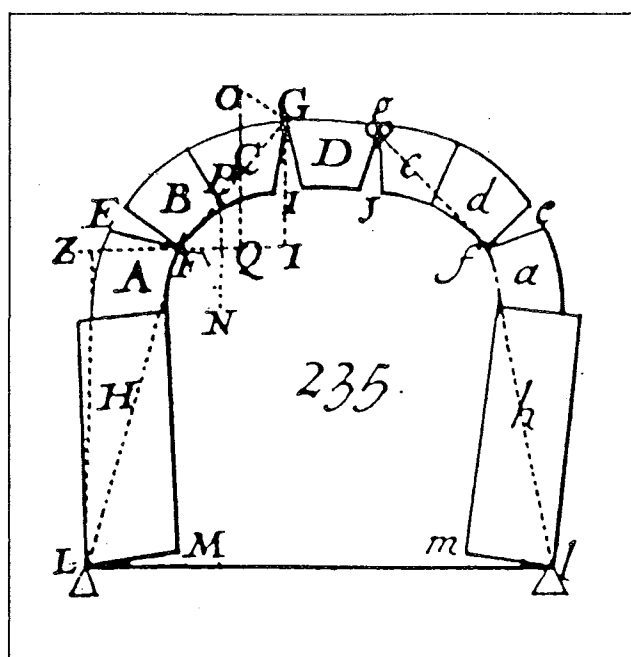
84. A. F. Frezier, *La théorie et la pratique de la coupe de pierres...* Strasbourg/Paris: Charles-Antoine Jombert, 1737, 1768 y 1789. 3 vols.

85. Op. cit. Vol. 3, págs. 374-377.

86. Frézier, op. cit. Vol. 3, pág. 388.

análítico tiene la forma de una receta de cálculo paso a paso. No menciona las hipótesis sobre empuje de las bóvedas que le han llevado a esta solución; en este sentido se parece a las reglas prácticas deducidas por Bélidor a partir de las hipótesis de la Hire. El proceso es el siguiente (véase la Figura 7.16):

Elle consiste à mener en quelque part de la ligne oblique GF, une ligne à-plomb GI, et une horizontale, FI, pour avoir le triangle FIG. On toisera ensuite la surface FEef avec celle des murs qui sont bâtis sur cet arc FEef; on en multipliera la moitié par la ligne horizontale FI; on divisera le produit par le double de l'oblique FG, et on tirera ensuite la racine quarré du quotient. Pour les platebandes, on prendra se nombre trois fois, pour les arcs surbaissés deux fois ⁸⁷ et demi, pour les arcs en plein cintre deux et un quart, et pour les surmontés deux fois...



DANISY (1732)

Figura 7.17. Dibujo original de Danyzy

Danyzy propone también un procedimiento geométrico, objetivo final de su investigación. El desarrollo está explicado, paso a paso, manetniedo la terminología, en la Figura 7.18. Para el dibujo original de Danyzy, véase la figura 7.17).

87. *Ibidem*.

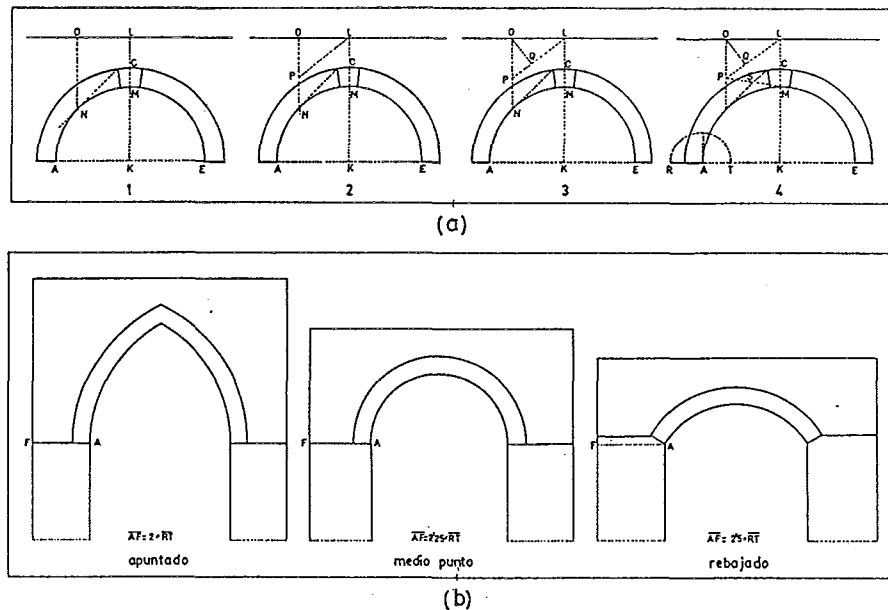


Figura 7.18. Método geométrico de Danyzy

Après avoir tracé en grand sur un mur, ou en petit sur le papier, l'épure de l'arceau **ABCDE**, les ouvriers diviseront cet arceau en deux également par la ligne **KM** à plomb, qu'ils prolongeront jusqu'en **L**, qui rencontre le plus haut **GH** du mur **FGHI** qui est soutenu par l'arceau. De l'extrémité **C** de la clef à l'extrados, et du point d'atouchement **N**, ils meneront la ligne **NO**; ils feront **PL** parallèle à **NC**, et par le point **O** ils abaisseront la perpendiculaire **OQ** sur l'oblique **PL**; il faudra ensuite porter la ligne **OQ** de **A** en **R** sur l'horizontale **FI**; il faudra encore porter de **A** en **T** la partie **PS**, moitié de **PM**, et par le point **V**, milieu de **RT**, décrire avec une ouverture de compas égale à **RV**, le demi-cercle **RXT**. Par le point **A** on mènera la ligne à plomb **AX**, et ce sera cette longueur **AX** qu'on prendra trois fois pour les platebandes, deux fois et demi pour les arcs surbaissés, deux et un quart pour ceux à plein-cintre, et deux fois pour les gothiques ou à tiers-point; si on porte cette valeur de **A** en **F**, **AF** sera l'épaisseur qu'on peu donner au piédroit, et quoiqu'on pût absolument la donner moindre, c'est toujours hasarder, et il vaut beaucoup les faire trop forts que trop foibles.⁸⁸

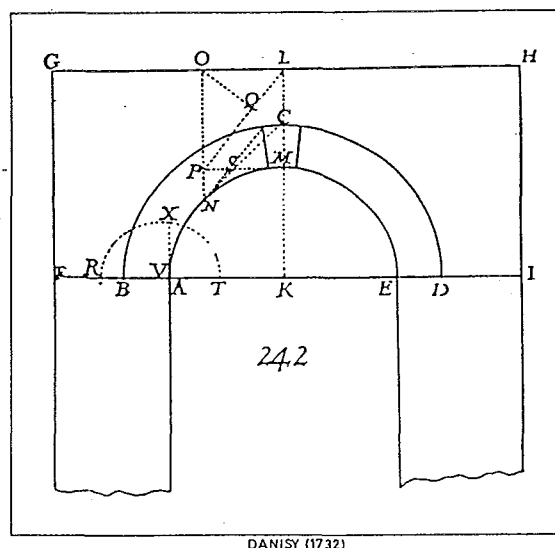


Figura 7.19. Dibujo original

88. Op. cit. págs. 388-389.

7.4.3 Frézier

Amédée-François Frézier, ingeniero militar francés, fue el autor de uno de los libros de estereotomía más populares del siglo XVIII. Su libro titulado *La théorie et la pratique de la coupe de pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*,⁸⁹ tuvo, además de la edición original (1737-39), otras dos reimpresiones (1754 y 1769).

El libro es importante para el tema que nos ocupa por los comentarios y reglas que incluye sobre el diseño de arcos, en el primer volumen, así como por el capítulo dedicado al empuje de las bóvedas y cálculo de contrafuertes, en el tercer volumen.

7.4.3.a Diseño de arcos: espesor de las bóvedas en la clave

Frézier se plantea el problema del diseño de los arcos en base al empleo de una regla simple, al alcance, dice, de aquellos que desconocen el cálculo algebraico.⁹⁰

On me demandera peut-être ici quelque regle, tirée de l'expérience, touchant l'épaisseur des voûtes à la clef, sur laquelle on puisse raisonnablement compter, sans avoir recours au calcul algébrique, dont tout le monde n'est pas capable, et auquel les causes physiques ne sont pas sujettes, sans quelque correction, comme dans cet exemple des pierres plus ou moins dures.⁹¹

Afirma, con razón, que la regla deberá depender del tipo de cargas que vaya a soportar el arco; así, distingue entre aquellos arcos que deben soportar el paso de grandes cargas, los puentes, y los que solamente recibirán cargas pequeñas o únicamente su propio peso, como las bóvedas de los edifi-

89. A. F. Frezier *La théorie et la pratique de la coupe de pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture*. Strasbourg/Paris: Charles-Antoine Jombert, 1737-1739. 3 vols.

90. Se trata de un 'farol' por parte de Frézier. Como hemos visto, el problema del diseño de arcos, especialmente de puentes, con cargas puntuales móviles, presenta una considerable complejidad teórica, fuera de su alcance dado el bagaje teórico de la época.

91. *Op. cit.*, Vol. 1, pág. 105.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

cios o de las iglesias.

... qu'il faut premierement fait attention aux usages de las voûtes; il en est qui doivent porter de gros fardeaux inégalement dispersés sur leur surface, comme sont les arcs de ponts, sur lesquels passent de pesantes voitures; il en est qui en portent peu, comme des voûtes sur lesquelles on appui quelques pieces de charpente; il en est qui ne portent rien du tout, comme plusieurs voûtes d'églises, dont la charpente porte sur les murs.⁹²

Arcos de puentes: En el primer caso cita las reglas de Alberti ($1/10 - 1/12$ de la luz) y Palladio ($1/15$ de la luz), si bien atribuye esta última a Alberti, siguiendo, erróneamente, a Gautier.

Al'égard des voûtes de la première espece, on remarque dans quelques ponts antiques, que leur épaisseur à la clef est au plus la dixième du diametre de l'arche, et plus ordinairement le douzieme, et que le moins qu'on puisse leur donner, suivant le sentiment d'un bon Architecte, Leon Baptiste Alberti, est la quinzieme.⁹³

Arcos y bóvedas de cañón en los edificios: En este caso considera suficiente tomar como canto del arco en la clave $1/24$ de la luz, que es la proporción que presenta la bóveda de cañón de la nave principal de San Pedro en Roma. Advierte, sin embargo, que es preciso aumentar el espesor al doble hasta los 30° a partir de los arranques.

Lorsque les voûtes ne portent rien, il suffit de leur donner moitié moins d'épaisseur, que je réduis à une vingt-quatrième partie du diametre, c'est-à-dire, un demi pouce par pied; une raison est que la voûte de la nef de l'église de Saint-Pierre de Rome, qui est des plus grandes que je sçache, et qui n'est pas même absolument sans charge, puisqu'elle porte une partie de la charpente de la couverture, est à peu près dans cette proportion ...; sur cette principe une voûte de 28 pieds de diametre auroit 14 pouces à la clef, ce qui paroît assez conforme à la construction ordinaire, pourvu que les reins soient épaissis au moins du double à 30 degrés de hauteur au dessus de la naissance, ou butés par quelques lunettes.⁹⁴

La regla es válida para arcos de medio punto y Frézier afirma que conoce de bóvedas apuntadas que presentan un espesor de la mitad del estipulado, pero afirma que eso se debe a su forma particular y que si las mismas bóvedas fueran de medio punto colapsarían:

92. *Ibidem*.

93. *Ibidem*.

94. *Op. cit.* págs. 105-106.

... voûtes gothiques en tiers point de 24 et 25 pieds de rayon subsistent avec une épaisseur de 5 et 6 pouces, laquelle devroit être du double suivant nôtre regle, prenant le rayon des gothiques pour diametre ou largueur de la voûte, comme il est en effet; il est vrai que ce n'est que dans des arcs de 60 degrés; car je doute qu'elles esussent subsisté à 90 degrés, si elles n'avoient en qu'un cintre.⁹⁵

Ventajas de los arcos apuntados: Frézier es muy consciente de la mejor forma de los arcos apuntados a la hora de soportar su propio peso. Sin embargo, este ingeniero de la 'edad de la razón' los rechaza por motivos puramente estéticos. Los comentarios reflejan un buen conocimiento de las estructuras góticas y dan más luz sobre su ligereza que las numerosas y recientes contribuciones que se han publicado en los últimos años sobre el particular (véase Bibliografía, apartado C.3.2)

Cette construction est désagréable à la vue, à cause del'angle que forment à la clef les doëles de chaque pendentif; mais elle avoit ces avantages:

1° Qu'elle donnoit le facilité d'exécuter les voûtes avec très-petits voussoirs, sans façon; car ils étoient souvent à l'équerre sans coupe, ce qu'on appelloit des "pendens".

2° Ils coûtoient peu de dépense.

3° Ils rendoient les voûtes légères, et cependant de longue durée, comme nous le prouvent la plupart de nos anciennes églises.

4° Cette légèreté diminoit encore la dépense des piliers et piedroits, qui étoient contretenus facilement par quelques archoutants aussi légers, mais suffisans pour résister à la poussée des voûtes.⁹⁶

Como consecuencia de todas estas ventajas, Frézier tiene que reconocer que los edificios góticos requerían una cantidad de material considerablemente menor a los que se edificaban en su época (más adelante veremos que el Padre Pontones es de la misma opinión), pero rechaza este tipo por motivos estéticos, ya que da lugar a edificios 'disformes'.

Les Architectes de ce temps-là faisoient de grands et bons ouvrages avec beaucoup moins de frais que nous ne faisons aujourd'hui, par la seule disposition de ceintres de leurs voûtes,

95. *Op. cit. pág. 106.*

96. *Op. cit. pág. 112.*

mais ils étoient disformes.⁹⁷

7.4.3.b Empuje de bóvedas y cálculo de contrafuertes

El tercer volumen de la obra de Frézier está dedicado a las bóvedas, y en él dedica el capítulo XII al problema de la construcción de las bóvedas que, según él, consiste fundamentalmente en: a) dimensionar los contrafuertes en función del empuje de las bóvedas; b) dimensionar las cimbras que han de sustentar las bóvedas hasta su terminación.

El primer apartado nos interesa. Con espíritu enciclopedista Frézier realiza un examen del estado de los conocimientos sobre el empuje de las bóvedas y el cálculo de contrafuertes; pasa revista, detalladamente y con ejemplos de aplicación, a todas las contribuciones realizadas hasta la fecha: fundamentalmente, las teorías de La Hire, Couplet y Danizy (véase la Introducción para un examen más detallado), y realiza el primer intento de análisis estructural de las bóvedas compuestas. A efectos de la presente Tesis nos importa resaltar tres aspectos: su actitud hacia las reglas empíricas y sus comentarios sobre las bóvedas compuestas, en particular sobre las cúpulas y las bóvedas de crucería.

Reglas empíricas: Frézier reconoce la necesidad de determinar de antemano, antes del descimbramiento, las dimensiones de los contrafuertes de las bóvedas, pero critica las reglas dadas en los anteriores tratados de estereotomía, y les atribuye numerosos accidentes:

...les auteurs qui ont traité de la coupe des pierres, ont cru devoir donner des regles pour déterminer l'épaisseur des piédroits, afin qu'ils ne soient pas renversés par l'effort que elles [les voûtes] font pour s'ouvrir; mais malheureusement ils n'en ont donné que de mauvaises, qui ont sans doute eu beaucoup de part à ces fâcheux accidens de chûtes prématurées, qui ont couvert les architectes qui s'étoient fiés à cette regle, d'une honte ...⁹⁸

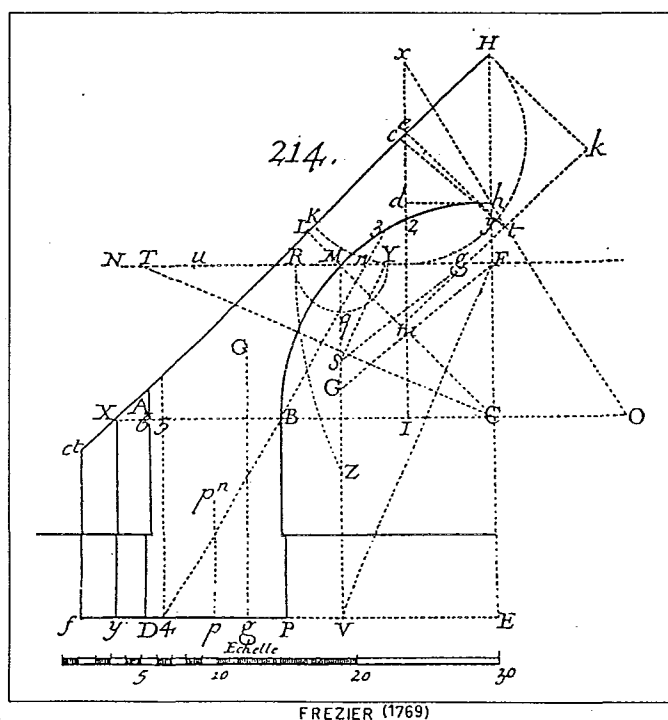
97. *Ibidem.*

98. *Op. cit.*, Vol. 3, pág. 345.

Cita específicamente en este sentido las reglas de Martínez de Aranda-Derand y de Gautier, así como la de Danyzy. Los argumentos son los mismos que los empleados por Bélidor, ya comentados más arriba, de que la regla no tiene en cuenta la altura de los contrafuertes, ni el espesor y carga de la bóveda que sustentan.

Más adelante, además, compara los resultados numéricos obtenidos por el método de la Hire con los obtenidos aplicando las reglas de Martínez de Aranda-Derand y de Gautier⁹⁹, para ciertos casos de bóvedas. Concluye en tono despectivo:

Il est étonnant qu'aucun de ces faiseurs de regles n'ait senti qu'il falloit plus d'effort pour soutenir une grande charge qu'une petite, le diametre du ceintre restant toujours le même, et qu'un piédroit fort élevé est plus facile à renverser que celui qui est si court qu'il n'est presque pas distingué de la naissance.¹⁰⁰



FREZIER (1769)

Figura 7.20. Comprobación de la regla de Martínez de Aranda/Derand. El contrafuerte que da la regla de Martínez de Aranda/Derand viene marcado por el punto 4 en la base. El obtenido por el método de la Hire está marcado por el punto y.

99. Le dedica un apartado titulado *Comparaison et remarque importante sur les regles des Auteurs qui ont traité de la poussée des voûtes*. Op. cit. pág. 355.

100. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Bóvedas compuestas: Frézier dedica un largo apartado a considerar el empuje de las bóvedas compuestas.¹⁰¹ Se trata de la primera vez que se intenta un análisis de este tipo, como él mismo señala.

Les Auteurs qui ont travaillé à résoudre le Probleme de la Poussée des Voutes, n'ont fait attention qu'à celles des Berceaux et des Platebandes ... sans faire aucune mention de celles des autres especes dont les surfaces intérieures sont de différentes figures ... ce qui méritoit cependant d'être mis en question, parce que les Berceaux simples ne sont pas les Voutes les plus usitées dans le bâtimens civils.¹⁰²

El método de análisis propuesto consiste en tratar de comparar el empuje de estas bóvedas con el de bóvedas de cañón de directriz análoga, descomponiendo las bóvedas en un conjunto de bóvedas simples considerando una serie de cortes.

Je vais tâcher de suppléer à cette omission autant qu'il est nécessaire pour la pratique, en rapportant toutes sortes de Voutes aux cylindriques par des conséquences tirées de la spéculation et de l'expérience.¹⁰³

El método es el mismo al empleado por Heyman para estudiar este tipo de bóvedas, aplicando los teoremas del análisis límite, como hemos visto en la Primera Parte.

Cúpulas de revolución: Frézier, sin embargo, no da solución numérica a ninguno de los problemas planteados, limitándose a indicar cuál sería el proceso de cálculo. Solamente para el caso de las cúpulas de revolución deduce una regla simple, que tendría gran difusión: *el contrafuerte necesario para una cúpula de revolución es la mitad del que precisaría una bóveda de cañón seguido de la misma directriz*. No entraremos en el detalle de los argumentos de Frézier, algo largos, si bien básicamente correctos, y citaremos solamente su conclusión.

... on reconnoitra que ces sortes de voûtes poussent plus de la moitié moins que les berceaux simples, de même ceintre, diametre et épaisseur, ou charge, et par conséquent qu'en ne donnant

101. *De la poussée des voûtes composées, et de plusieurs simples, qu'on peut considerer comme composées.* Op. cit. págs. 392-411.

102. *Op. cit. pág. 392.*

103. *Op. cit. pág. 393.*

à leurs piédroits que la moitié de celle des berceaux conditionnés de même, ils seront encore plus fortes qu'il n'est nécessaire pour les mettre en équilibre avec la poussée.¹⁰⁴

Bóvedas de arista: A pesar del disgusto que le provocaban, desde el punto de vista estético, las construcciones góticas, Frézier parece haber dedicado un tiempo considerable a reflexionar sobre su comportamiento y sus ventajas estructurales. Al hablar de los arcos y bóvedas de cañón ya consideró el tema (véase más arriba).

Al tratar la estereotomía de las bóvedas de arista, realiza una descripción detallada de su construcción y ventajas estructurales. En el citado apartado sobre el empuje de las bóvedas compuestas, casi la mitad del mismo está destinado a este tipo de estructuras.

Aunque no da ninguna regla para el dimensionamiento de los contrafuertes de este tipo de bóvedas, sus observaciones están llenas de interés y llaman la atención sobre ventajas y aspectos de este tipo estructural, que han pasado desapercibidas a posteriores comentaristas como Viollet, Ungewitter, Mark o Heyman.

En primer lugar define geométricamente este tipo de bóvedas, considera su posible origen y justifica su interés por ellas en base a la necesidad, en ocasiones, de realizar intervenciones y reparaciones en este tipo de estructuras:

On appelle Voûtes "Gothiques", ou selon le P. Derand, Voûtes "Modernes", et à "Augives", celles dont les cintres perpendiculaires à leurs directions sont composez de deux arcs de cercles, traçez de differens centres, faisant un angle rentrent à la clef.¹⁰⁵

....

La mode de ces Voûtes que nous tenions des Gots, ou plutôt selon quelques Antiquaires des Maures, est tellement abolie qu'on n'en fait plus de cette espece dans les nouveaux Bâtimens; mais comme dans les réparations des anciens Cloîtres, Eglises, ou autres Edifices, il se présente des occasions de rétablir quelques parties, il est nécessaire d'en connaître le Trait.¹⁰⁶

104. *Op. cit.*, pág. 406.

105. *Op. cit.*, Vol. 3, pág. 24.

106. *Ibidem*.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Realiza una observación importante sobre su geometría. Las superficies de estas bóvedas son raramente cilíndricas [en particular en el gótico tardío], sino que cada plemento es una porción de esferoide irregular con doble curvatura.

... les doëles des Voûtes d'arêtes Gothiques, sont très rarement des portions de surfaces Cylindriques, comme à nos Berceaux et Voutes d'Arêtes Antiques, qui sont usitées dans l'Architecture Moderne; mais chaque Pendantif est une portion triangulaire d'un espece de Sphéroïde irrégulier, dont la surface se courbe depuis sa naissance insensiblement, suivant la direction de la clef, à mesure qu'elle en approche, de sorte que chaque Pendantif est une surface à double courbure...¹⁰⁷

Los nervios son el principal objeto de la estereotomía, ya que los plementos, dado su poco espesor, consiguen la curvatura simplemente variando el espesor de la capa de mortero. Esto reduce extraordinariamente el volumen de piedra tallada, mucho más cara, en la construcción de estas bóvedas.

... leurs Nervures [de las bóvedas góticas] en sont le principal objet pour la coupe des pierres, en ce qu'il n'est presque jamais question d'Appareil pour les Pendantifs que ces nervures terminent, à cause que leur peu d'épaisseur rendroit la coupe presque insensible dans chaque Voussoir; c'est pourquoi on se contente ordinairement de les faire de petites pierres, sans coupe, qu'on appelle "Pandans", pour lesquelles le mortier mis un peu plus épais à l'extrados qu'à la doële, fait l'office de la coupe d'un Voussoir.¹⁰⁸

Las directrices de los nervios son siempre arcos de círculo. Cada dovela se fabrica, pues, con la misma saltaregla.

Les Courbes de ces cintres son arbitraires, cependant on n'y employe jamais que des Arcs de Cercles.¹⁰⁹

A continuación, como al estudiar los arcos apuntados, Frézier dedica un apartado, *Remarque sur les voûtes gothiques*, a comentar las ventajas de este tipo de estructuras.

Las rechaza, como hemos visto, por motivos puramente estéticos, si bien reconoce que este tipo de bóvedas reúne una serie de ventajas sobre las usadas en su época.

107. *Ibidem*.

108. Op. cit. pág. 25

109. *Ibidem*.

Si les doëles des Voûtes Gothiques n'étoient pas en quelque façon brisées, et interrompues au milieu sous la clef, par un angle rentrant qui est désagréable à la vue, elles serient sans doute préférables à nos nouvelles Voûtes, par plusieurs raisons.¹¹⁰

Frézier deduce que las ventajas de este tipo de bóvedas se derivan fundamentalmente del poco espesor de los plementos. Esto se traduce, directamente, en un menor consumo de material y en una mayor facilidad de ejecución.

La premiere, est que la grande inclinaison de leurs pendantifs ... permet qu'on les fasse extrêmement minces et legeres, de-là suivent plusieurs avantages.

1° Qu'elles consomment beaucoup moins de materiaux.

2° Qu'elles sont d'un plus facile et plus prompte exécution, parce que les materiaux étant plus petites sont plus faciles à transporter, et à mettre en oeuvre.

3° De-là suit qu'elles coutent beaucoup moins en dépense de consommation, et en journées d'ouvriers.

4° Qu'il y a moins de sujétion pour la taille des Voussoirs, où l'on n'est asservi à aucune coupe pour les lits; parce que leur épaisseur n'étant que d'environ 5 à 6 pouces, on n'y a pas d'égard à la coupe, à laquelle on peut supplier par un peu de mortier, plus épais à l'extrados qu'à la¹¹¹ doële; de sorte qu'on y employe des petites pierres taillées à l'équerre, qu'on appelle "Pandans".

Esta mayor ligereza trae como inmediata consecuencia un menor empuje contra los contrafuertes y el consiguiente ahorro, en una zona de la estructura que, al tener que ser de cantería, es de mayor coste que, por ejemplo, los muros intermedios.

La seconde raison qui leur donne un grand avantage sur les nôtres, c'est qu'étant plus legeres et inclinées, elles font beaucoup moins d'effort pour renverser les murs, sur lesquels elles sont élevées par conséquent elles épargnent une grande épaisseur, qu'il faut donner aux piédroits, qui soutiennent des Voutes en plein cintre, ce qui est une forte raison de diminution de dépense.¹¹²

Más adelante, da una tercera razón. A la hora de cubrir un espacio rectangular, una bóveda de arista produce una superficie menor que las correspondientes de cañón o rincón de claustro, de la misma cimbra.

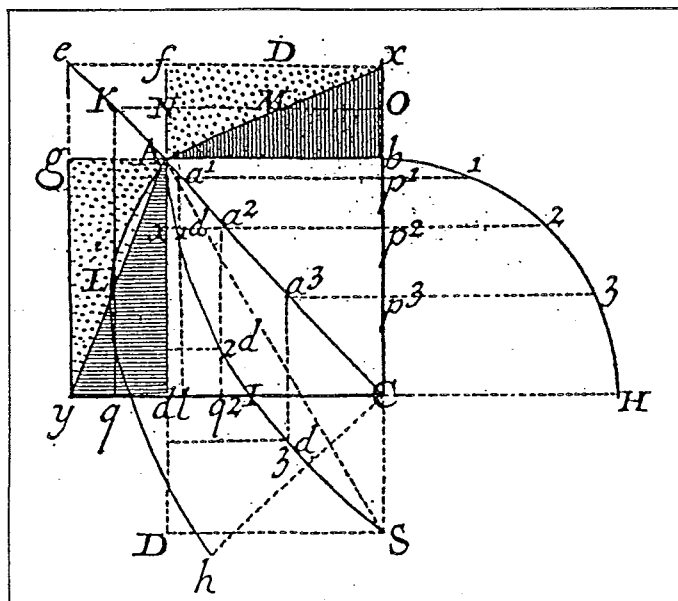
Il faut remarquer que par cette composition et disposition de portions de berceaux qui se croisent, il résulte une voûte dont la surface est moindre que celle du berceau simple qui couvrirait le même espace du rectangle ... parce chacun des pendantifs est moindre que la huitieme partie d'un tel berceau, quoiqu'il le paroisse ainsi dans sa projection. Pour en connoître la difference, il n'y a qu'à faire le developpement d'un de ces pendantifs...¹¹³

110. Op. cit. Vol. 3, pág. 30.

111. *Ibidem*.

112. Op. cit. Vol. 3, págs. 30-31.

113. Op. cit., Vol. 3, pág. 401.



FRÉZIER (1769)

Figura 7.21. Comparación de superficies: bóvedas de arista, de cañón y en rincón de claustro. La superficies de la mitad de un cuadrante son: bóveda de arista **A2SD**; bóveda de cañón **ADS**; bóveda en rincón de claustro **A2bS**.

Hemos calculado las superficies, sobre un mismo rectángulo, para la solución en bóveda de cañón, de crucería y en rincón de claustro. Efectivamente, como se deduce sin más que mirar la figura del tratado de Frézier, la menor superficie se obtiene con la bóveda de crucería. El empleo de la bóveda de cañón produce un incremento del 20 % y el de la bóveda en rincón de claustro de un 32 %.

Teniendo en cuenta todas las ventajas antedichas, Frézier no se extraña que este tipo de construcción, a pesar de su menor belleza, haya pervivido durante tantos siglos. Afirma incluso que empleando la arquitectura 'masiva' de su época no hubieran podido construirse edificios de ese tamaño.

*Il n'est donc pas étonnant que la mode de ces Voutes ait duré si long-temps, et qu'on en voye encore aujourd'hui un si grand nombre en Cloîtres, en Eglises, et autres Bâtimens publics, lesquels n'auroient peut être pas été bâtis, si l'objet de la dépense avoit été aussi grand qu'il est aujourd'hui, suivant nôtre Architecture massive; il est vrai aussi, que celle-ci l'emporte sur la Gothique en beauté et en solidité.*¹¹⁴

114. Op. cit., Vol. 3, pág. 31.

7.4.4 Bélidor

Bélidor fue el principal difusor de la teoría de La Hire durante el siglo XVIII y el primero, como hemos visto en la Introducción, en aplicarla a la obtención de tablas de espesores de contrafuertes para los almacenes de pólvora. Sorprendentemente, en su monumental obra póstuma *L'Architecture Hydraulique*¹¹⁵, en vez de aplicar los nuevos métodos de cálculo, recomienda unas reglas empíricas para el dimensionado de las pilas, contrafuertes y arcos de los puentes. Estas reglas tuvieron una difusión extraordinaria, y vinieron a reemplazar las de Gautier, demasiado conservadoras.

7.4.4.a Pilas

Las reglas sobre las pilas de los puentes son válidas, según Bélidor, cuando la altura de éstas desde la cimentación hasta el arranque de los arcos no supera, los seis pies.

Arcos de medio punto: Para los arcos de medio punto da una regla compleja, donde las dimensiones de la pila son función del tamaño, si bien, en una cierta función inversa. Es decir, cuanto más pequeño es el puente mayor es la pila en relación con la luz que cubre. Como vimos en el caso de Gautier, esta relación 'inversa' procede de la influencia cada vez menor de las cargas puntuales a medida que el puente aumenta de tamaño. La regla de Bélidor conduce a pilas más esbeltas. Expresada algebraicamente toma la siguiente forma:

luz (pies)	espesor de la pila (pies)
$L < 48$	$L/6 + 2$
$48 < L < 96$	$L/6 + 2 - [(L - 48)/24]$
$L \geq 96$	$L/6$

Tabla 7.1. Espesores de las pilas para los arcos de medio punto

115. Bélidor *Architecture Hydraulique*. Paris: Charles-Antoine Jombert, 1753. 2 Vols.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Belidor lo expresa en forma discursiva y acompaña el texto con numerosos ejemplos:

Lorsque la hauteur des piédroits n'est que d'environ six pieds, et que les arches sont en plein cintre, l'expérience a fait voir qu'il suffisoit de donner aux piles, pour épaisseur, la sixième partie de la largeur des mêmes arches, en y ajoutant deux pieds, c'est-à-dire que les piles des arches de six toises, doivent avoir huit pieds d'épaisseur prise au-dessus de la dernière retraite, et celles de huit toises de largeur, auront leurs piles de dix pieds d'épaisseur.

Cependant comme pour les arches d'une grandeur extraordinaire, on peut borner l'épaisseur des piles à la sixième partie de la largeur des mêmes arches, pour ne point passer subitement à la suppression totale des deux pieds que nous venons de dire qu'il falloit ajouter à ce sixième; on ne pousse cette augmentation que jusqu'aux arches de huit toises, après quoi l'on réduit pour gradation les deux pieds en les diminuant de trois pouces par toises d'augmentation; c'est-à dire par exemple, que pour une arche de douze toises, qui exigeroit selon la regle précédente des piles de quatorze pieds d'épaisseur, voyant que celle de huit toises est augmentée de quatre, qui, à raison de trois pouces de diminution pour chacune, font un pied, le retranchement des deux dont il s'agit réduit les piles à n'avoir que treize pieds d'épaisseur; par conséquent en suivant la même regle, les arches de seize toises donneront seize pieds pour l'épaisseur de leurs piédroits, parce que la diminution de trois pouces sur chacune des huit toises d'augmentation, réduira les deux pieds à zero. N'étant plus de question pour les arches suivantes, celles qui seront de vingt toises auront leurs piles de vingt pieds d'épaisseur: ainsi des autres.¹¹⁶

Arcos rebajados al tercio: Para los arcos rebajados en los que la flecha es un tercio de la luz, da un regla análoga, donde se toma como base en vez del sexto, el quinto de la luz. Expresándola en forma algebraica podemos formar la siguiente tabla análoga a la anterior:

luz (pies)	espesor de la pila (pies)
$L < 48$	$L/5 + 2$
$48 < L < 96$	$L/5 + 2 - [(L - 48)/24]$
$L \geq 96$	$L/5$

Tabla 7.2. Espesores de las pilas para los arcos rebajados al tercio

El texto de Belidor es el siguiente:

Pour les arches surbaissées du tiers qui n'auroient aussi qu'environ six pieds de hauteur de piédroit, il convient de donner à l'épaisseur de leur pile le cinquième de leur diamètre, plus deux pieds jusqu'à huit toises d'ouverture, et de diminuer ensuite ces deux pieds à raison de trois pouces par toise d'augmentation, comme l'on vient de l'expliquer, ensorte que pour

116. Op. cit. págs. 443-444.

douze toises, trois pieds, les piles doivent avoir quinze pieds d'épaisseur, comme celles du Pont Royal.¹¹⁷

7.4.4.b Contrafuertes o cepas

Obtiene el espesor de los contrafuertes en función del de la pila correspondiente, simplemente incrementando éste en un sexto de su propio espesor. Es decir, algebraicamente bastaría multiplicar las expresiones anteriores, en ambos casos, por $7/6$.

A l'égard des culées, leur épaisseur est aisée à déterminer dès que l'on a une fois celle de la première pile qui leur répond, puisqu'il ne s'agit que d'y ajouter le sixième de la même épaisseur; c'est-à-dire, par exemple, que si celle de cette pile étoit de huit pieds, il faudroit y ajouter un pied quatre pouces, afin d'avoir neuf pieds quatre pouces pour l'épaisseur de la culée.¹¹⁸

7.4.4.c Espesor en la clave

Para determinar el espesor de las bóvedas en la clave propone una nueva regla, más afinada que la de Gautier ($1/15$ luz), que, evidentemente, conducía a espesores excesivos, sin más que comparar con ejemplos de puentes medievales ya construidos.

Arcos de medio punto: Para los arcos de medio punto toma $1/24$ de la luz, independientemente del tamaño:

Pour déterminer l'épaisseur des arches à leur clef, on la fait égale à la vingt-quatrième partie du diamètre de celles qui sont en plein cintre;...¹¹⁹

Arcos rebajados: Para los arcos rebajados aplica un procedimiento análogo tomando $1/24$ de la luz que tendría un arco de medio punto formado con el radio mayor, y le añade un pie:

...lorsqu'elles sont surbaissées on donne à cette épaisseur la douzième partie du rayon qui a servi à tracer le grand arc ou l'arc supérieur, et l'on ajoute un pied au total;...¹²⁰

117. *Op. cit.* pág. 444.

118. *Ibidem.*

119. *Op. cit.* pág. 445.

120. *Ibidem.*

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Finalmente, advierte que este espesor será suficiente sea la piedra dura (gran resistencia) o blanda (poca resistencia). La precisión venía obligada ya que en sus tablas Gautier distinguía entre ambos casos.

La justificación para no realizar esta distinción la fundamenta Bélidor en que las piedras duras, más resistentes, pesan más, y las blandas, menos resistentes, menos. Sin embargo, el argumento no es válido ya que la variación de resistencias de una piedra dura (granito) a una blanda (caliza blanda) puede ser de 10 a 1, mientras que sus pesos específicos varían en la relación de 1.5 a 1. En realidad, lo que probablemente quería expresar Bélidor, es que para las dimensiones habituales no hay problemas de resistencia, incluso con piedras blandas.

... cette épaisseur sera suffisante, que la pierre soit dure ou tendre, la dernière est à la vérité moins forte et sembleroit exiger plus d'épaisseur, mais aussi elle pese moins à peu près dans le même rapport.¹²¹

7.4.5 Perronet

Jean Rodolphe Perronet, quizá el más grande ingeniero del siglo XVIII francés, director durante 47 años de la prestigiosa *Ecole des Ponts et Chaussées* y autor de algunas de las obras públicas mas importantes de su época, como el Puente de Neuilly y el canal de Bourgogne.¹²² Su obra teórica, aunque no muy abundante ejerció una poderosa influencia sobre la evolución del diseño de los puentes en los siglos XVIII y primera mitad del XIX.

7.4.5.a Arcos

Para dimensionar la clave de los arcos de los puentes Perronet da una regla evidentemente inspirada en la de Bélidor, con ligeras modificaciones.

121. *Ibidem*.

122. Existen numerosos estudios sobre la vida y la obra de Perronet. En cuanto a su importancia en la evolución del diseño de los puentes de piedra, véase: B. Heinrich "Jean-Rodolphe Perronet und die Brücke bei Neuilly. Die Vollendung des Steinbrückenbaus in der Aufklärung.", en: B. Heinrich *Brücken. Von Balken zum Bogen*. Hamburg: 1983, pp. 133-171.

La regla aparece mencionada en dos de las memorias de Perronet, publicadas en 1777 (sobre la reducción del espesor de las pilas de los puentes)¹²³ y 1810 (tablas para el dimensionamiento de contrafuertes)¹²⁴, si bien la última de ellas dice expresamente haberse escrito en los años 1750 al 1752.

La regla dice que para determinar el espesor de las bóvedas en la clave se ha de seguir el siguiente procedimiento:

Prendre un vingt-quatrième du diamètre de l'arche, y ajouter un pied et retrancher de cette somme une ligne par pied de diamètre; le reste sera l'épaisseur de la voûte à la clef. Il en est de même pour les voûtes surbaissées en prenant le double du grand rayon pour le diamètre de l'arche.¹²⁵

Si expresamos algebraicamente esta regla (1 pie = 12 pulgadas; 1 pulgada = 12 líneas) obtenemos la siguiente fórmula:

$$C = L/24 + 1 - L/144$$

Es interesante la afirmación de Chezy, responsable de la publicación de la segunda memoria, en el sentido de que se trata de una regla puramente empírica:

... l'épaisseur des voûtes à leurs clefs, celle que M. Perronet a déterminée d'après un grand nombre d'expériences...¹²⁶

7.4.5.b Pilas

Perronet revolucionó el diseño de puentes proponiendo unas proporciones mucho más esbeltas para las pilas de los puentes. Su propuesta fue objeto de una memoria, citada anteriormente, con el título *Mémoire sur la réduction de l'épaisseur des piles et sur la courbure qu'il convient de donner aux voûtes*,

123. J. R. Perronet "Mémoire sur la réduction de l'épaisseur des piles et sur la courbure qu'il convient de donner aux voûtes, le tout pour que l'eau puisse passer plus librement sous les ponts." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, , 1777. pp. 853-64.

124. J. R. Perronet y Chezy "Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées." *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées à l'usage de MM. les ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 243-273, lám. XVII

125. Lesage, op. cit., Vol. 2, pág. 246.

126. *Ibidem*.

*le tout pour que l'eau puisse passer plus librement sous les ponts.*¹²⁷ En ella se argumentaba que una de las causas más frecuentes de ruina en los puentes se debe precisamente al excesivo tamaño de las pilas, que reducen la sección de paso del caudal. Esto hace que aumente su velocidad y que se produzcan unas turbulencias en la parte baja de las pilas que terminan socavando sus cimientos. La propuesta de Perronet es la siguiente: dado que en un puente de varios arcos de parecidas luces en las pilas los empujes se anulan unos con otros, produciendo una reacción prácticamente vertical, solamente es preciso dar a las pilas el espesor estrictamente necesario para soportar esta carga. De esta forma se gana espacio para el paso del agua y se reduce considerablemente el problema de las turbulencias. Solamente precisan tener el espesor de un contrafuerte las pilas extremas, cepas.

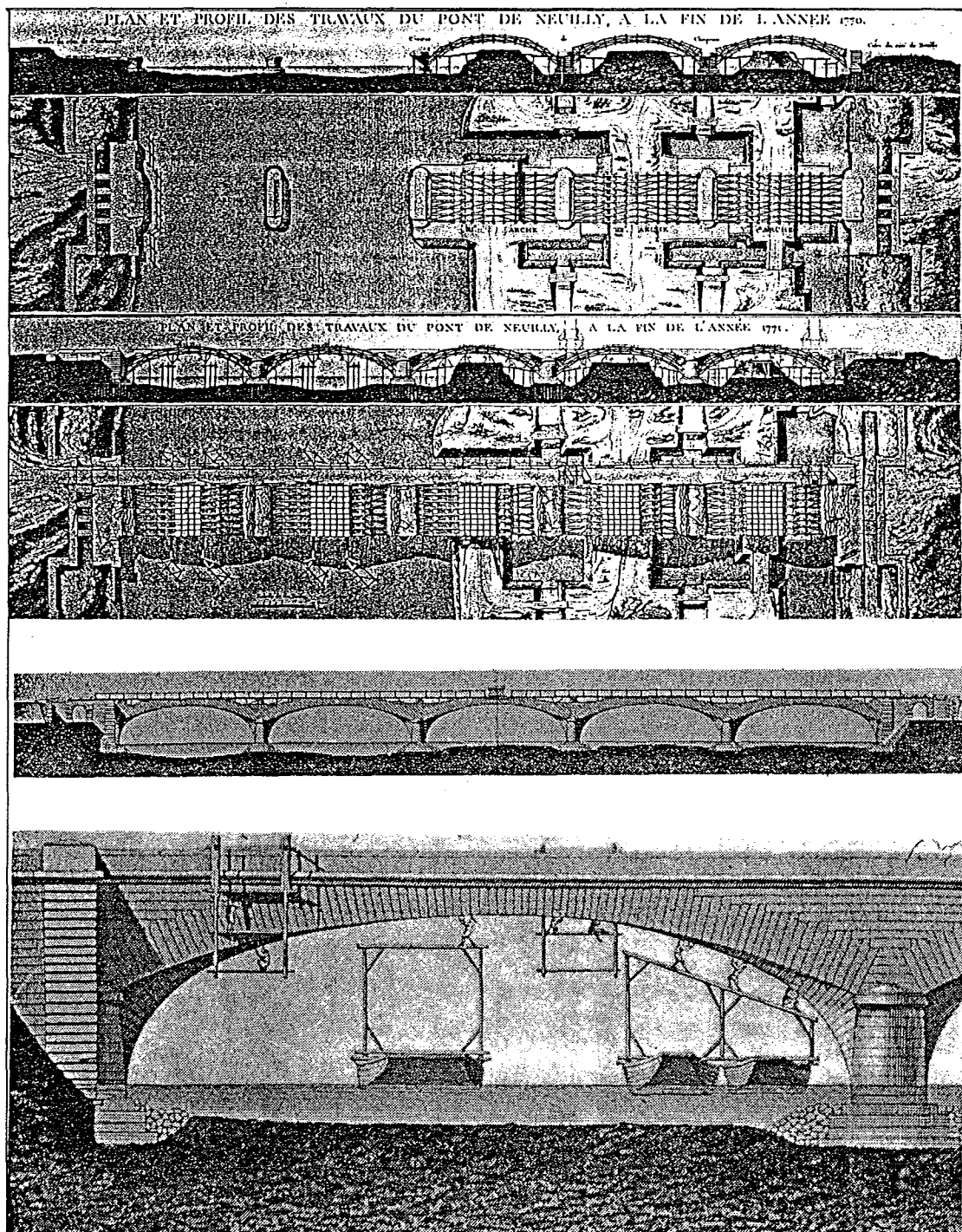
Este sistema tiene dos inconvenientes sobre el tradicional de hacer cada pila estable con el empuje de su arco: a) es preciso construir y descimbrar todos los arcos a la vez; b) el fallo de una de las cepas, conduciría al colapso del puente entero por un mecanismo de 'fichas de dominó'.

Perronet llevó su esquema hasta sus últimas consecuencias en el proyecto y la construcción del puente de Neuilly, donde los arcos muy rebajados (flecha = $L/8$) y las pilas excepcionalmente esbeltas (espesor = $L/9.2$), dan una sensación de extraordinaria ligereza.¹²⁸

El problema, en una época donde la resistencia de materiales no estaba suficientemente desarrollada, en particular en lo que se refiere a la resistencia de las piedras, era determinar el espesor de estas pilas.

127. Op. cit. más arriba.

128. Todo el proceso constructivo aparece descrito con extraordinario detalle en grabados tamaño folio en: J. R. Perronet, *Description des projets et de la construction des ponts de Neuilly, de Mantes, d'Orleans...* Paris: Firmin Didot père et fils, 1820. 2 vols, texto y atlas de 66 láms.



PERRONET (1820)

Figura 7.22. Puente de Neuilly de Perronet

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Perronet, tras un razonamiento más que dudoso, propone una regla en función de la luz que le parece aceptable:

On sait que les voussoirs les plus comprimés sont ceux de la partie supérieure des voûtes, sur-tout dans celles qui sont le plus surbaissées. On est dans l'usage de leur donner en longueur de coupe, pour les grandes arches qui sont surbaissées du tiers, la vingt-quatrième partie de leur diamètre; mais comme une pile soutient deux demi-voûtes, on a cru en conséquence devoir leur donner au moins pour épaisseur le double de cette longueur de coupe, et lui ajouter, pour plus de solidité, le tiers ou le quart de cette épaisseur.¹²⁹

Expresando esta regla algebraicamente, obtenemos que el espesor de las pilas debe estar comprendido entre $[L/12 + 1/3(L/12)]$ y $[L/12 + 1/4(L/12)]$, es decir entre:

$$\frac{L}{9} \quad \text{y} \quad \frac{L}{9.6}$$

(Como hemos visto las pilas del puente de Neuilly tienen la proporción 1/9.2)

Perronet realizó una comprobación rápida de la resistencia para el caso del puente de Neuilly y concluyó que las pilas estaban sobradas de resistencia, por un factor de 12, y que podrían haberse hecho todavía más esbeltas, dada la resistencia de las piedras empleadas que habían sido ensayadas por Soufflot.

On a conclu, d'après les experiences qui ont été faites chez M. Soufflot ... et que j'ai répétées depuis chez moi, que pour écraser un pied carré de la pierre de Saillancourt, que j'ai employée au pont de Neuilly, laquelle pèse cent cinquante-deux livres le pied cube, il faudrait la charger d'un poids de deux cent quarante mille livres, ou d'une colonne de même base de 1580 pieds de hauteur de la même pierre: mais j'ai reconnu, par le calcul que j'en ai fait, que la même surface d'un pied des piles du nouveau pont de Neuilly n'était chargé, à la hauteur de la naissance des arches, que d'un poids d'environ vingt mille livres, ou d'une colonne de 121 pieds; en sorte que chaque pile se trouve encore douze fois plus forte qu'il est nécessaire pour supporter le poids dont elle est chargée.¹³⁰

Sin embargo, como hemos visto la resistencia de una fábrica puede ser, normalmente, hasta un orden de magnitud inferior a la de las piedras o ladrillos que la componen. Así pues, parece que desde el punto de vista resistente

129. J. R. Perronet "Mémoire sur la réduction de l'épaisseur...", *Oeuvres*, Paris: Didot, 1820 (1a ed. 1788), pág. 567.

130. *Ibidem*, nota 2.

las pilas estaban casi estrictamente dimensionadas.

7.4.5.d Cepas o contrafuertes

Para el dimensionado de las cepas (contrafuertes) de los puentes, Perronet abandona las reglas empíricas de sus antecesores y emplea el método de la Hire, corrigiendo el punto de rotura en los arcos rebajados (la Hire lo fijaba siempre a 45°) y situándolo en el punto de encuentro de los arcos de distinto radio.

Dimensionando los arcos por la fórmula más arriba citada, y suponiendo los riñones cargados hasta la clave Perronet calculó, en los años 1750-1752, unas tablas de espesores de contrafuertes para arcos de 1 a 100 metros. Estas tablas tuvieron gran difusión y fueron la base para el dimensionamiento de las cepas de los puentes hasta casi 100 años después.¹³¹

7.4.6 Influencia sobre los tratados españoles del XVIII

La mayoría de los tratados españoles de arquitectura y construcción de la segunda mitad del siglo XVIII, muestran una clara influencia de las prácticas y teorías de los tratadistas franceses, en particular de los que se han estudiado más arriba. Así, en la mayoría de los casos, a la hora de estudiar las teorías y métodos sobre construcción y dimensionamiento de bóvedas aplicadas en esa época en España, la cuestión se limita (con las excepciones más arriba estudiadas) a buscar el libro o libros de donde se han tomado éstas. Repasaremos los tratados españoles que nos han parecido más importantes por su contenido o difusión (en cuanto al tema que nos ocupa).

131. En su siglo ya fueron recogidas en uno de los tratados de arquitectura de más difusión: véase, J. F. Blondel y Patte *Cours d'Architecture*. Paris: Vve Desaint, 1777, Vol. 6, págs. 191-205, si bien Patte no cita su procedencia. Ya en el siglo XIX, continuaron empleándose: véase, por ejemplo, el libro de J. M. Sganzi *Programme ou résumé des leçons d'un cours de constructions, avec des applications tirées spécialement de l'art de l'ingénieur des ponts et chaussées*. 5a ed. Liege: Dominique Avanzo, 1840-44, uno de los manuales más populares del siglo pasado todavía las recoge.

7.4.6.a El padre Pontones

El tratado del padre Pontones no se llegó a publicar y solamente se conserva una copia manuscrita en la Biblioteca del COAM. La copia está muy cuidada, tanto el texto como las figuras y, parece dispuesta para pasar directamente a imprenta. Desconocemos los motivos por los que no se llevó a efecto.

De la consulta de la parte dedicada a la construcción y teoría de bóvedas, se deduce con claridad que la obra está inspirada en *La science des ingenieurs* y en la *Architecture Hydraulique*, ambas de Bélidor¹³², sin embargo, Pontones no se limita a copiar literalmente de sus fuentes, sino que expresa con frecuencia sus opiniones sobre los temas de que trata y alude con frecuencia a obras construidas en España.

A la vida de Fray Antonio Pontones le dedica Llaguno un apartado, y por lo que allí dice parece haber sido un constructor experimentado¹³³. El manuscrito, como aparece en la portada, se empezó a escribir en 1759 (solamente 6 años después de la publicación de la *Architecture Hydraulique*) y se terminó en 1768. El padre Pontones murió en 1774.

Sobre los conocimientos estructurales: elogio de los constructores góticos: Quizá la parte más interesante del libro sea la introducción donde el padre Pontones expone sus opiniones sobre el problema del dimensionamiento de las estructuras.

Critica, en primer lugar, el estado actual de conocimientos de los que trabajan en el campo de la construcción, y la ignorancia por sus contemporáneos de las leyes de la estática y del equilibrio:

... Ninguno sabe los principios, para hallar las fuerzas activas y resistentes, ignorase que grueso devan tener las murallas, para reforzar los terraplenes a las entradas y salidas de los Puentes, a las de los muelles y calzadas, a los pies derechos de las bobedas, para que

132. Op. cit. más arriba.

133. Llaguno, op. cit., vol. 4, págs. 310-311.

esten en equilibrio por su resistencia, con las pujanzas que estos diferentes trozos de fabrica, deven mantener...¹³⁴

Esta ignorancia, dice, lleva en muchas ocasiones a sobredimensionar las estructuras con el consiguiente gasto. Como Frézier es un admirador de los constructores góticos y pone sus estructuras como ejemplo:

...[las] obras [que] deven sacar toda su firmeza mas de las reglas del Arte que de la abundancia del material, pues si se conociera bien lo que es el mecanismo particular de este supuesto se levantarían edificios mas ayrosos que la mayor parte de aquellos que hacen tanto honor a los siglos pasados y no se percibiría cierta timidez quasi propia de las obras modernas: Parecian en esto mas inteligentes los antiguos Architectos: Si les faltavan reglas ciertas y demostradas, obraban con un juicio que participaba de ellas como acreditan los bellos monumentos que nos han dexado...¹³⁵

La admiración por la audacia y equilibrio de las iglesias góticas le lleva a suponer que los maestros góticos disponían de algún tipo de conocimientos que se perdieron. Esta hipótesis, ha sido compartida, como hemos visto, por otros autores, como Hasak¹³⁶ y Hertwig¹³⁷, pero creemos que aquí se enuncia por primera vez. Pontones tras examinarla la descarta y atribuye su éxito a la buena ejecución material y a la adecuada proporción de los contrafuertes.

...son sus Yglesias de una ligereza admirable, parece que se valian de algunos medios extraordinarios que se perdieron con ellos; sin embargo repárese bien y se hallará que todo lo mejor que han hecho no es otra cosa que el buen enlace de los materiales. La situacion y extension de los contrafuertes o estrivos de que usaban con tanto acierto, merecen la admiracion de las gentes que no saben a que atribuirlo por falta de conocer todo el merito de su efecto.¹³⁸

Por último, lanza un sarcástico ataque a los edificios de su época, por lo que el considera un derroche innecesario de materiales, y se maravilla de que en tan poco tiempo se haya perdido la capacidad de realizar estructuras

134. Op. cit. pág. 5.

135. Op. cit. pág. 6.

136. M. Hasak, "Haben Steinmetzen unsere mittelalterliche Dome gebaut?", *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 45, 1895, 183-218; 363-388.

137. A. Hertwig, "Aus der Geschichte der Gewölbe. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte." *Technikgeschichte*, Band. 23, 1934. pp.86-93.

138. Op. cit. págs. 6-7.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

de un coste razonable.

Algunos edificios de nuestros tiempos si causan admiracion, es verlos tan materiales que parecen haver acabado con todas las canteras del Pais. Es posible que el intermedio de algunos siglos haga los hombres tan opuestos sobre una misma cosa? jamas se confesare, en todo lo que se sabe admite el mas y el menos, haber un cierto punto fijo, del qual depende las mas perfecta execucion, que se puede llegar a conseguir.¹³⁹

Teoría de bóvedas: La teoría sobre las bóvedas que expone está sacada de *La science des ingenieurs* de Bélidor. Tanto el contenido como el orden de exposición son idénticos, excepto en que se han suprimido los ejemplos numéricos de aplicación, por considerarlos demasiado complicados, y solamente se mencionan las reglas algebraicas simplificadas.

Se muestra decidido partidario de aplicar este análisis a la hora de determinar el espesor de los contrafuertes:

Para dar las medidas a los gruesos de los pies derechos en los edificios que llevan arcos o bobedas, no se debe contar sobre la experiencia de sugetos sin theoria por mas versados que esten en la practica, sino tienen el exemplar para la imitación de otro semejante: por esto un viejo practico es siempre un viejo ignorante. Esto no es mas de un conocimiento que resulta de la theoria, porque la practica no puede jamas producirle, ni sacar mas que una razon de comparacion respecto a las obras que han visto executadas, en lo que estan sugetos a engañarse por poca variedad que encuentren. Con muchos años de exercicio no pudieron los artifices escusar las ruinas que experimentaron en sus fabricas antes de concluir las.¹⁴⁰

A continuación expone las reglas simplificadas de Bélidor:

...mas como el calculo Algebrico, en que establecen la demostracion es largo y mui compuesto de igualaciones, creo hacer mucho servicio los Artifices procurandoles soluciones mas simples, y mas propias para la practica de los menos estudiosos, recogiendo lo mejor que se halla establecido y proporcionandome a la claridad que deseo dirè lo que sea bastante a dar susceptible quanto conduce al intento, insinuando primero de que manera se hace el empujo en los arcos: manifestando si el concepto que se debe tener puede concordar con las reglas arbitrarias de muchos Maestros que proyectan cada uno diferentemente sobre su palabra la firmeza de los edificios.¹⁴¹

Puentes: La doctrina sobre los puentes, se recoge en el cap. III *Sobre los arcos de los puentes*, y está tomada de la *Architecture Hydraulique* de Bélidor. Pontones, tras lamentarse de la dispersión en la práctica habitual,

139. Op. cit. pág. 7.

140. Op. cit. págs. 67-68.

141. Op. cit. pág. 69.

recomienda las reglas empíricas que allí proponía Bélidor, incurriendo en la misma contradicción que éste al no aplicar el método de cálculo antes expuesto al problema de los contrafortes en los puentes.

En todos los puentes fabricados que tengo vistos se conoce que los Artífices nada tuvieron arreglado para determinar el grueso de los pilares cada uno executó segun su medida, los mas reflexivos dieron al pilar la quarta parte del diametro, algunos, la tercera, otros la mitad y la madura ignorancia llegó a dar tanta anchura a los pilares como tenían de diametro los arcos y se pueden ver en el puente de San Esteban de Gormaz y otros cuías ideas fueron con toda propiedad a mucho coste disparates de cal y canto.¹⁴²

Además, confecciona unas tablas que no aparecen en la obra de Bélidor, y que facilitan la aplicación de las reglas.

...y por que no se halle como hasta aqui burlado el mal de las prevenciones de su remedio pongo en las siguientes tablas facilitados los principales puntos para quales quiera proyectos, esto es el grueso correspondiente a los pilares, a las cepas y a la rosca o grueso que deven tener los arcos, calculados todos los diametros desde doce pies hasta ciento y veinte tanto para las bueltas semicirculares como elipticas ...¹⁴³

....
Tabla primera que muestra el grueso de los Pilares y Cepas para los Puentes segun todos los diametros de medio punto u semicirculares, desde doce pies hasta ciento y veinte juntamente el grueso de la bobeda o rosca de su buelta.¹⁴⁴

....
Tabla segunda que determina el grueso de los Pilares y Cepas para los Puentes segun todos los diametros Elipticos desde doce pies hasta ciento y veinte juntamente el grueso de la bobeda o rosca de su buelta.¹⁴⁵

7.4.6.b Rieger

Merece citarse aunque sea brevemente la obra del Padre Rieger. La primera edición se publicó en latín en 1756¹⁴⁶, pero ya en 1763 aparece la traducción al castellano¹⁴⁷.

142. Op. cit. pág. 123.

143. Op. cit. pág. 124.

144. Op. cit. págs. 132-139.

145. Op. cit. págs. 140-147.

146. Ch. Rieger, *Universae architecturae civilis elementa*. Viena, Praga, Trieste: Ioannis Thomae Trattner, 1756.

147. Ch. Rieger, *Elementos de toda la Architectura Civil, con las más singulares observaciones de los modernos...*, los quales aumentados por el mismo, da traducidos al castellano el P. Miguel Benavente, Maestro Mathematico en el mismo Colegio. Madrid: Joachim Ibarra, 1763.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

El tratado tuvo una gran poularidad en españa; al mismo tiempo sirve, para comprobar la internacionalidad en la época de que se trata, de los métodos y procedimientos constructivos para las fábricas.

En cuanto al tema que nos ocupa, el diseño estructural de bóvedas y contrafuertes, si hubiera que buscar una palabra para definirlo esta sería la de *ecléctico*. En su tratado se mezcla la antigua tradición de reglas proporcionales (citando, como no, la regla de Martínez de Aranda/Derand, véase Figura 7.23), con las nuevas reglas aritméticas deducidas de las hipótesis de La Hire y formuladas por Bélidor. Sin embargo, el espíritu es el mismo, se trata de dar una regla que permita dimensionar los contrafuertes a una persona sin conocimientos estructurales.

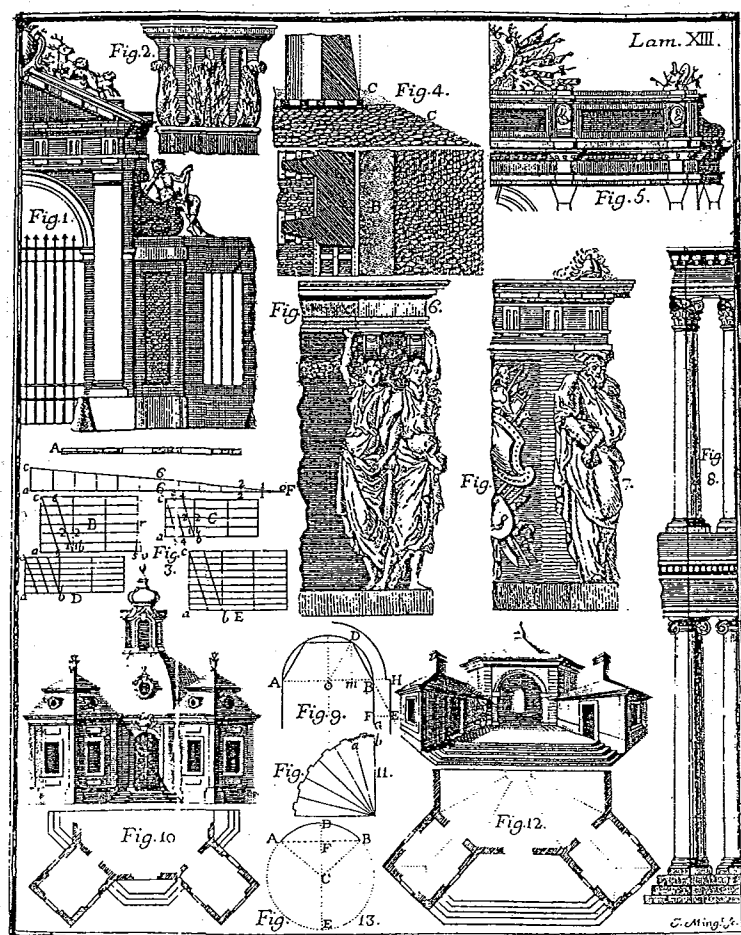


Figura 7.23. La regla de Martínez de Aranda/Derand en el tratado de Rieger

7.4.6.b Benito Bails

Benito Bails publica en los años 1779 y 1787 sus *Elementos de Matemáticas*,¹⁴⁸ obra enciclopédica en 10 volúmenes donde se pretende recoger todo el saber de la época. El volumen IX, parte I, corresponde a la Arquitectura Civil y es el que nos interesaba a efectos de la presente Tesis.

Como ya ha señalado Navascués en su introducción a la edición facsímil de 1983¹⁴⁹, el tratado tiene una fuerte influencia francesa. En efecto, siguiendo la tradición enciclopedista clásica, Benito Bails, se ha limitado a recoger de cada fuente, en forma casi literal, la parte correspondiente al esquema de su obra. El resultado es un 'collage' de porciones, a veces copiadas, a veces extractadas, de otros tratados franceses en su mayoría (a veces, emplea tratados españoles como por ejemplo Fray Lorenzo para las bóvedas tabicadas), singularmente los de Frézier¹⁵⁰ y, Blondel/Patte¹⁵¹.

En cuanto al problema estructural de las bóvedas tanto las láminas como los comentarios están entresacados en su mayor parte de este último. Como excepción, en el apartado de contrafuertes reproduce las fórmulas simplificadas de Bélidor, si bien no hace mención alguna de las hipótesis a partir de las cuales se deducen (a diferencia, por ejemplo, del Padre Pontones). Para su comentario, nos remitimos, pues, a los realizados a la hora de estudiar las fuentes originales.

148. B. Bails, *Elementos de Matemáticas*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Joachim Ibarra, 1787-1796. 10 tomos en 11 vols.

149. B. Bails, *Elementos de Matemáticas*. Murcia: C.O. Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1983. Vol. I, P. Navascués, *Estudio crítico*.

150. A. F. Frezier, *La théorie et la pratique de la coupe de pierres...*, op. cit. más arriba.

151. J. F. Blondel y P. Patte, *Cours d'Architecture ou Traité De la Décoration, Distribution et Construction des Bâtimens*. Paris: Chez Vve Desaint, 1771-1777.

7.6 La tradición inglesa: Juan Muller y la escuela de Woolwich

La historia de la influencia de las escuelas de ingeniería extranjeras sobre la formación teórica en el cálculo de estructuras de los arquitectos e ingenieros españoles del XVIII está, creo, todavía, por escribir. La consulta de los tratados y manuscritos españoles de la época revela, como hemos dicho, una clara influencia francesa. En este contexto, parece una anomalía la traducción, por Sánchez Taramas, y su publicación en España en el año 1769 del tratado de John Muller¹⁵² de la escuela militar inglesa de Woolwich¹⁵³.

La tradición inglesa de la enseñanza de la ingeniería es completamente diferente a la francesa. En cuanto a la teoría de arcos y bóvedas, podemos decir exactamente lo mismo. Puede decirse que la escuela inglesa ha ido siempre detrás de la francesa en este terreno y la historia de la teoría estructural de las bóvedas (expuesta en la introducción) así lo confirma.

La obra de Muller acusa, sin embargo, una fuerte influencia de las obras de Gautier y de Bélidor, si bien él reinterpreta sus teorías de forma personal, aunque con una corrección teórica más que dudosa.

El enfoque teórico de Muller conduce a unos resultados todavía más conservadores que los obtenidos por la aplicación de la teoría de la cuña de La Hire, popularizada por Bélidor.

Merece destacarse la publicación de la quizá, primera tabla 'científica' para el dimensionamiento de las cepas o contrafuertes de los puentes (véase Figura 7.24.). Sin embargo, a la hora de diseñar los arcos recurre a la regla

152. J. Muller *Tratado de Fortificación ó Arte de construir los Edificios Militares, y Civiles. Escrito en ingles por Juan Muller. Traducido en castellano, dividido en dos tomos, y aumentado con notas, adiciones y 22 láminas finas sobre las 26 que ilustran el original por D. Miguel Sánchez Taramas, Capitán de Infantería e Ingeniero Ordinario de los Exercitos de S. M., actualmente empleado en la enseñanza de la Real Academia Militar de Mathematicas establecida en Barcelona.* Barcelona: Thomas Piferrer, 1769. 2 vols.

153. Sobre esta academia véase el capítulo X 'Woolwich Academy' en H. I. Dorn *The Art of Building and the Science of Mechanics. A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England.* Ph.D.: Princeton University, 1970, pp. 138-148.

la regla empírica de Gautier, en exceso conservadora y superada, en breve por la regla de Bélidor que, como hemos visto, tuvo una vigencia de 100 años.

El libro está enriquecido por los comentarios de Sánchez Taramas y por su descripción de numerosos puentes y obras de ingeniería españolas.

	6	9	12	15	18	21	24
20	4.574	4.918	5.165	5.350	5.492	5.610	5.698
25	5.490	5.913	6.216	6.455	6.645	6.801	7.930
30	6.386	6.816	7.225	7.513	7.746	7.939	8.102
35	7.258	7.786	8.200	8.532	8.807	9.037	9.233
40	8.113	8.691	9.148	9.523	9.835	10.101	10.328
45	8.965	9.579	10.077	10.489	10.837	11.136	11.394
50	9.805	10.454	10.987	11.435	11.817	12.146	12.434
55	10.640	11.245	11.882	12.364	13.019	13.149	13.218
60	11.400	12.110	12.718	13.281	13.723	14.109	14.314
65	12.265	13.025	13.648	14.185	14.654	15.082	15.433
70	13.114	13.869	14.517	14.949	15.573	16.011	16.400
75	14.000	14.705	15.336	15.965	16.480	16.940	17.354
80	14.747	15.542	16.234	16.842	17.381	17.864	18.298
85	15.513	16.328	17.041	17.674	18.237	18.742	19.198
90	16.373	17.201	17.929	18.578	19.157	19.679	20.152
95	17.184	17.826	18.772	19.438	20.036	20.577	21.068
100	17.991	18.848	19.610	20.293	20.908	21.466	21.976

MULLER / TARAMAS (1769)

Figura 7.24. Tabla de Muller para el dimensionado de las cepas de los puentes. La primera línea horizontal expresa la altura de los pilares desde 6 hasta 24 pies. La primera columna de la izquierda contiene la luz de los arcos desde 20 hasta 100 pies.

INVENTARIO DE REGLAS EMPIRICAS

Tercera parte

Validez de las reglas empíricas

8. VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS TRADICIONALES

8.1. Introducción: Galileo y el Principio de Semejanza

El trabajo de investigación realizado en la Segunda Parte de esta Tesis ha puesto de manifiesto que los arquitectos, constructores e ingenieros, en los siglos XV al XVIII, empleaban reglas estructurales para determinar las dimensiones de los elementos estructurales fundamentales en sus estructuras abovedadas de fábrica.

La gran mayoría de estas fórmulas son "proporcionales", es decir, producen formas "semejantes" en sentido geométrico; dan, por ejemplo, el espesor de un contrafuerte para un arco dependiendo de su curva intradós pero independientemente de su tamaño. En otras palabras, ellos creían implícitamente en la existencia de una "ley de semejanza": una forma estructural válida es correcta independientemente de su tamaño.

Sin embargo, Galileo demostró la imposibilidad de la existencia de un principio de este tipo¹. Su razonamiento es brillante y claro: en las estructuras que soportan como carga principal su propio peso, como por ejemplo los animales y los edificios de fábrica, la carga muerta crece como el cubo de las dimensiones lineales mientras que la sección de las partes de la estructura crece como el cuadrado, por ello, las tensiones crecen linealmente con el tamaño² y los elementos estructurales deben hacerse, en proporción, más gruesos. La figura 8.1 (a) muestra la ilustración de Galileo sobre el efecto

1. Galileo Galilei *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove scienze*. Leiden: 1688. pp. 233 y ss. Hemos manejado la traducción española de C. Solís y J. Sádaba, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Madrid: Editora Nacional, 1976

2. "De lo que se ha demostrado hasta el momento, como podéis ver, se infiere la imposibilidad de poder, no sólo en el arte sino en la misma naturaleza, aumentar los mecanismos hasta dimensiones inmensas, de modo que sería imposible fabricar naves, palacios o templos enormes...". Galileo, op. cit., pág. 169.

de los cambios de tamaño sobre el hueso de un animal³.

El razonamiento de Galileo ha alcanzado el rango de ley, la ley del "cubo-cuadrado" en el diseño de estructuras. Dicha ley ha determinado la actitud de los ingenieros y los arquitectos sobre los efectos de los cambios de escala en el diseño de estructuras, y la de los historiadores de la construcción y de la ingeniería civil hacia las reglas proporcionales tradicionales⁴.

A pesar de la veracidad de las afirmaciones básicas de Galileo, las estructuras de obra tradicionales parecen ser muy semejantes, independientemente de su tamaño. En la figura (8.1.b) hemos aplicado la ley del cubo-cuadrado de Galileo a un tipo de cúpula muy popular en el renacimiento italiano⁵, de la misma manera que lo hizo Galileo con los huesos de animales. La cúpula tiene un diámetro interior de 14 metros; si multiplicamos este diámetro por tres obtendríamos una cúpula con un diámetro de 42 m. Hemos dibujado a escala esta cúpula con las dimensiones que resultan con la ley de Galileo.

En la Figura 8.2 comparamos las proporciones de una cúpula obtenidas por la ley de semejanza, (b), con la cúpula obtenida aplicando la ley cubo-cuadrado, (a), y con dos cúpulas que tienen 42 m (es decir que triplican casi

3. "Para poner un breve ..., dibujemos la figura de un hueso alargado solamente tres veces más de lo que era, pero habiendo aumentado su grosor en tal proporción que pudiese realizar en el animal grande la función que correspondería al hueso más pequeño también en el animal más pequeño. Por las figuras podéis ver qué desproporcionada es la figura del hueso agrandado. De aquí se deduce que quien quisiera mantener, en su inmenso gigante, las proporciones que se dan entre los miembros de un hombre normal, tendría o bien que encontrar un material mucho más duro y resistente para formar así los huesos, o bien que admitir una disminución de su potencia en relación con la de los hombres de estatura normal; de otro modo, si su altura creciese de manera desmesurada, acabaría derrumbándose bajo su propio peso." Galileo, op. cit., págs. 169-170.

4. La actitud general señala la imposibilidad de deducir reglas válidas debido a la ignorancia de las leyes de la estática. Véase, por ejemplo: W. P. Parsons *Engineers and Engineering in the Renaissance*, Cambridge, The MIT Press, 1965 (reprint of 1939 edition), pp. 481; R. J. Mainstone *Developments on Structural Form*, Harmondsworth, Penguin, 1983, pp. 284; H. I. Dorn "The Art of Building and the Science of Mechanics: An Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England." Ph.D. Princeton University, 1970, pag. 50-51; E. Benvenuto *La Scienze della Costruzione ed il suo sviluppo storico*. Firenze, Sansoni, 1982, pp. 234-235.

5. La sección corresponde a la iglesia Saint Viaggio en Monte Pulciano, Italia.

exactamente el tamaño de la primera): San Pedro de Roma (c), y Santa Maria de Fiore en Florencia (d).⁶ Aunque las tres cúpulas no tienen exactamente la misma forma, ni el mismo tipo de construcción, es evidente que la "ley de semejanza" parece funcionar mucho mejor que la ley cubo-cuadrado.

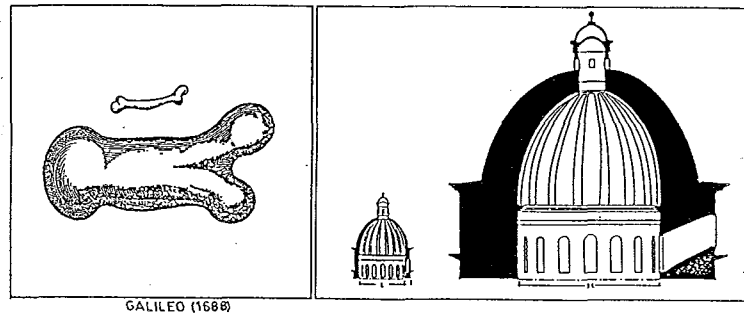


Figura 8.1. Ley de Galileo y su aplicación a una cúpula de fábrica

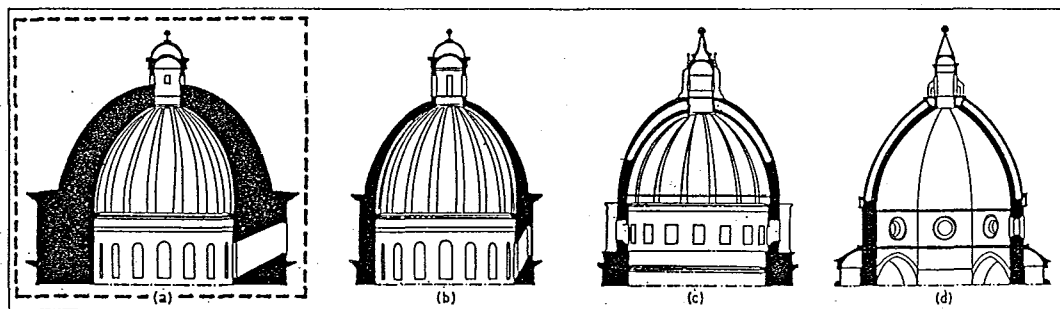


Figura 8.2. Comparación entre la ley de semejanza y la ley de Galileo

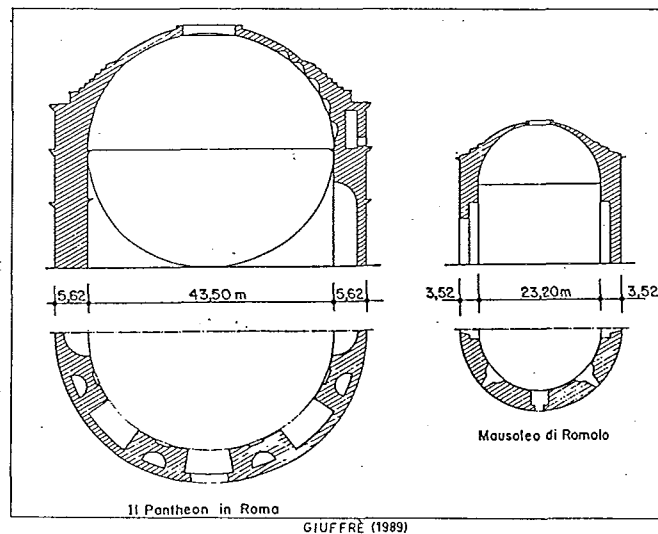


Figura 8.3. Ley de semejanza en cúpulas romanas.

6. Las dimensiones y las secciones de las citadas cúpulas se han tomado de J. Durm, *Die Baukunst der Renaissance in Italien*. Leipzig: 1914.

Puede hacerse una comparación del mismo tipo con otras estructuras de obra existentes, tales como las catedrales góticas, las cúpulas bizantinas o romanas (véase Figura 8.3)...etc. con los mismos resultados.

En el caso de los puentes y de las torres y chimeneas de fábrica parece que funciona una "ley inversa", y los puentes y torres se vuelven más esbeltos cuando aumentan en tamaño (véanse las Figuras 8.4 y 8.5)⁷. Parece, pues, que las afirmaciones de Galileo deben ser revisadas. Trataremos de hacerlo desde un planteamiento lo más general posible.

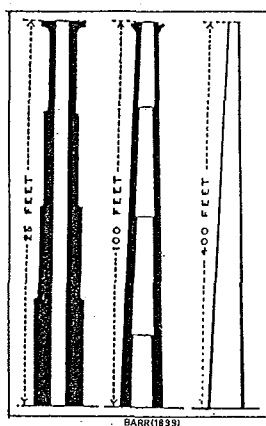


Figura 8.4. Comparación de chimeneas de distintos tamaños

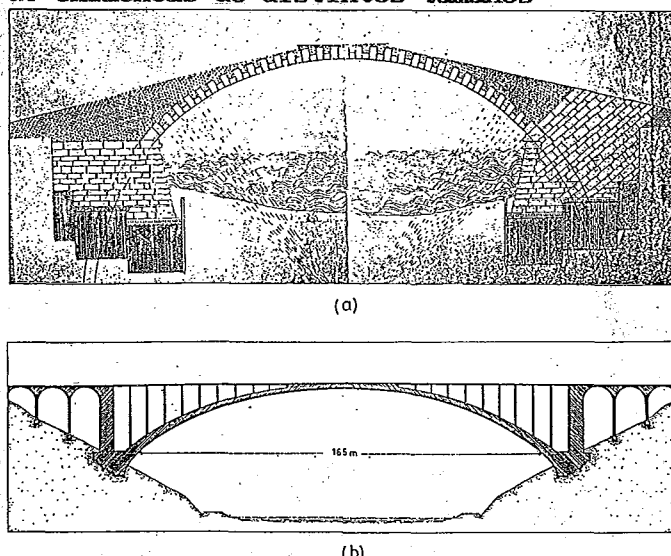


Figura 8.5. Comparación de puentes de distintos tamaños. Los dos puentes de la figura tienen aproximadamente la misma relación flecha/luz. (a) Puente de Rialto, Florencia, siglo XVI. Material: piedra; Luz = 26 m; canto/luz (clave) = 1/25. (b) Proyecto para el Viaduc du Bernand. Freyssinet ca. 1910. Material: hormigón en masa. Luz = 165 m; canto/luz (clave) = 1/72.

7. Véase: A. Barr, *Address on the Application of the Science of Mechanics to Engineering Science*. London: The Institution of Civil Engineers, 1899, de donde se ha tomado la figura.

8.1.1 Efectos de los cambios de escala: el Principio de Semejanza

Galileo fue el primero en estudiar los efectos de los cambios de tamaño en las estructuras. Sus estudios permanecieron casi olvidados durante unos 200 años⁸. A finales del siglo XIX este tema empezó a despertar el interés de algunos científicos, ingenieros y biólogos, que trataron de resolver problemas físicos muy complejos usando modelos, o, en el caso de los biólogos, que estudiaban los efectos del tamaño sobre la morfología de los animales y las plantas. Finalmente, estas investigaciones 'prácticas' y los trabajos teóricos de físicos y matemáticos sobre la homogeneidad de las ecuaciones físicas condujeron a la creación de una nueva disciplina el "análisis dimensional"⁹.

Estamos interesados aquí por un apartado de esta disciplina, "el principio de semejanza". Consiste en aplicar las leyes del análisis dimensional a comparar dos sistemas geoméricamente semejantes; en palabras de lord Rayleigh "la influencia de la escala sobre los fenómenos dinámicos y físicos"¹⁰. La teoría de modelos pertenece a este capítulo del análisis dimensional.

Esta clase de razonamiento asociado con el principio de semejanza es extremadamente potente y permite obtener rápidamente información acerca de un fenómeno. Citando, de nuevo, a lord Rayleigh: "ocurre con frecuencia que un razonamiento sencillo fundado sobre este principio nos dice aproximadamente lo mismo que obtendríamos de una investigación matemática exitosa."¹¹

8. Después de Galileo, Borelli, *De Motu Animalium*, 1685, aplicó el mismo enfoque para demostrar que el hombre nunca podría volar y para explicar porqué los animales pequeños saltan más. Véase: D'Arcy W. Thompson, "Galileo and the principle of Similitude.", *Nature*, Vol. 95, 1915, pp. 426-427. Isaac Newton en su *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687, Libro II, Sección VII, Prop. XXXII, Teorema XXVI, aplicó este principio por primera vez a un problema dinámico, el movimiento de dos cuerpos geoméricamente semejantes. Véase: G. Greenhill, "Mechanical Similitude.", *Mathematical Gazette*, Vol. 8, 1916, pp. 229-233.

9. Para un excelente resumen sobre el nacimiento y desarrollo histórico de esta disciplina, véase: J. Palacios, *Análisis Dimensional*, Madrid, 1964, pp. 9-17.

10. J. W. S. Rayleigh, J.W.S. "The Principle of Similitude." *Nature*, Vol. 95, 1915. pp. 202-203. (La traducción es mía.)

11. *Ibidem*. (La traducción es mía.)

8.1.2 Estructuras semejantes

Los campos principales de aplicación del principio de semejanza son la mecánica de los fluidos, la transferencia de calor y materia... y, en general cualquier disciplina donde la complejidad del fenómeno hace necesarios los experimentos con modelos. En edificación la teoría y métodos del análisis dimensional se han aplicado a la realización de ensayos sobre modelos; pero en su mayor parte se ha dedicado a casos particulares y no ha sacar conclusiones generales de diseño.

Sin embargo, el uso de este principio permite la formulación de conclusiones muy generales referentes al diseño de estructuras o, y esto es muy importante en la práctica constructiva, a inferir nuevas soluciones de otras ya existentes. Las contribuciones en este sentido son muy escasas.

El primer caso de aplicación sistemática de esta forma de razonamiento aparece en la obra de Rankine "Manual of Applied Mechanics"¹², antes incluso de la formalización del Análisis Dimensional como tal disciplina. En este importante libro Rankine trata de deducir sistemáticamente factores de forma adimensionales que le permitan sacar conclusiones de diseño en función del tamaño. Es particularmente interesante su "método de proyección paralela" que permite, dada una estructura, sacar conclusiones sobre su proyección sobre cualquier plano. Rankine aplicó este método a puentes colgantes, estructuras trianguladas y estructuras de fábrica. Posteriormente discutiremos las consecuencias de la aplicación del método a los arcos y bóvedas de fábrica. Entre

12. W. J. M. Rankine, *A Manual of Applied Mechanics*. London: 1855. (Hemos manejado la 3a edición de 1868). Su segundo libro, *A Manual of Civil Engineering*. London: 1861 (hemos empleado la 2a ed. 1863), aplica las consideraciones teóricas del primero a problemas prácticos de ingeniería. Sin duda se trata de dos de los libros más importantes sobre teoría de las estructuras en el siglo XIX. En palabras de Timoshenko: "Since their appearance, these books have seen many new editions [hemos contado más de 20 en el catálogo de la Library of Congress] and even now they are not completely superseded." *History of Strength of Materials*. New York: 1953, pág. 198.

la escasísima bibliografía sobre el tema, merecen destacarse también las contribuciones de Thomson¹³ y Barr¹⁴.

En el resto de esta Tercera Parte se hace un estudio de la estabilidad de los arcos bóvedas y cúpulas de fábrica, así como de sus contrafuertes, y de los efectos de los cambios de escala, empleando los métodos y razonamientos deducidos del *principio de semejanza*, con vistas a discutir las reglas empíricas y métodos empleados por los antiguos constructores. Estas consideraciones deben arrojar nueva luz sobre el proyecto y la interpretación histórica de las estructuras de fábrica¹⁵.

8.2 Arcos de fábrica

Consideraremos en primer lugar el caso de los arcos de fábrica (ó bóvedas de cañón). Consideremos un arco, sujeto a su propio peso, y supongamos que hemos definido su geometría de forma que podemos modificar la escala. Hemos definido por ejemplo la línea media del arco y una ley de variación del espesor. Para que este arco sea "seguro" se tendrán que cumplir ciertas condiciones referentes a la resistencia, deformación y estabilidad.

Las dos primeras, que corresponden a la aplicación de la teoría elástica, imponen que el material no debe alcanzar cierto nivel de tensión considerado "inseguro" o inadmisible, y que las deformaciones no deben superar un

13. J. J. Thomson, "Comparisons of Similar Structures as to Elasticity, Strength, and Stability." *Transactions of the Institution of Engineers and Shipbuilders of Scotland*, 1875. Publicado también en J. Thomson *Collected Papers in Physics and Engineering*. Cambridge: At the University Press, 1912, págs. 361-372.

14. A. Barr *Address on the Application...*, op.cit. más arriba, y A. Barr, "Comparisons of Similar Structures and Machines.", *Transactions of the Institution of Engineers and Shipbuilders of Scotland*, Vol. 42, 1899, págs. 322-260, lám. 20.

15. El carácter fundamentalmente correcto del enfoque tradicional con relación a los principios del análisis a rotura de las estructuras de fábrica, ha sido resaltado en varias ocasiones por J. Heyman. Véase, por ejemplo: "Beauvais Cathedral." *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 40, 1967/68, pp. 15-35; "On the Rubber Vaults of the Middle Ages." *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 71, 1968, pp. 177-188. Véase también la excelente exposición de J. Gordon, *Structures* (Harmondsworth: 1977), Cap.9 "Walls, arches and dams", pp. 171-197.

cierto umbral que impida el uso adecuado de la estructura.

La tercera, que corresponde a la aplicación del análisis límite, fija algunas restricciones referentes a la posición de la línea de empujes. Como hemos visto en la Primera Parte, para que el arco sea estable debe ser posible dibujar al menos una línea de empujes, compatible con las cargas, en su interior. Esto conduce, en general, dada la no coincidencia entre la directriz y la línea de empujes, a un "límite inferior" para el espesor, es decir, una "forma límite", para un sistema de cargas dado (véase Figura 8.6 (a)). Podemos aplicar entonces un "factor geométrico de seguridad" estableciendo que la línea de empujes deberá pasar siempre dentro de una cierta fracción del espesor, digamos $1/3$ o $1/4$ ¹⁶ (véase Figura 8.6 (c)).

Las condiciones mencionadas anteriormente deben cumplirse simultáneamente. El diseño definitivo está determinado por la condición más restrictiva. Estudiaremos primero el caso con sólo peso propio y después trataremos el efecto de las cargas vivas.

8.2.1 Peso propio

En este caso, la posición de la línea de empujes esta determinada por la forma geométrica de la estructura y, por ello, su forma límite es independiente de la escala. La aplicación del factor geométrico de seguridad da origen a formas semejantes. Sin embargo, con respecto a la tensión, el aumento de espesor es una función lineal del tamaño. Es mejor ver el efecto de ambos factores por medio de un ejemplo. Supongamos que tenemos un arco de espesor constante y una cierta directriz, y que conocemos su forma límite. En este caso puede representarse por un solo factor de forma, la relación espesor/luz (c/L) que llamaremos "esbeltez del arco".

16. Véase: J. Heyman *The Masonry Arch*. Chichester: 1982, y la discusión correspondiente en la Primera Parte de esta Tesis.

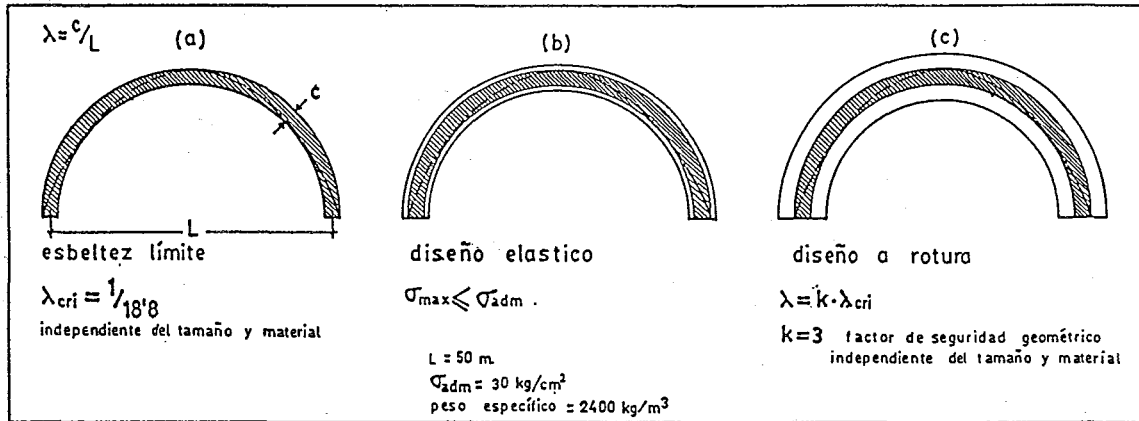


Figura 8.6. Diseño de un arco semicircular: métodos elástico y a rotura

Tomamos este "arco límite" como punto de partida para el diseño. Para un cierto valor del vano la condición elástica impone un aumento del espesor hasta alcanzar el valor admisible para la tensión en el punto más desfavorable (figura 4(b)). Si dibujamos una curva que relaciona la esbeltez del arco (c/L) con la luz (L) obtenemos la curva E en la Figura 8.7, que muestra el aumento del espesor cuando aumenta el vano.

En la condición de rotura o límite, el factor geométrico de seguridad mencionado anteriormente, produce una línea recta horizontal R (Figura 8.7). La zona de seguridad está por encima de estas dos líneas. El punto de intersección representa la dimensión en la que el diseño a rotura deja de ser el más restrictivo.

Este punto marca el intervalo válido de aplicación de las reglas proporcionales para el diseño de los arcos. Su posición depende de la forma del arco, y del peso específico y de la tensión admisible del tipo de fábrica elegido.

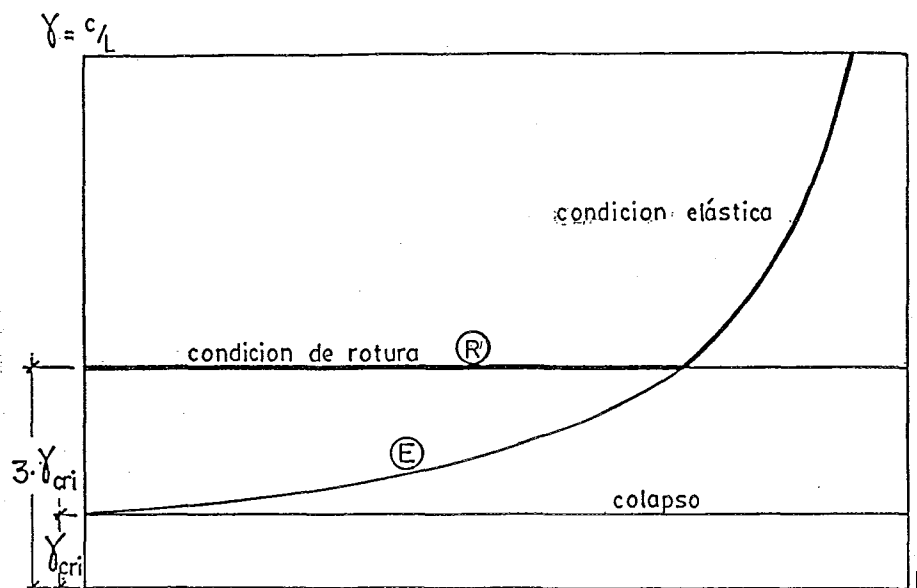


Figura 8.7. Diseño elástico y a rotura de un arco

En la Figura 8.8 hemos dibujado las mismas curvas para los dos arcos de fábrica mas corrientes: un arco semicircular exento, y con relleno hasta la clave. La esbeltez límite es para el primero es $1/18.8$ y para el segundo $1/44$, aplicando un factor geométrico de 3 obtenemos aproximadamente $1/6$ y $1/14$. Estas líneas horizontales cortan las curvas correspondientes para el proyecto elástico en valores para el vano de 82 y 106 m respectivamente (tensión admisible = 30 Kg/cm^2 ; peso específico del arco = 2200 kg/m^3 ; peso específico del relleno = 1800 kg/m^3)¹⁷. Como las tensiones aumentan linealmente con las dimensiones, estos resultados pueden extrapolarse fácilmente para otras tensiones admisibles (mayores o menores).

Como puede verse fácilmente, el punto crítico esta bastante por encima de las dimensiones normales de las estructuras de fábrica construidas con esta forma, puesto que los mayores arcos semicirculares construidos tienen un vano inferior a 60m^{18} .

17. Los cálculos se han realizado teniendo en cuenta las siguientes simplificaciones: a) la línea de empujes no sufre una variación significativa en su forma debido al incremento del espesor; b) la distribución de tensiones es rectangular debido a la plastificación de la fábrica.

18. Para un inventario exhaustivo de todos los grandes arcos de más de 40 m. de luz, véase la monumental obra de P. Sejourné, *Grandes Voûtes*. Bourges: 1913-1916, 6 vols.

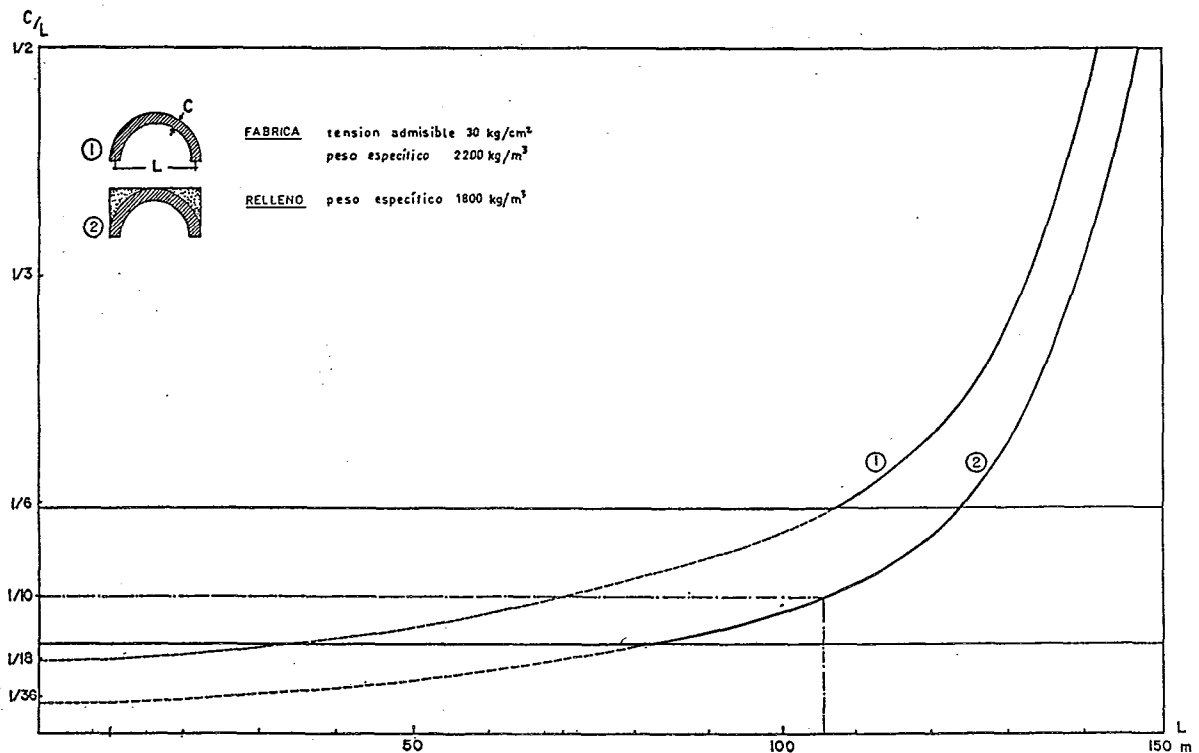


Figura 8.8. Posición del punto crítico para arcos semicirculares

El mismo tipo de consideraciones pueden hacerse para los otros tipos de arcos tradicionales (ojivales, carpaneles, elípticos,...) que se encuentran en la arquitectura histórica. En general, la forma impuesta por la estabilidad produce un bajo nivel de tensión para un intervalo de dimensiones que comprende fácilmente toda la arquitectura de fábrica edificada hasta la fecha.

Por tanto, para todas las estructuras en las que la acción fundamental es el peso propio, las bóvedas de fábrica de las iglesias y catedrales, y, en general, de los edificios, el uso de las reglas proporcionales, es decir de factores de forma adimensionales, es un método de diseño racional y seguro.

El medio mas sencillo de especificar estos parámetros de forma para un sistema de estructuras semejantes es dar un serie de fracciones. Esto es

precisamente lo que hicieron los maestros de obra tradicionales. Como hemos visto en la Segunda Parte, los maestros de obra góticos expresaron de esta manera la relación espesor/vano para los nervios de las bóvedas de crucería y este tipo de reglas para el proyecto de arcos y bóvedas ha sido usado hasta nuestro siglo (puede encontrarse en muchos manuales de ingeniería y construcción). Así, pues, las reglas proporcionales "pueden ser válidas". Más adelante veremos cuál es su campo de aplicación.

8.2.2 Cargas vivas

Consideraremos ahora la acción de una carga puntual P que puede colocarse en cualquier punto a lo largo del arco. En este caso, podemos obtener para un cierto valor y posición de P , y un determinado valor del vano una esbeltez límite para el arco; llamaremos a esta carga que produce el colapso en esas condiciones "carga crítica". Al variar la posición de P varía también el valor de la esbeltez límite; el máximo de estos valores representa la esbeltez límite de diseño para la carga crítica P y la luz L .

Esta esbeltez sera mayor que los valores correspondientes con sólo peso propio, y por eso se debe aumentar en forma correspondiente el espesor del arco.

¿Cómo variará la carga crítica P en estructuras semejantes de distintos tamaños? Para estudiar esta variación para una forma de arco dada en relación con el tamaño podemos utilizar con gran provecho los métodos del análisis dimensional. Las variables que intervienen en el problema son: la carga puntual P , la luz del arco L , y el peso específico μ de la fabrica (en el supuesto de que el arco y el relleno son del mismo material). El análisis dimensio-

nal da la siguiente ecuación¹⁹ :

$$P = \mu L^2 \Phi(w_1, w_j, \dots)$$

donde Φ es una función de w_1, w_j, \dots factores de forma deducidos de la geometría del arco y de la posición de las cargas. Hemos supuesto que P es una fuerza que actúa por unidad de longitud perpendicular al plano del arco. Si P es una carga puntual actuando sobre un arco de ancho dado será proporcional a L^3 .

En dos arcos semejantes de diferente material se verifica:

$$\frac{P}{P'} = \frac{\mu L^2}{\mu' L'^2}$$

si son del mismo material:

$$\frac{P}{P'} = \frac{L^2}{L'^2}$$

En el primer caso, las cargas críticas son proporcionales a los pesos específicos y a las dimensiones de la luz al cuadrado es decir, a los pesos de los arcos (puesto que estamos considerando una sección entre dos planos paralelos). En el segundo caso las cargas puntuales críticas son proporcionales a la relación de semejanza al cuadrado.

Aunque el análisis dimensional no dice nada de la forma de la función Φ el resultado es importante porque permite fácilmente la extrapolación de un caso particular. Podemos obtener el valor de Φ para un caso dado:

$$\Phi(w_1, w_j, \dots) = \frac{P_1}{\mu_1 L_1^2}$$

y después obtener el valor para una estructura semejante de distinto material (μ_2) y tamaño (L_2)²⁰.

19. We have followed the method given in J. Palacios, *Análisis Dimensional*, Madrid, 1964, pp. 78 and ff. and 113-114.

20. Heyman ha obtenido el valor de la función Φ para el caso de una carga puntual P situada a un cuarto de la luz. Su planteamiento es menos general que el aquí propuesto. Véase: J. Heyman "The estimation of the strength of masonry arches." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 69, 1980, pp. 921-937, y, *The Masonry Arch*. Chichester, Chichester: Ellis Horwood, 1982, pp. 72-78.

VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS

Es evidente, por la forma de la ecuación, que cualquier par de valores (Φ, P) , (P, L) ó (Φ, L) define los restantes, para un material dado. Para ver la variación en un caso concreto en la Figura 8.9. hemos dibujado los resultados para un arco semicircular de espesor constante con la carga P aplicada en la clave.

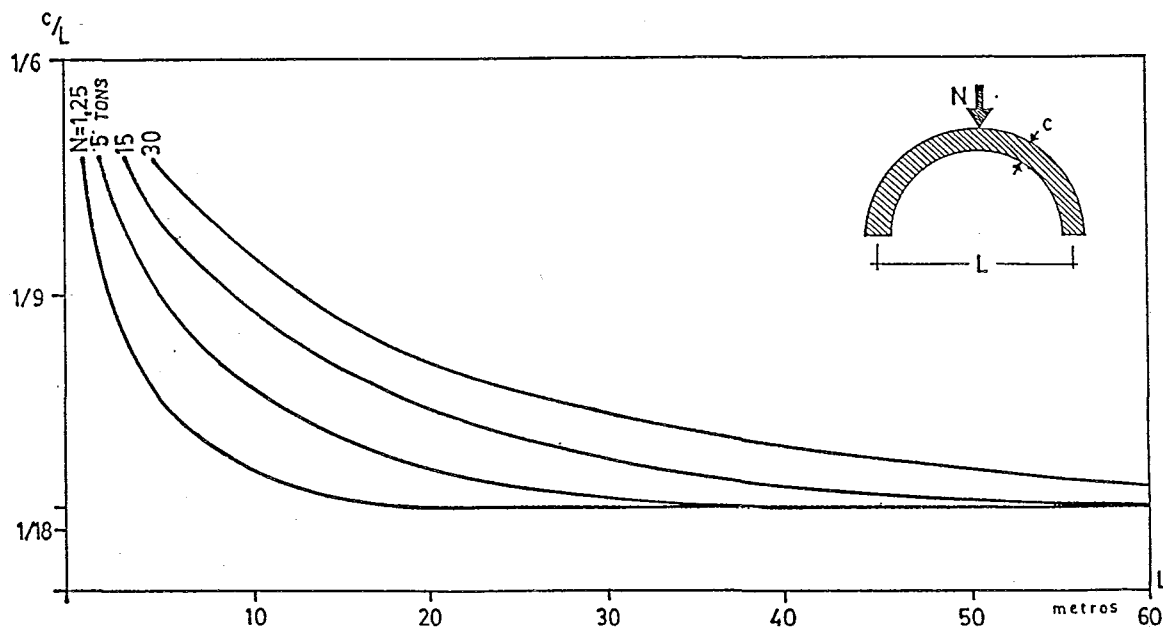


Figura.8.9. Esbeltez crítica de un arco con carga puntual en su clave

Podemos ahora hacer algunas consideraciones sobre los efectos del cambio de tamaño en estructuras semejantes con una carga puntual que supondremos constante.

Para estructuras semejantes del mismo material, para obtener el mismo grado de estabilidad, P debe de variar con la inversa del cuadrado de la razón de semejanza.

Sin embargo, en la practica normal, no es este el caso, y el valor de P depende de la situación y del uso de la estructura.²¹ Podemos, entonces, considerar P como una constante, para cada tipo de vía de comunicación. En

21. Efectivamente, en el caso de los puentes se estudia el efecto de una carga puntual que representa la carga máxima que, se supone con un grado de probabilidad suficiente, puede pasar por encima.

este caso, es fácil ver que si tenemos un arco estable cualquier arco semejante de mayor tamaño, sera "más estable" puesto que la línea de empujes se desviaría mucho menos de su directriz.

En efecto, desde el punto de vista de la estabilidad, cuando mayor sea el puente más esbelto puede hacerse, como ya habíamos observado en la Figura 8.4 sobre dos ejemplos concretos. Este tipo de "ley inversa" se aplica también en el caso de las torres de obra sujetas al viento (véase la Figura 8.5 más arriba). La única verificación sería comprobar que el nivel de las tensiones no sube por encima del nivel admisible del material.

Como hemos visto, las reglas empíricas usadas en el proyecto de puentes dan todas para arcos semejantes, una disminución relativa del espesor al aumentar el tamaño. En la Figura 8.10 hemos representado las reglas bien conocidas de Perronet, Croizette-Desnoyers y Dupuit²². Compárese también con la Figura 7.15., donde se ha representado la regla empírica de Gautier. También se ha representado la regla dada por Martinez de Aranda²³. La regla se aplica explícitamente solo a arcos con dimensiones en un intervalo dado.

Por el contrario, un arco de menores dimensiones necesitaría una verificación completa de su estabilidad. Sin embargo, si conocemos la carga crítica del arco original, podemos calcular inmediatamente la carga crítica del nuevo arco. En el caso en que las dos cargas puntuales no fueran las mismas (distintos tipos de vías de comunicación), en ocasiones esta verificación sería suficiente. En este caso, evidentemente, no es necesaria la comprobación de los niveles tensionales.

22. Véase: P. Croizette-Desnoyers, *Cours de Construction des Ponts*. Paris, Dunod, 1885, Vol.2, pp. 1-30; J. Dupuit, *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie*. Paris, Dunod, 1870, pp. 169-197. Para un punto de vista 'elástico', véase: M. Davidesco, "Examen critique des formules employées pour déterminer l'épaisseur a la clef des voûtes en maçonnerie." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1906, pp.247-253.

23. Véase página 135 más arriba.

VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS

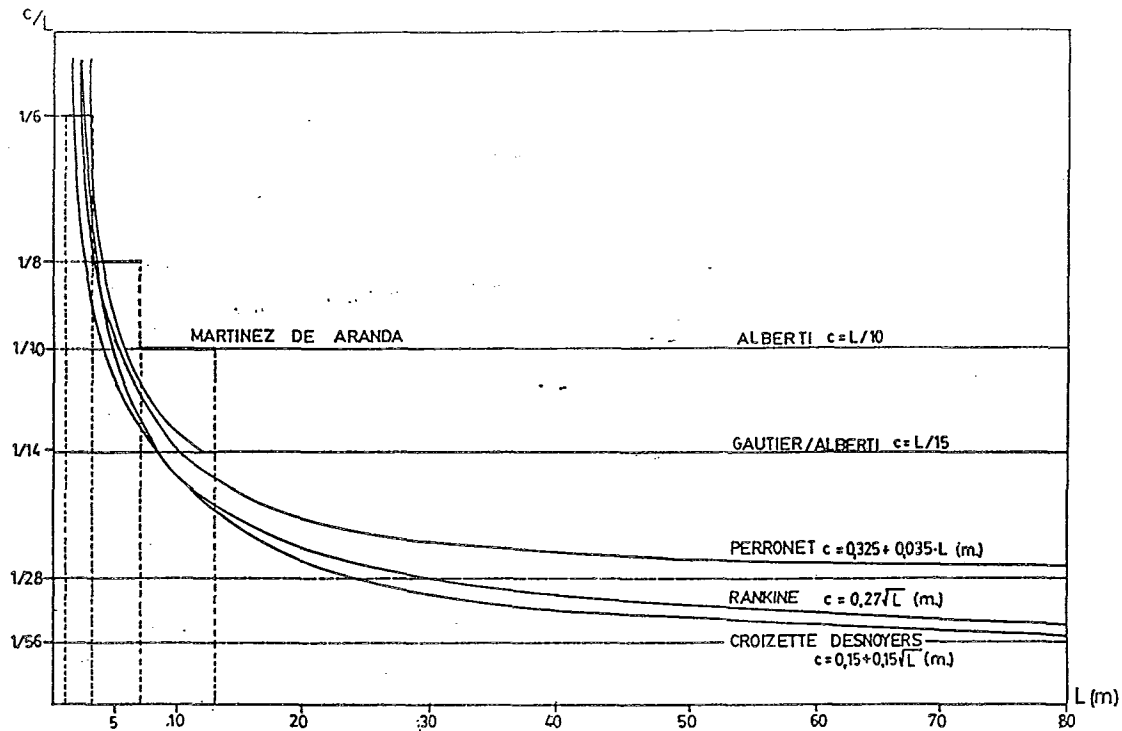


Figura 8.10. Reglas empíricas para dimensionamiento de puentes de fábrica

Esto parece invalidar las reglas de proporcionalidad para el caso en que las cargas puntuales son significativas, como en el caso de los puentes, en el que para cada tamaño podemos encontrar una solución única. Sin embargo, serían válidas si representaran un límite superior de la esbeltez para las cargas mas desfavorables. Esta es la situación en la mayoría de los casos de la esbeltez de los puentes romanos y del renacimiento comprendida normalmente entre $1/8$ y $1/12$ del vano.

Hemos visto que la regla de Alberti, véase Figura.5.22 (pág. 154), empleaba este enfoque proporcional. Quizá, el método mas racional y que permitiría aprovechar el uso de formas semejantes, es el de Martínez Aranda, también usado por Gauthey, definiendo relaciones sencillas para ciertos intervalos de las dimensiones.

8.2.3 Límites de tamaño

El límite de tamaño para un arco de fábrica depende, fundamentalmente, de la tensión admisible y peso específico del material, y de la forma del arco. Aplicando de nuevo el análisis dimensional obtenemos:

$$\sigma_{\max} = \Phi(w_1, w_2, \dots) \mu L$$

donde σ_{\max} es la tensión máxima, μ es el peso específico del material, L es el vano y $\Phi(w_1, w_2, \dots)$ es una función de los factores de forma. El valor de Φ puede usarse para medir la eficacia de distintas formas de arcos.

La cuestión de cuál sería la luz máxima que puede cubrir un arco de fábrica ha preocupado a los ingenieros desde el principio del análisis estructural. Ingenieros eminentes como Perronet²⁴, Dupuit²⁵, Sejourné²⁶ y Freyssinet²⁷, por citar sólo los más significativos, dedicaron mucho tiempo a reflexionar sobre este problema. Para servir como punto de referencia, la Tabla 8.1²⁸ da una lista de los mayores arcos de obra del mundo, con indicación de las tensiones máximas en los casos en que éstas son conocidas. Es excepcional el puente sobre el río Adda en Trezzo, Italia, con una luz libre de 72 m, que sólo fue superada a finales del siglo XIX. Debe mencionarse otro puente no incluido en la tabla: Leonardo da Vinci proyectó un puente para el sultán Bajezid II sobre el Cuerno de Oro en Estambul con un vano de 240 m. Lo que queda de este proyecto son algunos esquemas pero la forma del puente está

24. J. R. Perronet, *Mémoire sur la recherche que l'on pourroit employer pour construire de grandes Arches de pierre* ... Paris: Imprimerie Nationale, 1793.

25. J. Dupuit, "Des limites de l'ouverture des arches en maçonnerie.", *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie*. Paris: Dunod Editeur, 1870, págs. 193-208.

26. P. Sejourné, "Quelques réflexions pratiques sur les voûtes a grande portée.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1886, pp. 497-502.

27. E. Freyssinet, "Perfectionnement dans la construction des grandes voûtes.", *Le Génie Civil*, Vol. 58, 1921, pp. 97-102, 124-128, 146-150; y, "Les Ponts en béton armé de très grande portée.", *Mémoires de la Société des Ingenieurs Civils de France*, 1930, pp. 376-379.

28. La información se ha tomado fundamentalmente de P. Sejourné, *Grandes Voûtes*, op. cit. más arriba.

VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS

claramente definida y permitió a Stüssi²⁹ realizar un análisis de su estabilidad y resistencia (véase Figura 8.11). Dedujo que el proyecto era factible, siendo el puente estable y presentando una tensión máxima de 90 kg/cm² en la base de los arranques.

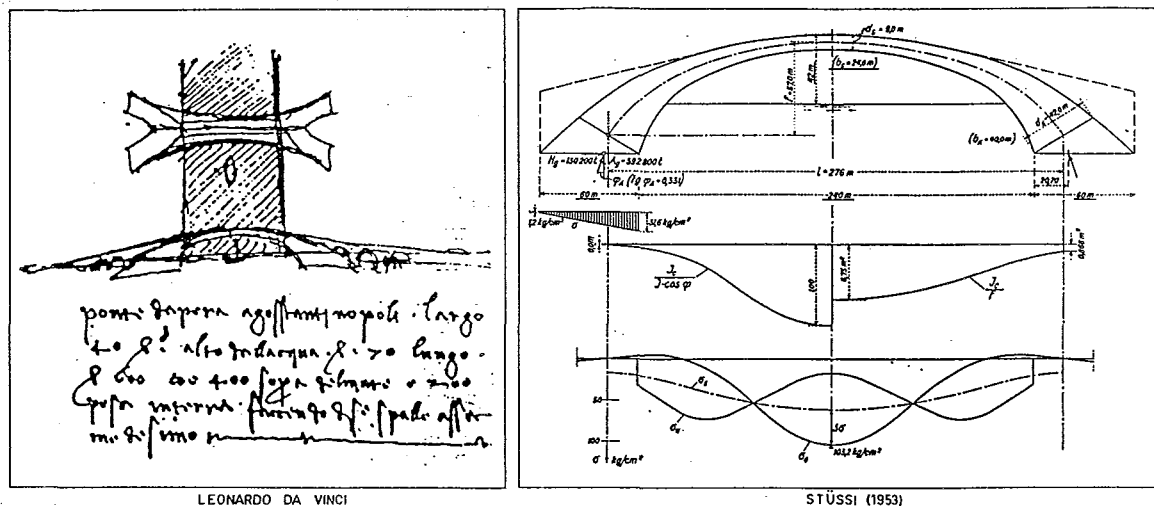


Figura 8.11. Proyecto de Leonardo para un puente sobre el Cuerno de Oro.

El mayor puente moderno proyectado en hormigón en masa, el "Viaducto" de Bernand, fue proyectado por Freyssinet con un vano de 165 m, nunca fue construido debido al comienzo de la Primera Guerra Mundial.

GRANDES PUENTES DE FABRICA	LUZ (m)	σ_{max} (kg/cm ²)
Puente de Walnut-Lane (EE UU, 1906-8)	71	27
Puente sobre el Adda en Trezzo (Italia, siglo XIV)	72	—
Puente de Montanges (Francia, 1908-9)	80	50
Puente de Luxemburgo (Lux., 1895-1903)	85	51
Puente sobre el Rocky River (EE UU, 1908-10)	85	48
Puente de Plauen (Alemania, 1903-5)	85	44
Puente de Villeneuve (Francia, 1914-19)	90	69
Puente de Bernand (proyecto, Francia 1913)	165	81

Tabla 8.1 Grandes puentes de fábrica

29. F. Stüssi, "Leonardo da Vincis Entwurf einer Brücke über das Goldene Horn.", *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 71, 1953, pp. 113-116.

Estos grandes puentes parecen establecer un límite superior para la luz de este tipo de estructuras. Sin embargo, Freyssinet creía firmemente en la posibilidad de construir puentes de fábrica con luces superiores a 1 Km; fijó el límite alrededor de los 2 Km basándose en la economía de las cimbras.³⁰

Por lo que sabemos, la mayor luz de una arco no-metálico es la del Gladesville Bridge, en Australia, en hormigón armado y con un vano de 1000 pies (305 m); la tensión máxima es de 140 kg/cm²³¹.

8.2.4 Teorema de la proyección paralela de Rankine

Hasta ahora hemos hablado de estructuras semejantes. Sin embargo, la semejanza es un caso restringido de una relación geométrica mas general entre figuras: la transformación proyectiva, o, empleando la terminología de Rankine, la *proyección paralela*. Como dijimos antes, este caso general ha sido estudiado por Rankine, que enunció el "método de la proyección paralela".

Dos figuras son "proyección paralela" una de otra si entre ellas existe una relación tal que a cada punto de una corresponde un punto de la otra, y que a cada sistema de dos líneas paralelas iguales corresponde en el otro sistema de dos líneas iguales y paralelas.

Rankine representó la proyección paralela por su expresión matemática. Definida una figura por sus coordenadas respecto a unos ejes x, y, z, rectangulares u oblicuos, una segunda figura definida respecto a otros ejes x', y', z' es una proyección paralela de la primera si entre cada dos puntos homólogos, sus coordenadas cumplen las siguientes condiciones:

$$\frac{x'}{x} = a, \quad \frac{y'}{y} = b, \quad \frac{z'}{z} = c,$$

30. Véase: Freyssinet, op. cit. más arriba, y F. Fernández Ordóñez *Eugene Freyssinet*, Barcelona: 20 Ediciones, 1978, pp. 377-378.

31. Véase: J. W. Baxter; A. F. Gee y H. B. James, "Gladesville Bridge." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 30, 1965, pp. 489-530.

donde a, b, c son constantes. Mas adelante daremos una interpretación geométrica mas sencilla para la figuras planas.

Las proyecciones paralelas de las figuras planas y espaciales tienen un conjunto de propiedades geométricas³². Estas propiedades permiten obtener conclusiones sobre la variación de longitudes superficies y volúmenes, así como sobre sus centros de gravedad. También pueden aplicarse a la transformación de sistemas de fuerzas en equilibrio. En este último aspecto, Rankine enunció el siguiente teorema : "...si un sistema de fuerzas en equilibrio que actúa sobre un sistema de puntos, lo representamos por un sistema de líneas [polígono de fuerzas], entonces cualquier proyección paralela de este sistema de líneas representará un sistema de fuerzas en equilibrio"³³.

Rankine lo aplicó para estudiar los efectos del cambio y forma sobre el equilibrio de las estructuras trianguladas de barras³⁴, los puentes colgantes y catenarias³⁵, los arcos³⁶ y las estructuras de fábrica³⁷. Su estudios sobre la transformación de estructuras llevaron a la formulación por Maxwell del teorema del teorema de las "figuras recíprocas"³⁸.

En relación con nuestro estudio nos interesa el teorema que enunció sobre la estabilidad de las "transformaciones de las construcciones formadas por bloques", que es de aplicación directa a las estructuras de fábrica. La

32. Véase: W. J. M. Rankine, *Applied mechanics*, op. cit., Cap. IV, "Parallel projections in static.", págs. 45-47.

33. Rankine, op. cit., pág. 47. (la traducción es mía).

34. Rankine, op. cit., pág. 162.

35. Rankine, op. cit., págs. 180-182.

36. Rankine, op. cit. págs. 182-208.

37. Rankine, op. cit., págs. 232-233 y 268-269.

38. J. C. Maxwell, "On Reciprocal Figures and Diagrams of Forces.", *Philosophical Magazine*, Vol. 27, 1864, págs. 250-261; y "On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces.", *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, Vol. 26, 1876, págs. 1-46. Véase también sobre este tema: S. P. Timoshenko, *History of Strength of Materials*. New York: 1953, págs. 197-208, and I. M. Charlton, *A History of the Theory of Structures in the Nineteenth Century*. Cambridge: 1982, págs. 58-66, 73-93.

prosa de Rankine no destaca por su claridad, aunque sí por su precisión.³⁹

Traduciendo al lenguaje común, el teorema establece que si una construcción formada por bloques que soporta la acción de un sistema de fuerzas representado por un sistema de vectores es estable, cualquier proyección paralela será también estable y presentará el mismo grado de estabilidad, bajo la acción de un sistema de fuerzas proyección del original.

La posición relativa de la línea de empujes respecto de las líneas (o superficies) de extradós e intradós será la misma.⁴⁰ Esto implica la posibilidad de obtener, dado un arco estable para un sistema de cargas un número infinito de arcos estables⁴¹.

Hemos enunciado antes la definición matemática de proyección paralela. Para una figura plana es fácil encontrar una interpretación geométrica sencilla: dando una figura referida a dos ejes x, y que forman un eje cualquier proyección paralela puede reducirse a la combinación de tres transformaciones básicas, dilatación o reducción en la dirección de cualquiera de los ejes y variación del ángulo entre ellos. En la Figura 8.12. hemos representado estas transformaciones básicas y algunas combinaciones de ellas. Como el arco origi-

39. He aquí el enunciado de Rankine: "If a structure composed of blocks have stability of position when acted on by forces represented by a system of lines, then will a structure whose figure is a parallel projection of the original structure have stability of position when acted on by forces represented by the corresponding parallel projection of the original system of lines; also, the centres of pressure and the lines representing the resultant pressures at the joints of the new structure will be corresponding projections of the centres of pressure and the lines representing the resultant pressures at the joints of the original structure.", op. cit., pág. 232.

40. Esta importante propiedad parece haber pasado desapercibida en las sucesivas contribuciones a la teoría de arcos. Unicamente Föppl dedica un apartado al caso más elemental de proyección plana de arcos "Schiefe Projektion des Gewölbequerschnittes mit eingezeichneter Stützlinie". Lo considera como descubrimiento suyo y se maravilla que no se haya empleado con anterioridad: "...dies einfache und bequeme Verfahren scheint... bisher unbekannt geblieben zu sein.". Véase: A. Föppl, *Vorlesungen über technische Mechanik. Zweiter Band. Graphische Statik.*, 2a. Ed. Leipzig: 1903. También hemos encontrado casos aislados del empleo de la proyección paralela en H. I. Eddy, *Researches in Graphical Statics*. New York: 1878.

41. El único límite radica en la dependencia de la forma de la línea de empujes del sistema de planos de corte elegido. Para una excelente exposición sobre esta relación, véase: J. Dupuit, *Traité de l'équilibre des voûtes...*, op. cit. págs. 80-107. La teoría matemática completa de las líneas de empujes esta expuesta en: M. Milankovitch, "Theorie der Drückkurven.", *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Vol. 55, 1907, pp. 1-27.

nal es estable cualquier proyección tiene el mismo grado de estabilidad.

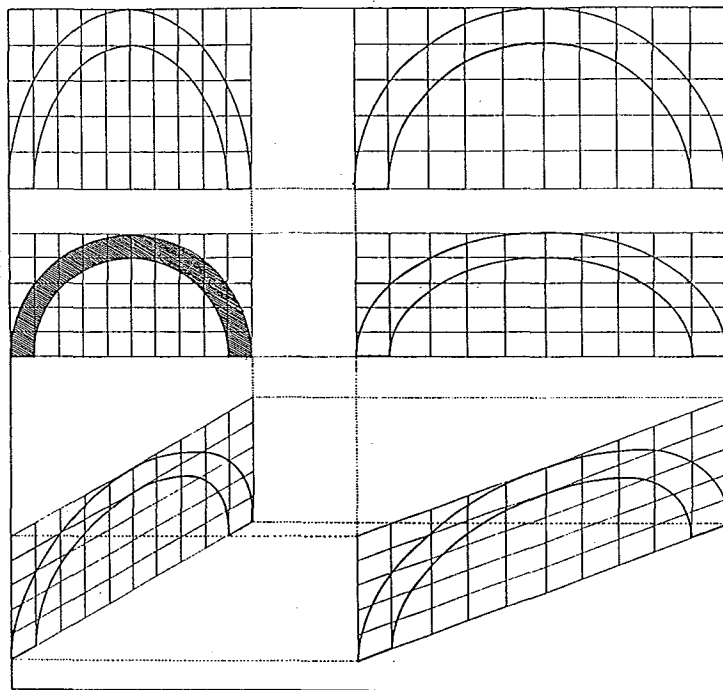


Figura 8.12. Proyecciones paralelas de Rankine

El teorema es muy potente y permite la solución rápida de algunos problemas prácticos como el de adaptar la forma del arco a una relación dada entre la flecha y la luz, u obtener un arco asimétrico con sus arranques a distinto nivel.

Por ejemplo, los tres arcos representados en la figura 8.13. producen el mismo empuje horizontal. Sin embargo, el arco A contiene la mitad de material que el arco B y el arco C el doble. Las tensiones están en proporción inversa, tomando como referencia el arco B, son dobles en A y la mitad en C.

Otro ejemplo se muestra en la figura 8.14., donde todos los arcos sobre contrafuertes presentan el mismo grado de estabilidad.

Por supuesto, las tensiones varían y es necesario hacer pequeños cálculos, si las tensiones en el arco original están cercanas al límite admisible, o si producimos un cambio grande en la forma. Pueden deducirse formulas matemáticas para obtener el aumento de tensión, y, en efecto, Rankine suministra

la correspondiente ecuación matemática⁴², pero sería mas sencillo y libre de errores obtenerla gráficamente.

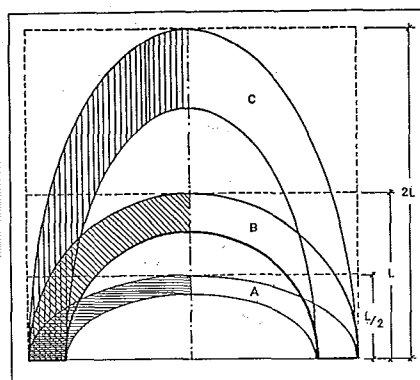


Figura 8.13. Proyecciones paralelas de un arco de medio punto

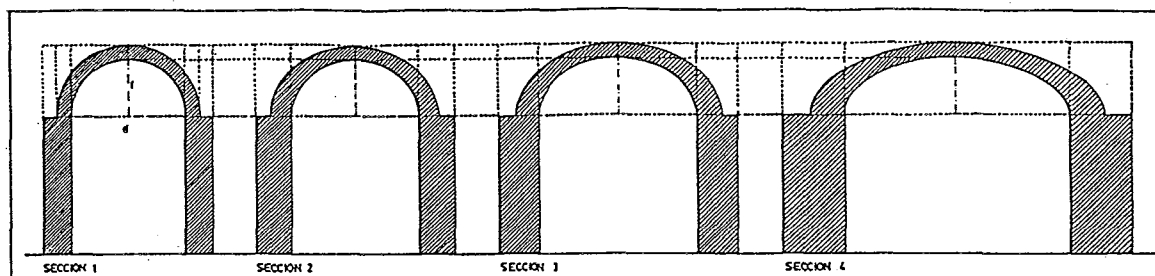


Figura 8.14. Proyecciones paralelas de un bóveda de cañón

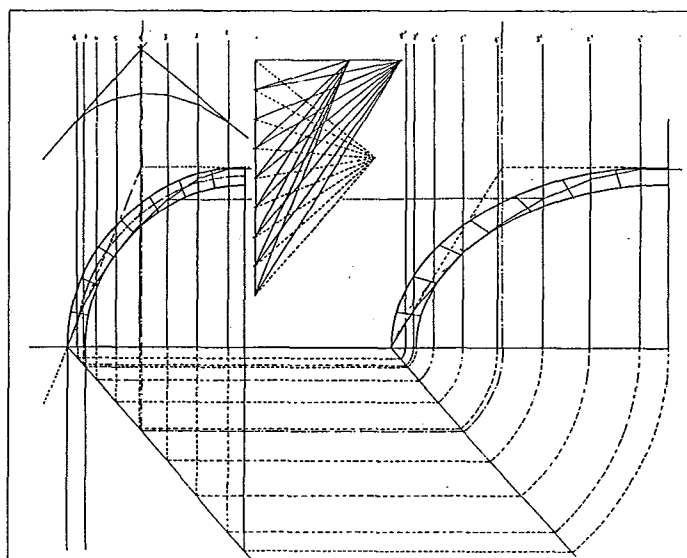


Figura 8.15. "Demostración" gráfica del Teorema de Rankine

42. Manual of Applied Mechanics, op. cit., págs. 268-269.

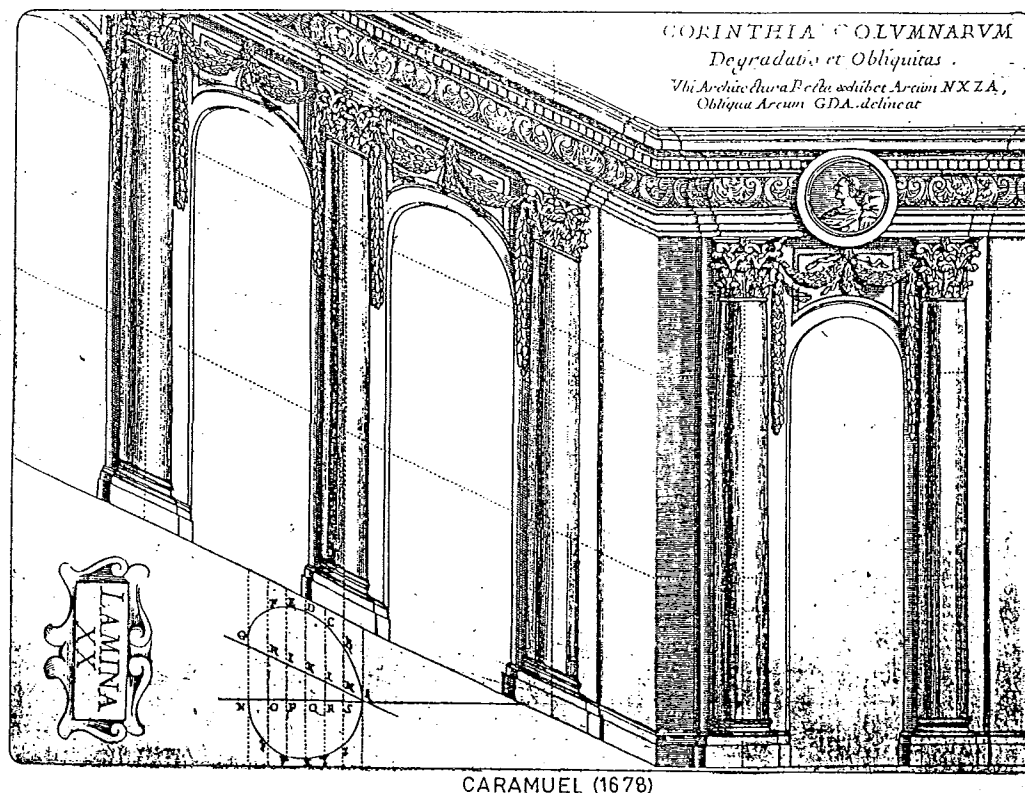


Figura 8.16. El teorema de Rankine y la *Arquitectura obliqua* de Caramuel. Curiosamente, el teorema de Rankine establece que las formas obtenidas en la arquitectura obliqua, definida por Caramuel⁴³ y, más tarde, por Tosca⁴⁴ tienen el mismo grado de estabilidad que sus homólogas en la *Arquitectura recta*. Así, en la Figura, las arcadas de la escalera presentan la misma estabilidad que las del piso horizontal.⁴⁵

8.2.5 Reglas empíricas sobre diseño de arcos

A continuación discutiremos, a luz de las consideraciones anteriores, la validez de las reglas y métodos empleados por los antiguos constructores para el dimensionamiento de los arcos y de sus contrafuertes. Consideraremos por separado los dos casos posibles: arcos en edificios (sólo peso propio) y arcos en puentes (peso propio + carga puntual variable).

43. J. Caramuel, *Architectura Civil Recta, y Obliqua*. Vigévano: Imprenta Obispal, 1678.

44. T. M. Tomás Vicente *Compendio mathemático... Vol. 5, Arquitectura civil...* Valencia: Antonio Bordazar, 1707-1715.

45. La tendencia general es a considerar este tipo de arquitectura más inestable. Véase: J. Perucho, "Tomás Vicente Tosca y la Arquitectura Obliqua." *ABC*, 7 julio, 1988. pág. 3 X-436

8.2.5.a Arcos en edificios

Las reglas sobre el diseño de los arcos en edificios son escasas: las que han llegado hasta nosotros, sin embargo, siempre expresan el canto del arco (que se considera constante) como una fracción simple de la luz.

Como acabamos de ver, a cada forma de arco y carga, le corresponde una esbeltez límite que constituye la base del diseño y que es independiente del material y del tamaño. Las esbelteces límites de las tres formas de arco de sección constante más comunes, apuntado, de medio punto y elíptico rebajado son parecidas y aparecen en la Figura 8.17. Aplicando la ley del tercio, obtendríamos una esbeltez de diseño de entre $1/5$ y $1/7$ de la luz.

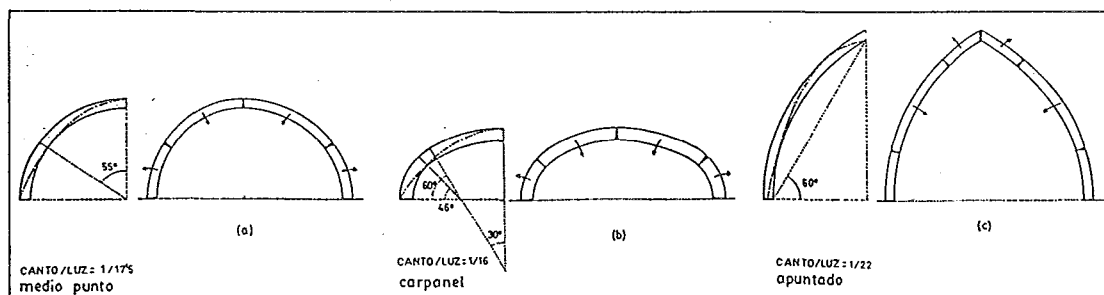
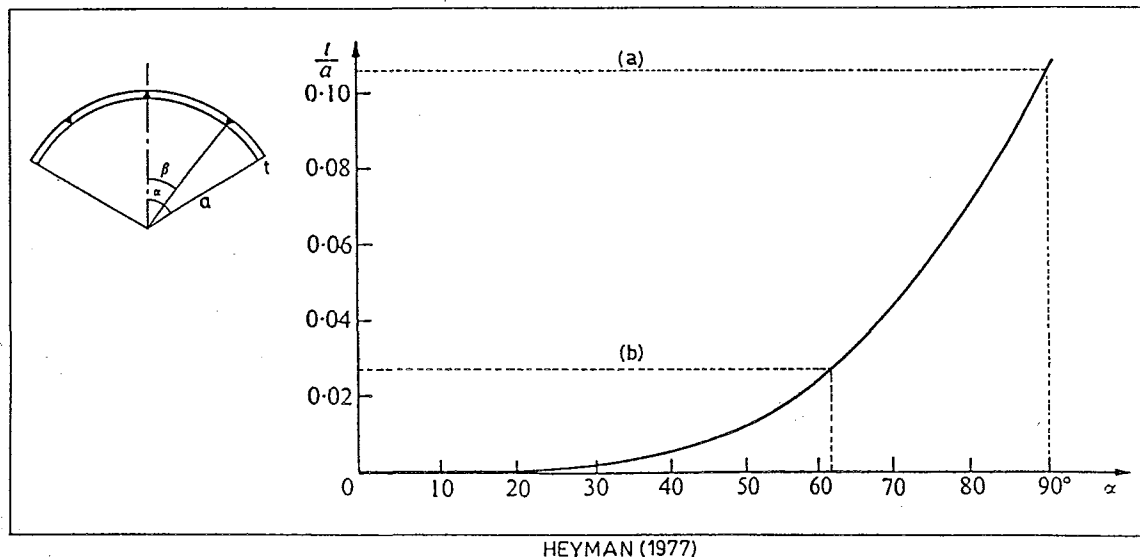


Figura 8.17. Esbelteces y formas de colapso de los tres arcos básicos

Estas esbelteces tan conservadoras, coinciden aproximadamente con las recomendadas por Martínez de Aranda (véase Figura 8.10 más arriba). Sin embargo, los arcos que pueden verse en los edificios son notablemente más esbeltos.

La razón de esto estriba en la manera en que están cargados o construidos estos arcos. Consideremos un arco de directriz circular; su esbeltez límite depende de la relación flecha/luz y disminuye muy rápidamente a medida que se rebaja el arco, como puede apreciarse en la gráfica de la Figura 8.18.



HEYMAN (1977)

Figura 8.18. Esbelteces límite de arcos circulares

Si, por ejemplo, levantamos los contrafuertes hasta la mitad de la flecha del arco podemos dividir la esbeltez de diseño por cuatro. Esto se traduce en: (1) ahorro de material en el arco; (2) ahorro de material en el contrafuerte; (3) ahorro de piedra tallada (el pequeño espesor de las dovelas en el segundo caso hace que, en la práctica, no necesiten ser talladas y el cambio de curvatura se consigue con las juntas de mortero); (4) se disminuye la luz de la cercha que ha de sostener el arco durante la construcción. Este efecto se ha representado en la Figura 8.19. El dibujo no está exagerado y las esbelteces del arco se han tomado de la Figura 8.18 (están allí señaladas); las del contrafuerte se han obtenido por cálculo.

Otro efecto favorable se consigue cargando los riñones del arco. Sin embargo, como puede apreciarse en la Figura 8.19, en este caso la ganancia no es tan espectacular.

En la práctica, lo habitual era combinar ambos procedimientos: el arranque de los contrafuertes se levantaba un poco (normalmente hasta un tercio) y luego se cargaban los riñones con material de relleno hasta la mitad o los

dos tercios de la flecha. Como puede verse no es necesario dar reglas muy precisas y cualquier acción del tipo de las descritas se traduce en una mejora inmediata de la estabilidad del sistema arco-contrafuerte. En la Segunda Parte hemos recogido las constantes advertencias sobre la conveniencia de cargar los riñones y levantar los contrafuertes (véase en particular Alberti y Fray Lorenzo).

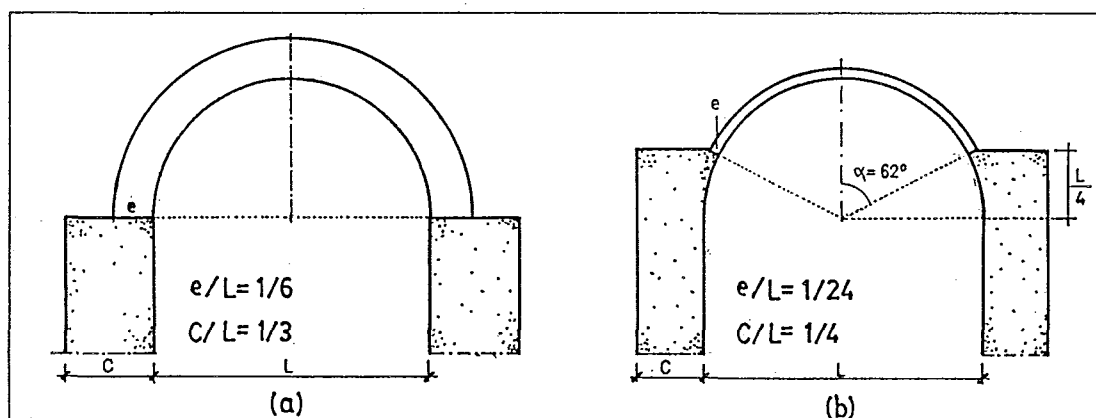


Figura 8.19. Efecto de levantar los contrafuertes hasta la mitad de la flecha

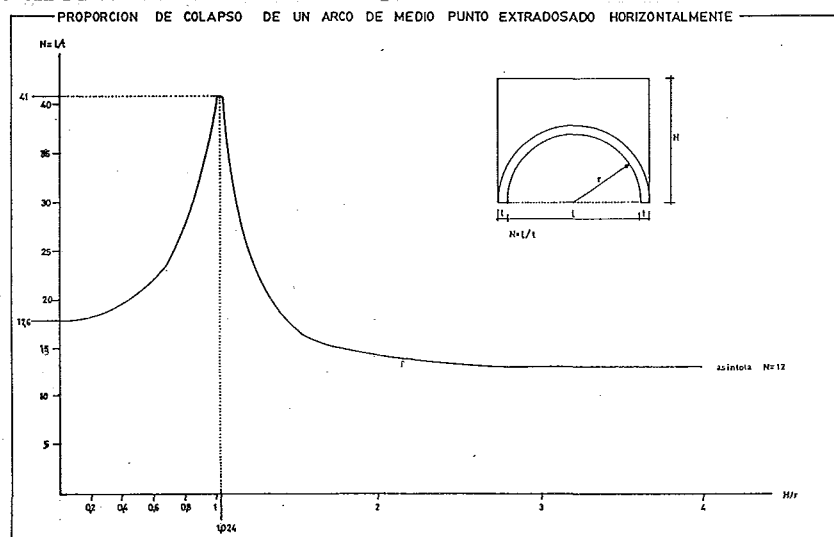


Figura 8.20. Esbeltez límite de un arco semicircular: efecto del relleno

Es interesante señalar la diferencia entre esta forma de plantear el problema y lo que podríamos llamar un enfoque "moderno". Un analista estructural moderno a la hora de diseñar un arco haría coincidir su directriz con la línea de empujes de las cargas permanentes (forma catenaria); esto conduciría,

quizá, a un menor consumo de material, pero no a un menor coste, dado el difícil replanteo y la laboriosa talla de las dovelas, con saltareglas distintas para cada una de ellas.

El procedimiento seguido por los antiguos maestros es el siguiente: se toma como directriz del arco una curva de fácil replanteo y talla (generalmente formada por arcos de círculo), y, posteriormente, se carga este arco de forma que la línea de empujes se acerque lo más posible a la directriz. Esto se traduce, como hemos visto, en una reducción drástica en su esbeltez límite.

El concepto asociado a esta enfoque es el de *línea de carga*: dada una forma de la directriz del arco, recibe este nombre la línea que limita la carga que produciría una línea de empujes que coincidiera con la directriz⁴⁶.

En las Figura 8.21 aparecen dibujadas las líneas de carga para los tres tipos básicos de arcos más arriba mencionados. Por supuesto, el Teorema de la Proyección Paralela de Rankine se puede aplicar también: la línea de carga de la proyección paralela de un arco será la proyección paralela de su línea de carga.

Las conclusiones son evidentes:

- para estabilizar los arcos de medio punto y rebajados, es preciso cargar los riñones.
- para estabilizar los arcos apuntados hay que cargar la clave y los riñones simultáneamente.

46. La primera mención general a los beneficios de cargar adecuadamente un arco corresponde a La Hire (véase Introducción, pág.3). El problema fue estudiado con frecuencia en el siglo XVIII y comienzos del XIX, dentro de la teoría del arco formado por dovelas sin rozamiento. Los ingenieros franceses de forma muy teórica; los ingleses con vistas a su aplicación práctica: véase, por ejemplo, J. Gwilt, Joseph *A Treatise on the Equilibrium of Arches, in which the theory is demonstrated upon familiar mathematical principles*. 3rd Ed. London: John Weale, 1839 (primera ed. 1811). La primera formulación precisa, así como la aparición del término, *Belastungslinie*, corresponde, creemos a Schwedler en su memoria: "Theorie der Stützlinie. Ein Beitrag zur Form und Stärke gewölbter Bögen." *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 9, 1859. col. 109-126. Para un estudio exhaustivo, con ensayos sobre modelos véase: F. Heinzerling, "Die Bauwaage und deren Ergebnissen für den Gewölbebau." *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 19, 1869. cols. 89-110, 9 figs., 2 láms.

- los arcos rebajados son siempre más estables y conducen a esbelteces límites inferiores.

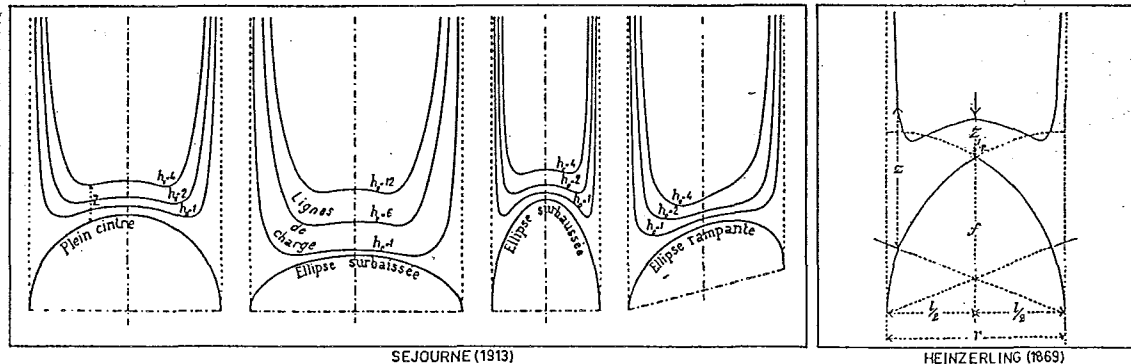


Figura 8.21. Líneas de carga de distintos tipos de arcos

Este hecho, de importancia capital para comprender el modo de edificar de nuestros predecesores, parece haber escapado a la atención de la mayoría de los historiadores de la construcción y de las estructuras.

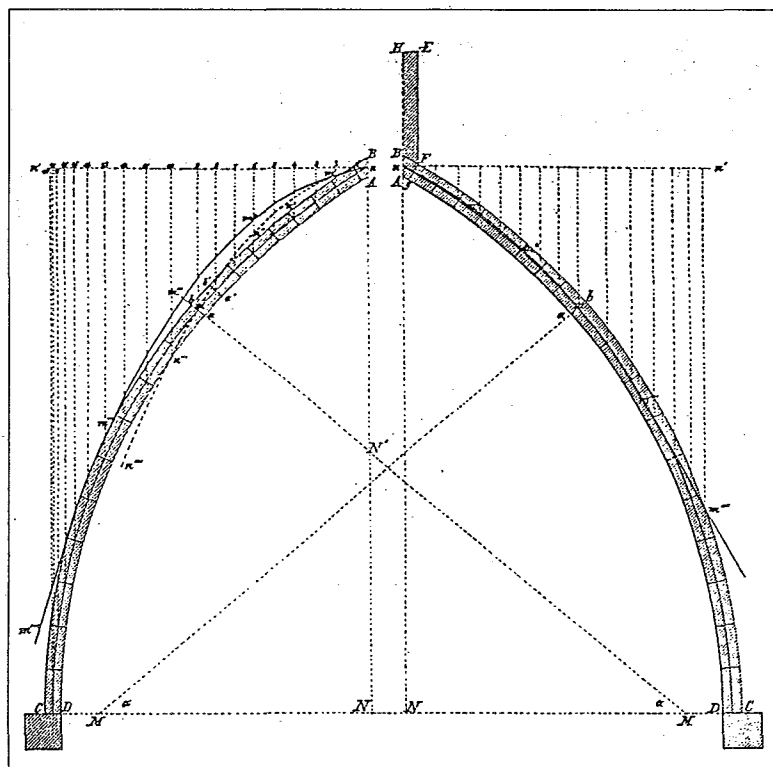
Por ejemplo, en la abundante literatura sobre el funcionamiento de las estructuras góticas apenas se menciona o se ignora por completo, la necesidad de cargar las claves en los arcos apuntados, que se deduce claramente de la forma de su línea de carga (véase Figura 8.21)⁴⁷. Solamente hemos encontrado dos referencias en las que se alude explícitamente a esta manera de proceder (véanse las Figuras 7.1. y 8.22.)⁴⁸.

De hecho, siguiendo estas normas constructivas simples, el espesor de las bóvedas puede reducirse al mínimo constructivo de 1 pie, como lo confirman los métodos de medición empleados que medían las bóvedas en pies cuadra-

47. Viollet en su estudio sobre las bóvedas y arcos góticos ignora por completo este tema. Véase su *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*. Vol. 4. Paris: 1868, págs. 1-208. Paul Abraham *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: 1934, que realiza una discusión completa del funcionamiento de las estructuras góticas tampoco lo menciona. Lo mismo ocurre con las distintas memorias de Mark, Heyman, Cowan, etc., citadas en el apartado C.3.3 de la Bibliografía.

48. E. Hatzel, "Über die Technik in spezieller Beziehung auf die Architektur und die Gestaltung der Formen." *Allgemeine Bauzeitung*, 1849. pp. 132-169; y G. C. Ungewitter y K. Mohrmann, *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen*. 2 vols. Leipzig: 1890.

dos, mientras que los contrafuertes, muros, arcos, etc., se medían en pies cúbicos. De ahí la ausencia de reglas concretas, no hacían falta, y la abundancia de consejos constructivos.



HATZEL (1849)

Figura 8.22. Método para estabilizar un arco apuntado. El arco apuntado de la figura tiene una esbeltez $e/L = 1/34$. Sometido a su propio peso es inestable (véase línea de empujes en la parte izquierda). Cargando la clave y macizando los riñones hasta la mitad obtenemos una línea de empujes que se confunde prácticamente con la directriz (véase parte derecha).

8.2.5.b Arcos en los puentes

El problema del diseño de los arcos de los puentes es mucho más complicado. Como hemos visto el espesor en este caso viene determinado fundamentalmente por la necesidad de prevenir las desviaciones en la posición de la línea de empujes producidas por la acción de cargas puntuales de posición variable.

El problema sería incluso hoy, con el empleo del ordenador, difícil de resolver de manera enteramente general: para los ingenieros y arquitectos de los últimos cuatro siglos era una tarea imposible. Así lo reconocía Rankine,

quizá el ingeniero más genial de su época:

To determine with precision the depth required for the keystone of an arch by direct deduction from the principles of stability and strength, would be an almost impracticable problem from its complexity.

El único camino en este caso consistió en deducir una regla empírica a partir de ejemplos contruidos de puentes. Este método fue el seguido por Gautier, Bélidor y Perronet en el siglo XVIII, como hemos visto en la Segunda Parte de esta Tesis. Durante todo el siglo XIX y comienzos del XX, con la teoría del arco de fábrica enteramente desarrollada, el enfoque es el mismo; así, los principales tratados recogen listas de puentes con sus dimensiones y tratan de inferir a partir de éstas reglas de diseño⁵⁰. El único intento de buscar una justificación racional corresponde a Rankine⁵¹.

En cualquier caso, el espesor depende en la mayoría de los casos de consideraciones de rotura y es siempre superior por un factor considerable (Rankine lo estima en base a ejemplos contruidos entre los límites de 3 y 70, normalmente entre 20 y 40⁵²) al que sería necesario por consideraciones de resistencia. Para una comparación entre distintas reglas véase la Figura 8.10. más arriba, o las obras citadas de Dupuit y Croizette-Desnoyers..

8.2.6 Reglas sobre contrafuertes

Hemos visto que es relativamente sencillo construir un arco estable, o, mejor dicho, estabilizar un arco dado. Sin embargo, cualquier arco produce un cierto empuje que debe ser resistido por los contrafuertes. Si éstos son

49. W. J. M. Rankine, *A Manual of Civil Engineering*. 2a. Ed. London: Charles Griffin and Company, 1863, pág. 425.

50. Véase, por ejemplo, J. Dupuit, op. cit., Cap. VII "De l'épaisseur à donner aux voûtes...", págs. 169-197; W. J. M. Rankine, *A Manual of Civil Engineering*, op. cit., pág. 426; P. Croizette Desnoyers, *Cours de construction des ponts*. Paris: 1885, Vol. 2, págs. 1-22; y P. Sejourné, op. cit., págs. 342-44.

51. Rankine, op. cit., pág. 427.

52. Rankine, op. cit., pág. 425.

insuficientes giran alrededor de sus aristas inferiores y se produce el colapso del conjunto, aunque el arco se en sí mismo estable. De ahí la importancia fundamental de los contrafuertes.

Esta importancia viene confirmada por la abundancia de reglas para dimensionar los contrafuertes de los arcos. Las más sencillas dan el contrafuerte como una fracción simple de la luz y son independientes de la forma del arco, de su canto y de la altura de los arranques. Las más elaboradas tienen en cuenta estos factores.

Existe una cierta confusión en cuanto al ámbito de aplicación de estas reglas. ¿Servían para calcular el contrafuerte de un arco ó, dada la sección de una bóveda (de crucería o de cañón) determinar los contrafuertes correspondientes espaciados una determinada distancia? Este aspecto no queda muy claro en algunos casos: las reglas de Martínez de Aranda, Hernán Ruiz y Rodrigo Gil, parece que se aplicaban en ambas situaciones (véanse en la Segunda Parte los apartados correspondientes).

Comprobaremos ahora la posible validez de las reglas en cuanto al problema que nos ocupa: arco sobre contrafuertes, suponiendo ambos del mismo ancho.

8.2.6.a Reglas 1 y 2 de Rodrigo Gil

En este caso Rodrigo Gil (véase apartado 5.2.7) daba la altura de carga sobre los arcos lo que permite una verificación específica. Esto es interesante por cuanto, como vimos, la construcción parece fijar las proporciones de una estructura construida o de un ensayo sobre modelos. En las Figuras 8.23. y 8.24. se ha realizado un estudio de su estabilidad empleando el método de Fuller/Heyman.

Si bien ambas construcciones son estables, están muy cerca de la situación de colapso, como puede apreciarse por la posición de las líneas de empu-

jes. Podemos suponer, por tanto, que Rodrigo Gil fijó el ancho de los contrafuertes y fue aumentando la carga hasta que se produjo el colapso. La seguridad se obtendría, en esta hipótesis, simplemente reduciendo el nivel de la carga (véase la observación de Rodrigo Gil en la página 122). El ensayo, sobre todo si se hace a pequeña escala puede ser engañoso ya que la estructura está muy cerca de la configuración de colapso.

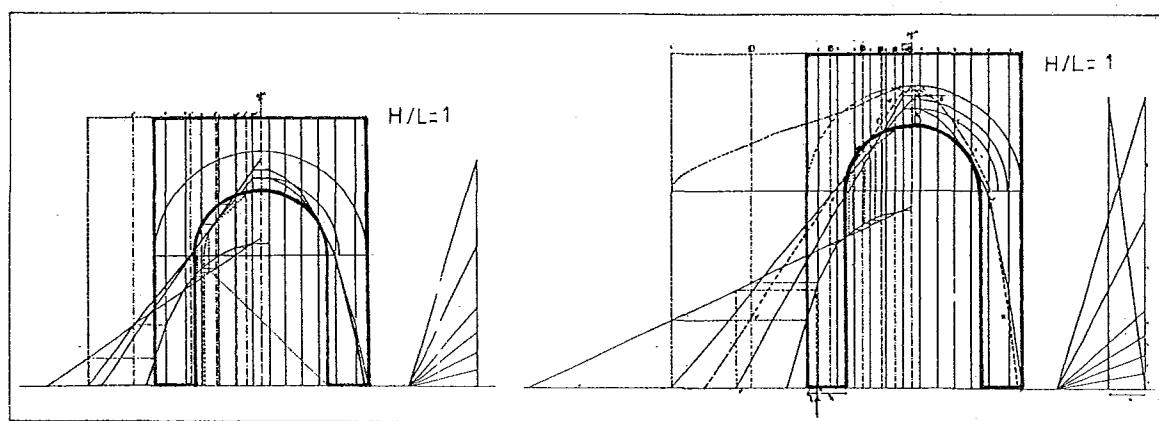


Figura 8.23. Verificación de la Regla n°1 de Rodrigo Gil

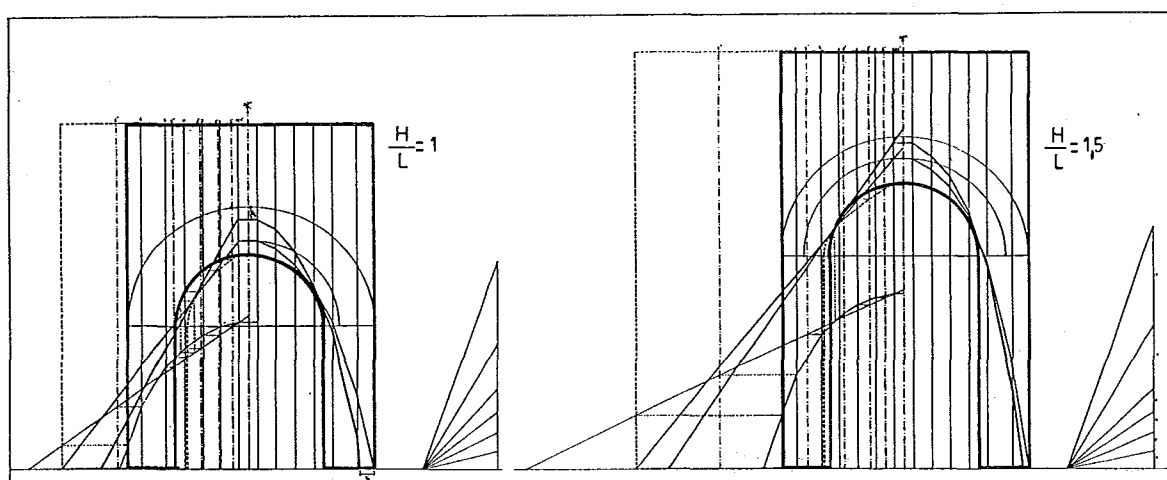


Figura 8.24. Verificación de la Regla n°2 de Rodrigo Gil

8.2.6.b Contrafuerte para cualquier arco

La mayor preocupación tanto de Rodrigo Gil como de los otros arquitectos e ingenieros que se ocuparon del tema era encontrar una regla que diera el contrafuerte para cualquier tipo de arco. En el inventario que hemos realizado aparecen cuatro reglas que permiten obtener el contrafuerte para cualquier tipo de arco; se trata de las reglas nº4 de Rodrigo Gil, de Martínez de Aranda, de Hernán Ruiz y de Plo y Camín.

Para tratar de conocer su grado de validez hemos calculado los contrafuertes para 11 arcos con distintas relaciones F/L (flecha/luz). Para $F/L > 0.5$, los arcos son apuntados con los centros sobre la línea que una los arranques. Para $F/L < 0.5$, los arcos son rebajados, en arco de círculo, con su centro de curvatura sobre su eje de simetría. Los riñones se suponen macizados con buena cantería hasta el tercio de la flecha. La esbeltez (relación canto/luz) del arco se supone constante e igual a $1/15$. Este valor corresponde al arco de directriz circular supuesto empotrado a la altura del tercio. Tanto los arcos apuntados como rebajados podrían tener, como hemos visto, una esbeltez menor. Para simplificar hemos mantenido constante esta relación canto/luz. La serie arcos considerada está dibujada en la Figura 8.25. Los distintos arcos están numerados.

Para cada arco se ha calculado la relación C/L (canto del contrafuerte/luz) para dos alturas H diferentes: $H = L$ y $H = 1.5 \cdot L$. En la gráfica de la Figura 8.26. se han dibujado los puntos correspondientes en ambos casos para la situación de colapso, considerando un coeficiente de seguridad respecto al vuelco de 2.

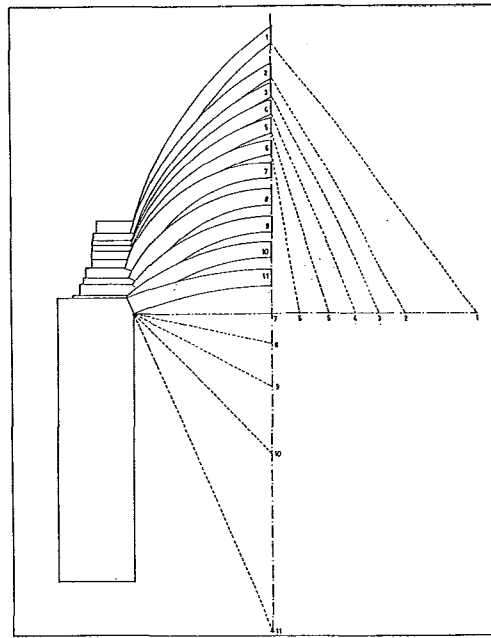


Figura 8.25. Geometría de la serie de arcos considerada

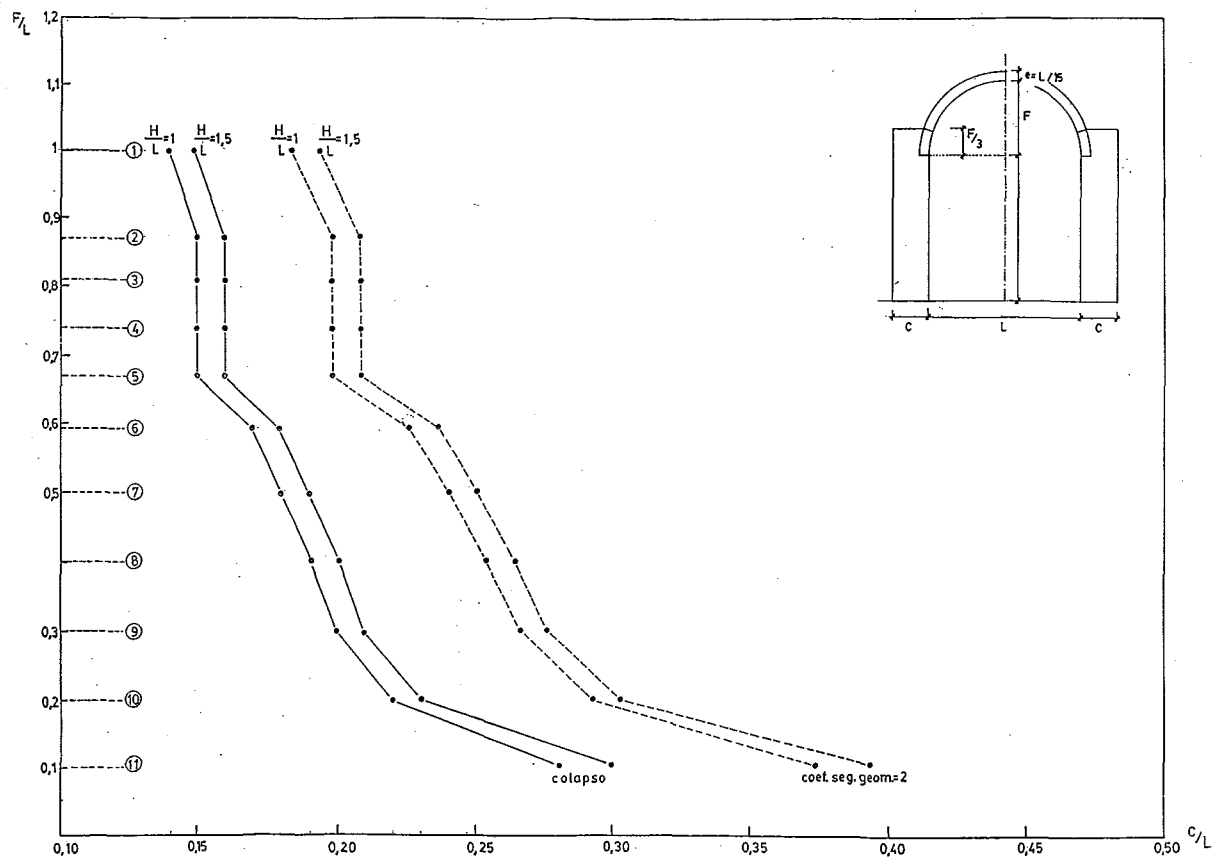


Figura 8.26. Esbeltez del contrafuerte para distintos arcos

VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPIRICAS

En la siguiente gráfica, Figura 8.27., hemos comparado las esbelteces obtenidas por el cálculo con las deducidas de mencionadas reglas: (a) reglas de Martínez de Aranda; (b) regla de Hernán Ruiz; (c) regla n°4 de Rodrigo Gil y (d) regla de Plo y Camín. Las dos primeras se ajustan bastante bien a la curva obtenida por el cálculo; las dos últimas presentan un grado de seguridad excesivo, lo que hace suponer que se apliquen al problema de las bóvedas de cañón seguido con contrafuertes a intervalos.

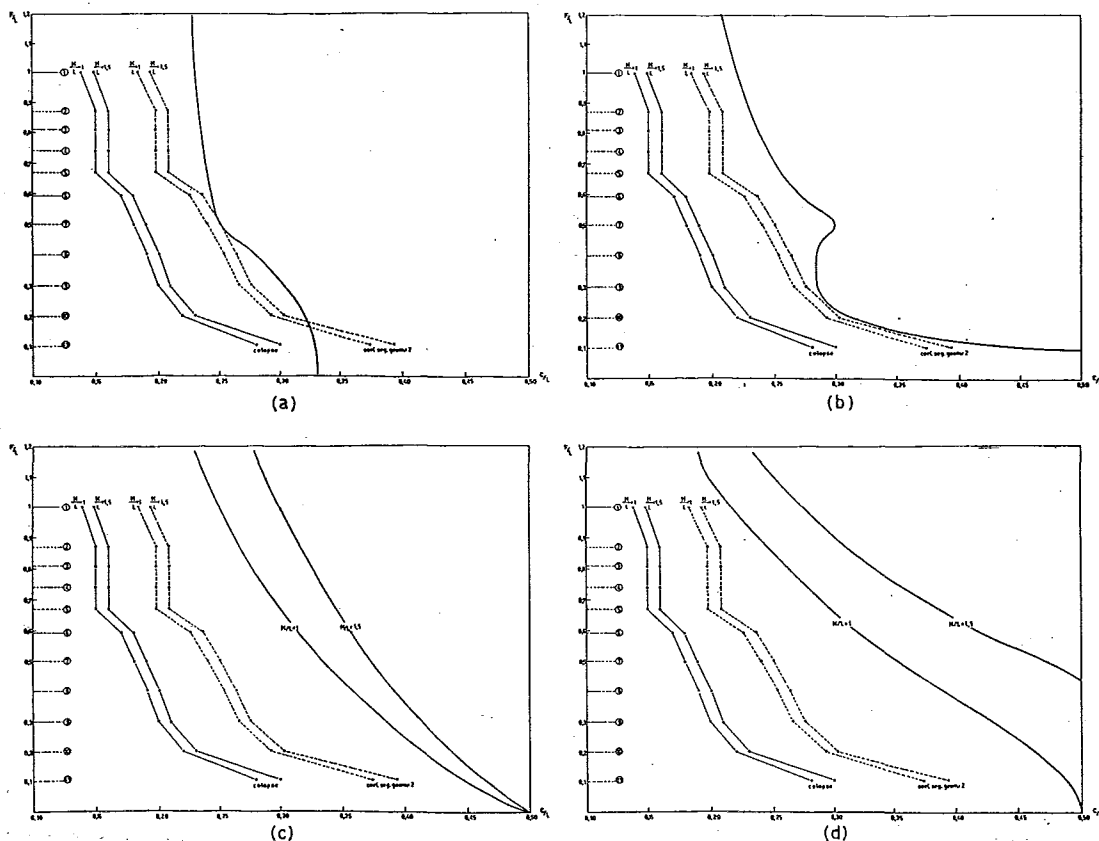


Figura 8.27. Verificación de las reglas para el contrafuerte de un arco. (a) regla de Martínez de Aranda/Derand; (b) regla de Hernán Ruiz; (c) regla n°4 de Gil de Hontañón; (d) regla de Plo y Camín. Las dos últimas son función de la altura.

Para el problema del contrafuerte para un arco (ambos del mismo espesor), la confianza depositada a lo largo de los siglos, en particular, en la regla de Martínez de Aranda, parece justificada. De hecho, la regla aparece citada todavía como un método válido para arcos no muy grandes en numerosos tratados de construcción de finales del siglo XIX y comienzos del XX, en

particular en dos de enorme difusión, los de Barberot⁵³ y Esselborn⁵⁴.

En las siguientes gráficas se ha estudiado la posible influencia del espesor para el caso de los arcos de medio punto, exentos (Figura 8.28) o extradosados horizontalmente al nivel de la clave (Figura 8.29), para el caso de una relación H/L (altura del contrafuerte/luz) de 1.5. Como puede apreciarse la regla de Martínez de Aranda funciona incluso para esbelteces de arco demasiado grandes. La regla nº4 de Rodrigo Gil sigue resultando demasiado conservadora.

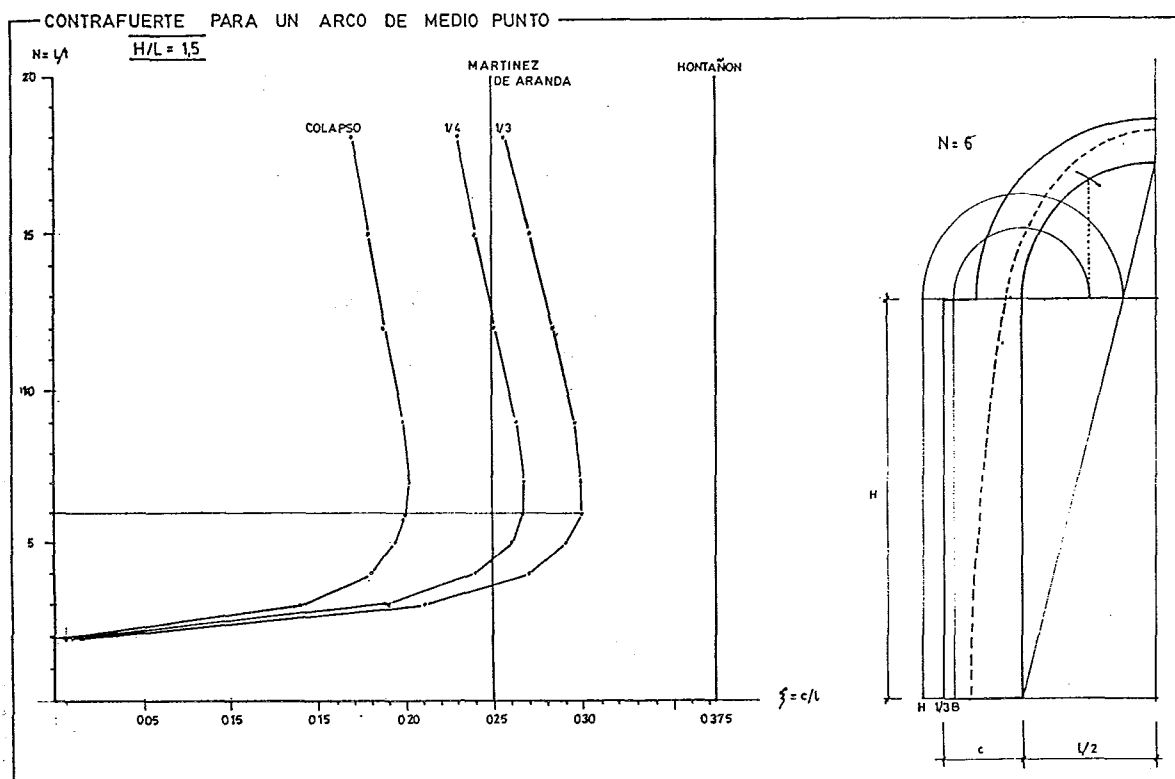


Figura 8.28. Contrafuerte para un arco de medio punto exento

53. E. Barberot, *Traité des Constructions Civiles*. Paris: Librairie Polytechnique, 1895, págs. 91-97.

54. C. Esselborn, *Tratado General de Construcción*. Barcelona: Gustavo Gili, 1928. Cita la regla en dos partes: Vol. I, pág. 140, y Vol. II, pág. 226, donde dice: "Este procedimiento sirve lo mismo para el arco de medio punto románico que para el gótico primitivo poco elevado o para el ojival muy empinado de la época posterior; da el mayor espesor para el arco de medio punto y va disminuyendo, cuanto más empinado sea, en el arco ojival. El cálculo no da otro resultado." (el subrayado es mío).

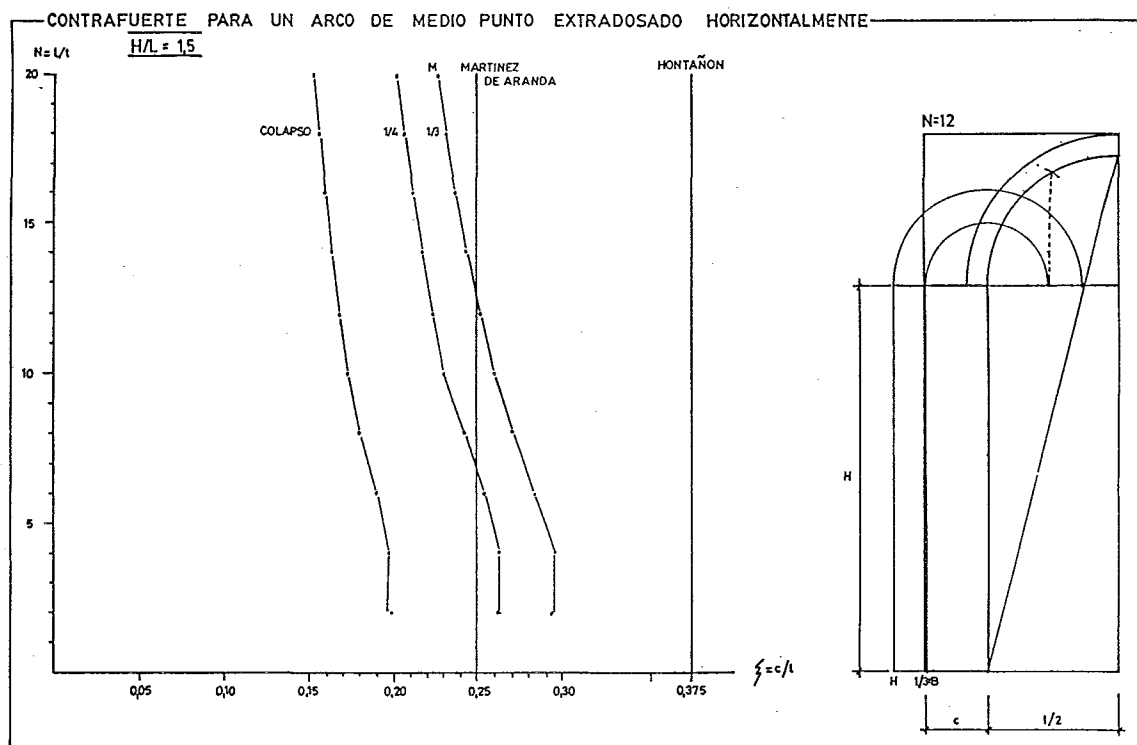


Figura 8.29. Contrafuerte para un arco de medio punto: relleno horizontal

8.2.6.c Contrafuerte para una bóveda de cañón

Podemos distinguir para este caso dos posibilidades: (a) el contrafuerte es de sección constante a todo lo largo de la bóveda (se trata en realidad de un muro): estamos en el caso anterior; (b) se emplean los contrafuertes propiamente dichos, es decir, cuerpos que sobresalen de la sección del muro a intervalos dados.

El segundo caso es el más corriente y es el que pasamos a estudiar. Para ello, lo más cómodo es referir el canto del contrafuerte con su correspondiente muro al de un contrafuerte 'equivalente' de sección uniforme. Este es el enfoque propuesto por Rankine en su *Manual of Applied Mechanics*.⁵⁵

55. Op. cit., págs. 255-256.

Dado que nosotros conocemos los contrafuertes para cada tipo de arco, procederemos a la inversa y hallaremos en función de éstos los contrafuertes para una geometría dada. Esto es sencillo pues los momentos de estabilidad están, aproximadamente, en función inversa de los momentos de inercia⁵⁶.

En las Figuras 8.30 y 8.31 hemos representado los valores de la esbeltez del contrafuerte (con un coeficiente de seguridad contra el vuelco de 2) para dos valores de H/L , 1 y 1.5, y dos valores de K (relación entre la longitud del tramo entre contrafuertes y la luz), y hemos comparado estos valores con la regla nº4 de Rodrigo Gil y la de Plo y Camín que, como vimos en el apartado anterior, daban valores excesivos para el muro de sección constante.

Como puede apreciarse en esta hipótesis el ajuste es bastante bueno, para el intervalo de relaciones flecha/luz usuales en este tipo de bóvedas ($F/L < 0.5$). La regla del tercio de Palladio, Fray Lorenzo, etc., solamente funciona para bóvedas de medio punto.

Sin embargo, hay que matizar que los valores de esbeltez del contrafuerte obtenidos van del lado de la seguridad por los siguientes motivos: (a) normalmente el contrafuerte se prolonga hasta más arriba de la altura de la clave de la bóveda (y no sólo hasta el tercio como hemos supuesto nosotros), para que las armaduras de cubierta apoyen de muro a muro; (b) el relleno en estos casos suele realizarse hasta los $2/3$ (véase Alberti, Fray Lorenzo, etc...); (c) la esbeltez de $1/15$ es excesivamente conservadora en las condiciones mencionadas (por ejemplo, la bóveda de medio punto de S. Pedro de Roma presenta una esbeltez de $1/24$). No obstante, la conclusión es clara: las reglas de Rodrigo Gil y Plo y Camín, pueden usarse con confianza casi para cualquier directriz; la regla del tercio funciona bien para bóvedas de medio punto o poco rebajadas, como es el caso habitual a partir del Renacimiento.

56. Véase Rankine, op. cit., págs. 263-264.

VALIDEZ DE LAS REGLAS EMPÍRICAS

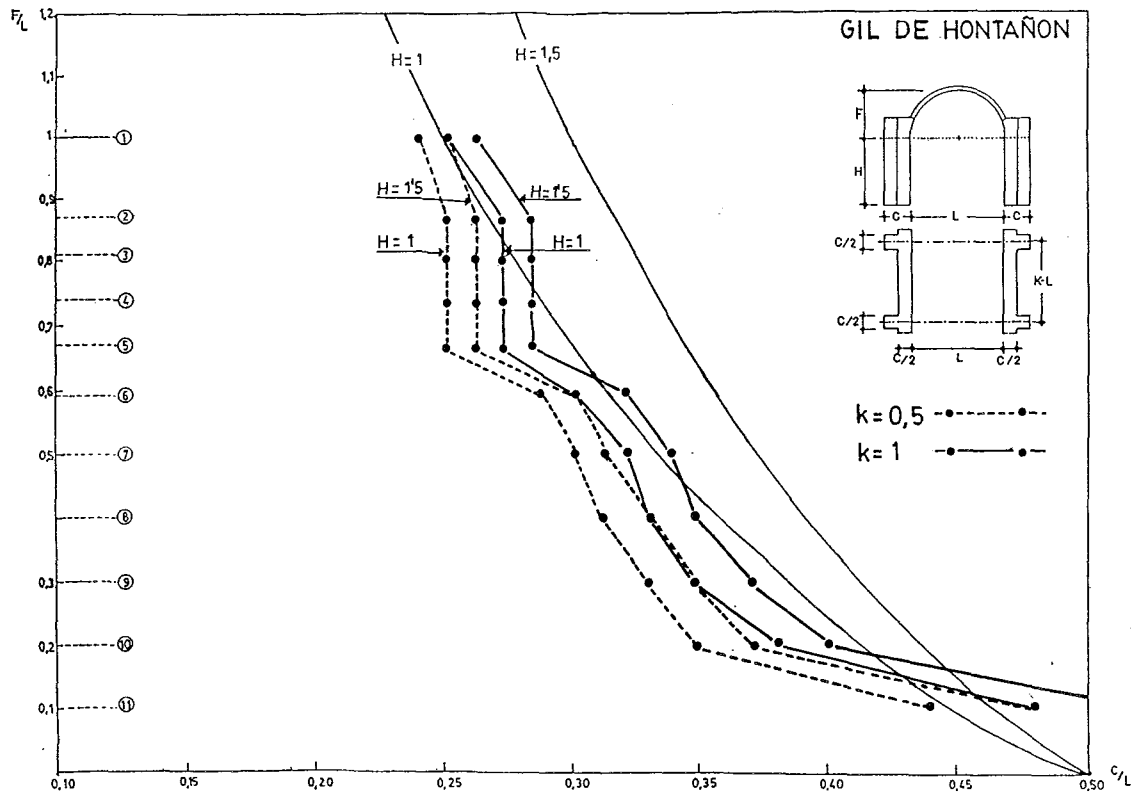


Figura 8.30. Bóveda de cañon con estribos: validez de la regla de Rodrigo Gil

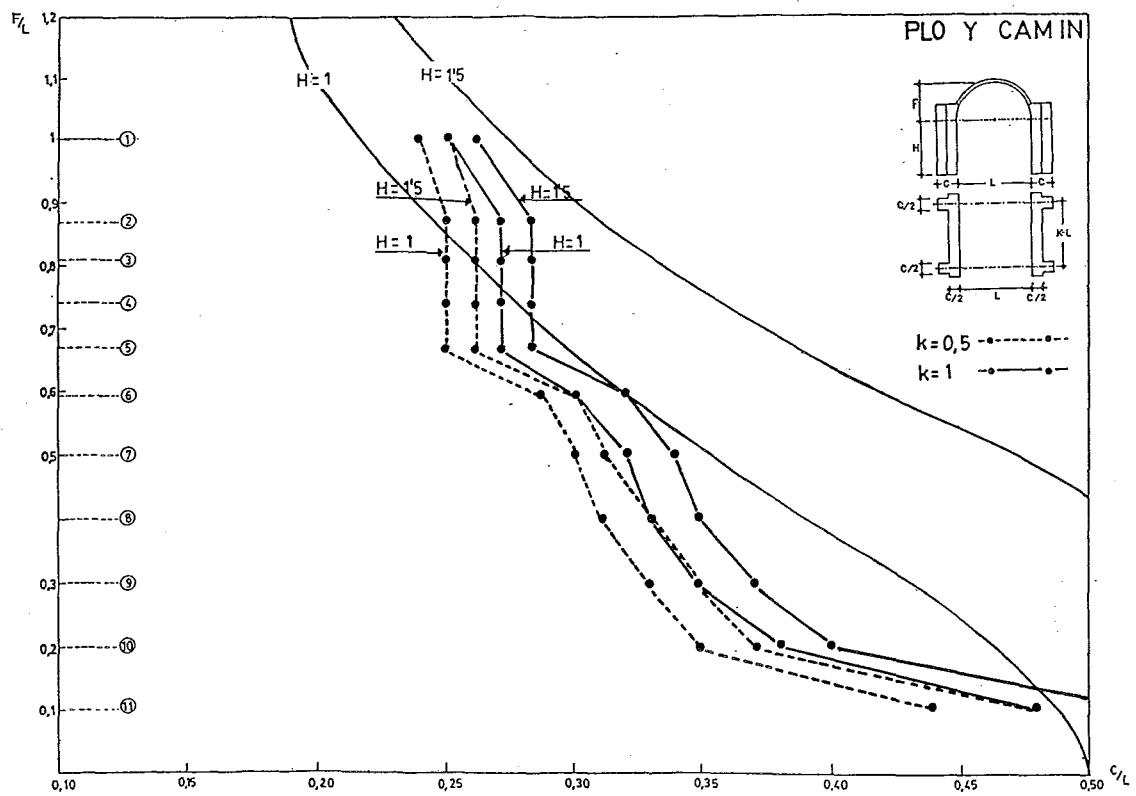


Figura 8.31. Bóveda de cañon con estribos: validez de la regla de Plo y Camín

8.3 Bóvedas de fábrica

Agrupamos bajo la denominación de "bóvedas" todas las estructuras arqueadas espaciales. Heyman⁵⁷ ha demostrado que los Teoremas Fundamentales del Análisis a rotura pueden aplicarse también a este tipo de estructuras, siempre que se verifiquen las hipótesis básicas correspondientes (véase apartado 4.3). En particular es de especial utilidad el primer Teorema o Teorema del Límite Inferior: si es posible encontrar una situación de equilibrio 'satisfactoria'⁵⁸ para la estructura, ésta es completamente segura. La importancia fundamental radica en que el estado de equilibrio encontrado no necesita ser el estado 'real'; solamente es preciso encontrar una posible situación de equilibrio para poder afirmar que la estructura es segura.⁵⁹

Este Teorema justifica la aplicación del 'método de los cortes' para el análisis a rotura de este tipo de estructuras. El procedimiento consiste en imaginar la estructura 'rota', descompuesta en un sistema de arcos, y estudiar la estabilidad de este sistema de arcos, lo que puede hacerse fácilmente empleando las técnicas descritas en el apartado 4.5.

Este método fue empleado desde el siglo XVIII para el análisis de las bóvedas compuestas de fábrica (véase Introducción). Así pues, como en el caso de los arcos, la demostración de los Teoremas Fundamentales del Análisis a Rotura da carta de validez a un procedimiento utilizado, con éxito, durante más de 200 años. Podemos, pues, aprovechar los análisis y observaciones realizados por los arquitectos e ingenieros, fundamentalmente del siglo pasado, para sacar conclusiones sobre la estabilidad de las bóvedas compuestas.

57. Para una discusión completa del problema general y sus relaciones con la teoría de la membrana, véase J. Heyman, *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: Clarendon Press, 1977.

58. Por 'satisfactoria' se entiende que es compatible con las hipótesis básicas sobre el comportamiento del material: (a) el nivel de tensiones de compresión es bajo; (b) el material no resiste tracciones.

59. Heyman, op. cit., págs. 71-72.

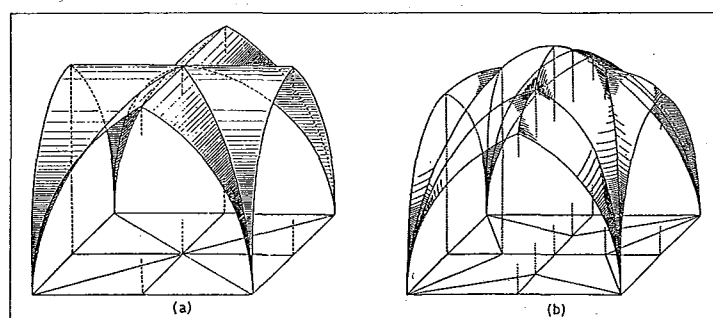
Estudiaremos a continuación, por separado, los dos tipos más importantes, la bóveda de crucería y la cúpula, con vistas a sacar conclusiones sobre las reglas empíricas de diseño.

8.3.1 Bóvedas de crucería y sus contrafuertes

Al estudiar la estabilidad de la bóveda de crucería hay que distinguir entre: (a) la estabilidad de la bóveda en sí misma sobre sus arranques; (b) la estabilidad de los contrafuertes sometidos al empuje de la bóveda (supuesta estable). Consideraremos ambos aspectos por separado.

8.3.1.a Bóvedas: estabilidad y construcción

Para calcular la estabilidad de una bóveda de crucería es preciso, como es natural, definir completamente su geometría, es decir, la forma y dimensiones de los elementos que la componen: nervios, claves y plementería. Para reducir los cálculos normalmente se supone una geometría simplificada, del tipo de la representada en la Figura 8.32. (a). La bóveda se forma por la intersección de dos superficies cilíndricas perfectas y se ignora la presencia de claves y nervios. La práctica totalidad de los estudios de estabilidad de las bóvedas de crucería parten de estas simplificaciones.⁶⁰



WARTH (1903)

Figura 8.32. Posibles formas de bóvedas de crucería

60. Véase, por ejemplo: Kobell, "Beitrag zur Statik der Gewölbe." *Allgemeine Bauzeitung*, 1855. pp. 92-110; W. Wittmann, "Zur Theorie der Gewölbe." *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 29, 1879. cols. 61-74; K. Körner, *Gewölbte Decken (Handbuch der Architektur. Dritter Teil. 2 Band. Heft 3, b)* Stuttgart: Arnold Bergsträsser Verlagsbuchhandlung, 1901; y J. Heyman, op. cit., págs. 117-131.

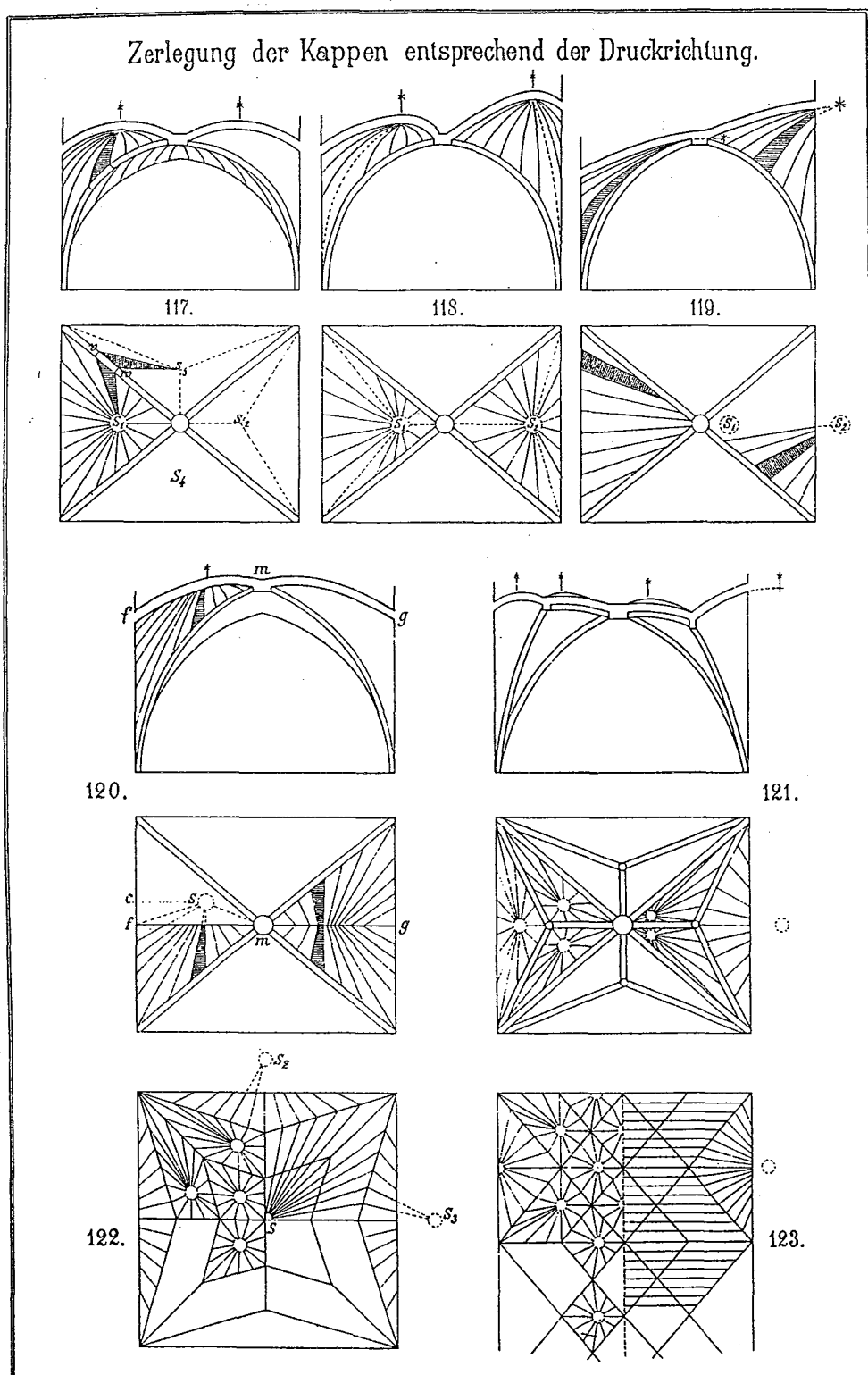


Figura 8.33. Curvatura de las plementerías en las bóvedas de crucería

Sin embargo, la geometría de las bóvedas de crucería se parece, en general, más a la representada en la Figuras 8.31.(b) y 8.32 (véase más arriba). Hay que observar, además, que la superficie de las plementerías no sigue la curvatura general definida por la geometría de los nervios, sino que presentan una pequeña curvatura propia entre ellos (véase Figura 8.32)⁶¹. Por otro lado el peso y las dimensiones de claves y nervios son comúnmente del mismo orden que el peso de la plementería y deberían ser tenidos en cuenta en el análisis.

La justificación del tipo de estructura que se deduce de las anteriores observaciones, un entramado de nervios y claves, cuyos espacios intermedios están cubiertos por pequeñas bóvedas rebajadas, se deduce, creemos de motivos puramente constructivos. La descripción del proceso de construcción de una bóveda baída nervada realizada por Rodrigo Gil⁶² confirma esta hipótesis.

En primer lugar se construye el entramado de nervios (sobre unas cerchas) y claves (sujetas con tornapuntas). Después se cubren los espacios entre los nervios con las plementerías. En todo este proceso hay que destacar dos aspectos: (1) el sistema tiene que ser estable no solamente al final sino en todos los pasos intermedios de la construcción; (2) los plementos al salvar pequeñas distancias con superficies de doble curvatura y pequeña flecha sólo precisan tener de espesor el mínimo constructivo (1/2 pie de ladrillo; en torno a los 15 cm en piedra).

El primer aspecto es, pues, el más crítico y determina las dimensiones de nervios (éstos concluida la construcción resultan prácticamente innecesarios⁶³) y claves. Es revelador en este sentido que, mientras que Rodrigo Gil

61. Frézier ya había llamado la atención sobre este importante aspecto. Véase más arriba págs. 263-266.

62. Véase página 109 más arriba.

63. De hecho en los nervios, debido a la discontinuidad de curvatura, aparece un incremento brusco de las tensiones que es un orden de magnitud superior al presente en las plementerías. Sin embargo, el nivel, en general, sigue siendo bajo y el propio espesor de la plementería podría absorber este incremento. Heyman ha

da un conjunto de reglas que definen completamente las dimensiones de nervios y claves, no cita en absoluto las dimensiones de las plementerías.

La verificación de las reglas de Rodrigo Gil sobre nervios y claves sería, por lo tanto, extraordinariamente complicada, habiendo que calcular todos los estados intermedios de carga hasta el cierre completo de la bóveda. Lo más sencillo quizá podría ser un ensayo sobre un modelo de escala suficiente o participar en la construcción de una bóveda de este tipo. Aunque Rodrigo Gil advierte:

... estas cosas podran ser difiçiles de comprender faltando en quien las procura la experien-
cia, la practica, la profesion de la canteria, y la execucion, o el aberse allado presente
a algunos çierres de cruçeria, para haçerse capaz en el asiento de ella...⁶⁴

Efectivamente, el proceso completo seguramente impondría un cierto orden en la ejecución de las plementerías que iría, posiblemente, acompañado de un cierto 'aflojamiento' de cimbras y tornapuntas para ir modificando a voluntad la estabilidad del conjunto.

8.3.1.b Contrafuertes: cálculo, y verificación de reglas empíricas

El problema del cálculo de los contrafuertes que precisa un bóveda de crucería es considerablemente más sencillo que el de la estabilidad de la propia bóveda. Para analizar el empuje de la bóveda podemos seguir dos caminos.

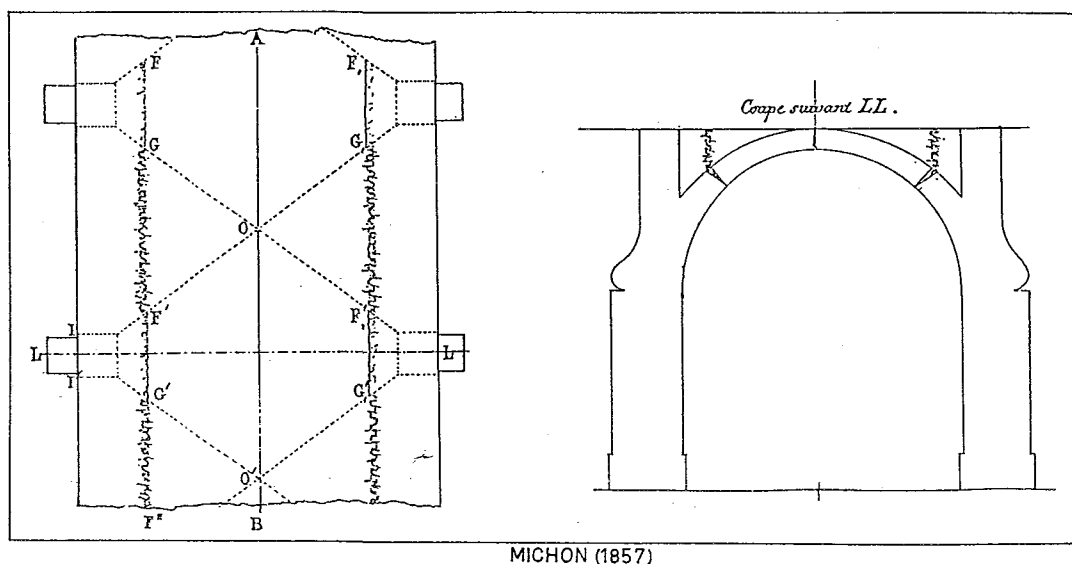
El primero y el más utilizado durante finales del siglo XIX consiste en dividir la bóveda en una serie de arcos, supuestos por ejemplo apoyados sobre los cruceros, calcular el empuje de cada uno de ellos sobre los mencionados arcos cruceros y encontrar la línea de empujes correspondiente. Este método

discutido este tema con detalle en: "On the Rubber Vaults of the Middle Ages and Other Matters." *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 71, 1968. pp. 177-188.

64. Véase pág. 109, más arriba.

supone una cierta complicación, aunque no excesiva.⁶⁵

El segundo consiste en imaginar el colapso de la bóveda considerada en su conjunto. Este fue propuesto por primera vez por Michon⁶⁶ y fue empleado por Mohrmann⁶⁷ para calcular las primeras tablas de contrafuertes para bóvedas de crucería; las hipótesis básicas han sido recientemente discutidas por Heyman⁶⁸ en el marco del moderno análisis a rotura. Este método es más sencillo y permite un conocimiento más global del comportamiento de la estructura y de las variables fundamentales que lo condicionan. Lo describimos a continuación.



MICHON (1857)

Figura 8.34. Colapso de una bóveda de crucería

Supongamos una serie indefinida de bóvedas de crucería del tipo de la representada en la Figura 8.34. Dado que las bóvedas están en equilibrio en el sentido de la nave, la rotura por rotación de los contrafuertes solamente

65. Véase nota 57 más arriba.

66. Michon, *Instruction sur la stabilité des voûtes et des murs de revêtement*. Metz: lithographie de l'École de Metz, 1857, págs. 40-42.

67. G. C. y K. Mohrmann, *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage*. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger, 1890, Vol. 1, págs. 133-153.

68. J. Heyman, "Chronic Defects in Masonry Vaults: Sabouret's Cracks." *Monumentum*, Vol. 26, 1983. pp. 131-141; "Poleni's problem.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineer's*, Part 1, Vol. 84, 1988, págs. 737-759.

podrá producirse por la formación de dos grietas longitudinales, una en la clave y otra cerca de los arranques de la bóveda⁶⁹. La posición de estas grietas y el modo de colapso considerado están descritos suficientemente en las Figuras 8.34. y 8.35.(b).

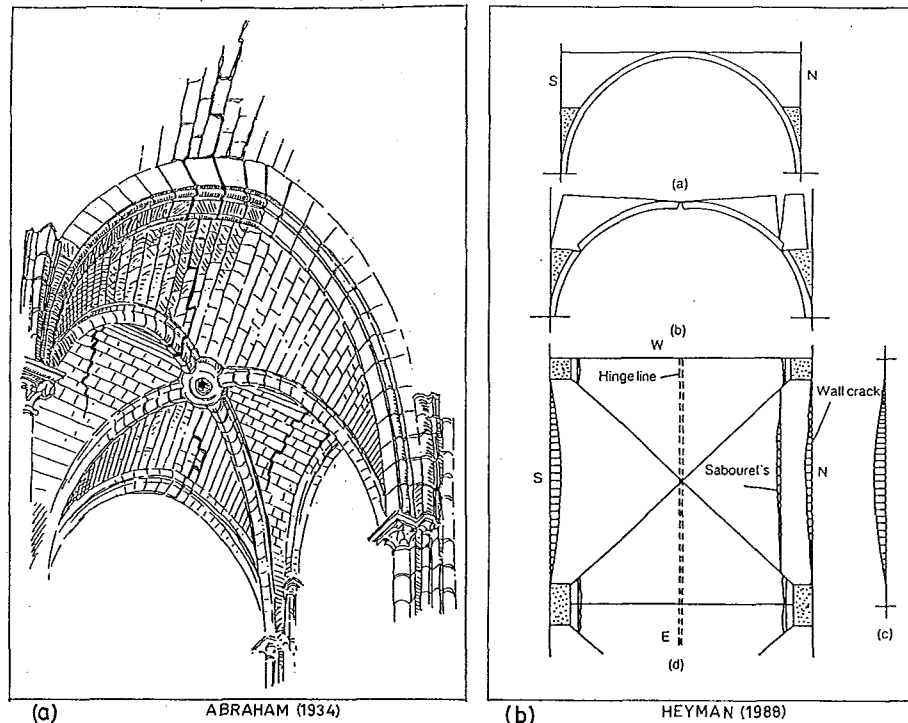


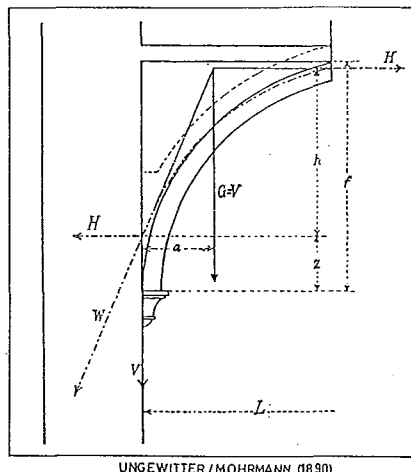
Figura 8.35. Grietas de Sabouret y modelo de colapso de una bóveda de crucería según Heyman

Para determinar el empuje sobre el contrafuerte basta considerar la posición del centro de gravedad de medio tramo; dado que el empuje horizontal tiene que pasar por la línea de coronación, podemos inmediatamente conocer aproximadamente su valor, suponiendo la resultante aproximadamente tangente a la curva de la sección transversal de la bóveda (véase Figura 8.36.). Mohrmann⁷⁰ calculó los valores de $G (= V)$, H , a y z , para bóvedas de crucería

69. El primero en hacer notar estas fisuras características cerca de los arranques fue Sabouret de quien han tomado el nombre. Véase: V. Sabouret, "Les voûtes d'arêtes nervurées. Rôle simplement décoratif des nervures." *Le Génie Civil*, Vol. 92, 1928. pp. 205-209. Véanse también el comentario de Pol Abraham, *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: Vincent Freal, 1934, págs. 26-33, y las dos obras de Heyman citadas antes.

70. Ungewitter y Mohrmann, op. cit. más arriba.

generadas por la intersección de dos cilindros rectos, del tipo representado en la Figura 8.32. (a), y distintos espesores de bóveda.



UNGEWITTER / MOHRMANN (1890)

Figura 8.36. Bóveda de crucería: parámetros geométricos para el cálculo

Bóvedas de crucería cilíndricas:

Con la ayuda de los datos suministrados por Mohrmann hemos dibujado las gráficas de las esbelteces de los contrafuertes C/L (canto del contrafuerte/luz) para distintas alturas (distintos valores de H/L) y distintos tamaños (L), suponiendo un coeficiente de seguridad contra el vuelco para el contrafuerte de 2. El contrafuerte se prolonga hacia arriba hasta el nivel de la clave de la bóveda.

Basándonos en la discusión anterior hemos considerado un espesor uniforme de 20 cm, y como material piedra caliza de peso específico 2200 kg/m^3 . Los contrafuertes de cantería con peso específico 2400 kg/m^3 . Consideramos este espesor suficientemente generoso para incluir tanto plementerías, como nervios y claves⁷¹. Se han dibujado las gráficas para tres bóvedas de crucería diferentes generadas, la primera por un arco de medio punto $F/L = 0.5$, y las dos restantes por arcos apuntados de esbelteces $F/L = 2/3$ y $F/L = 5/6$.

71. El espesor de la bóveda de la catedral de Palma de Mallorca, con 20 metros de luz libre entre pilares es de sólo 15 cm. Véase: J. Rubió Bellver, "Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca." *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 1912. pp. 87-140.

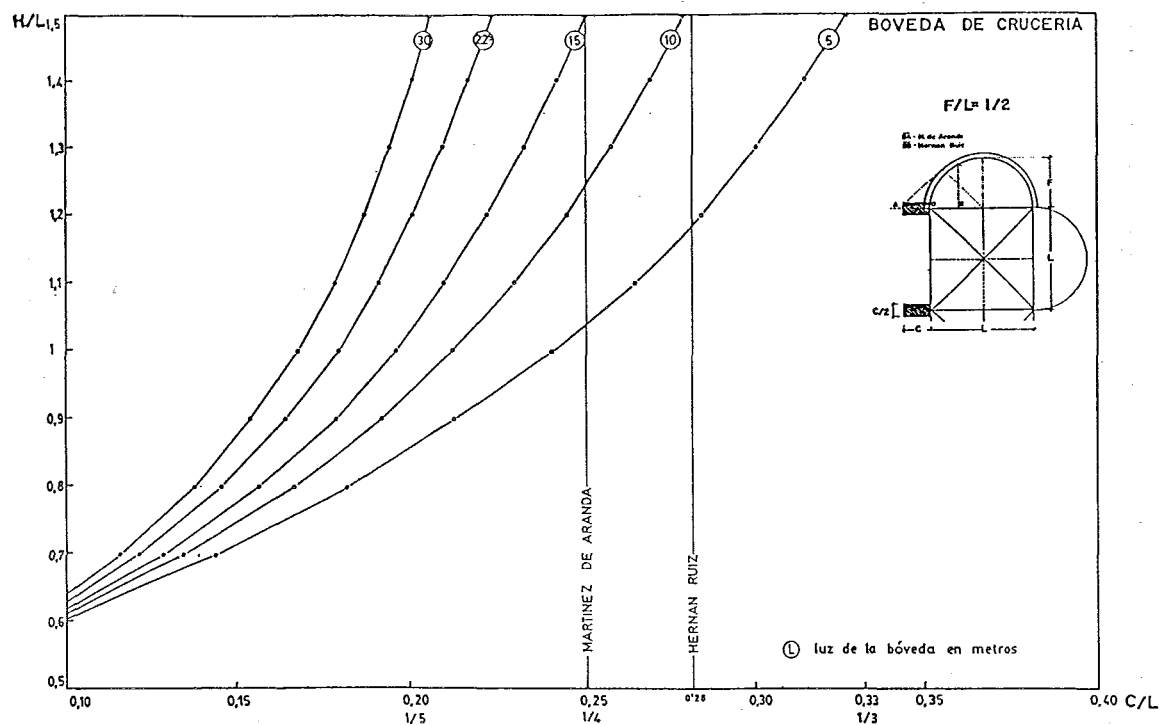


Figura 8.37. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz semicircular

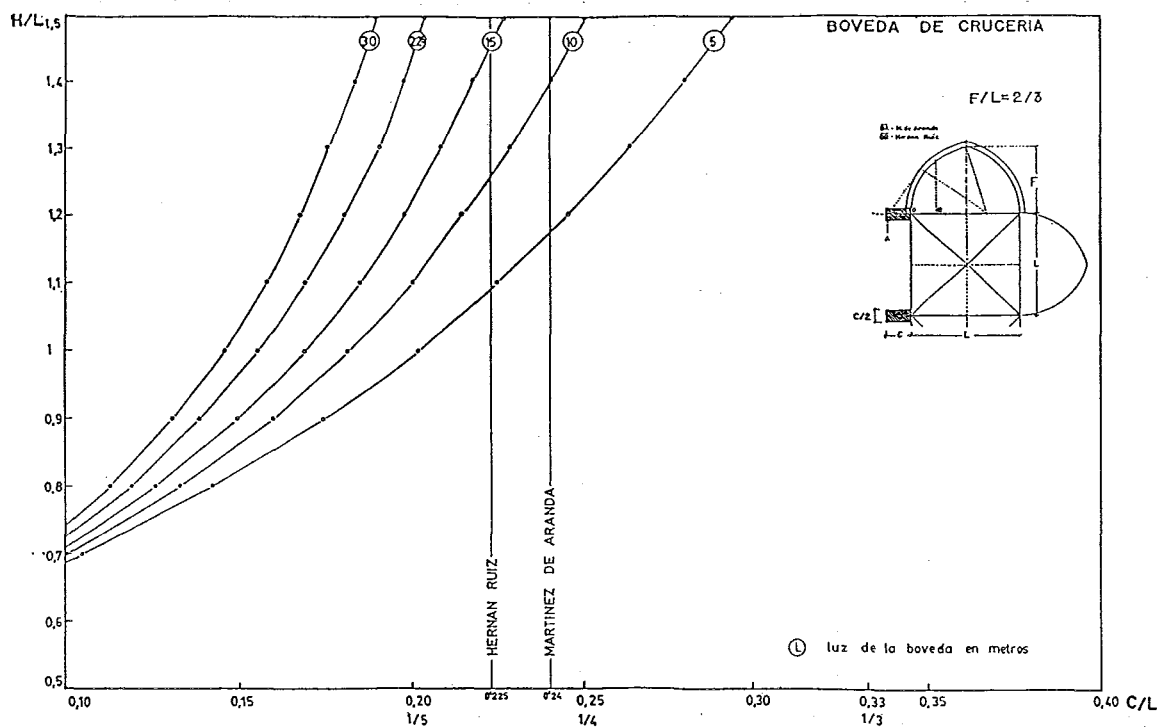


Figura 8.38. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz apuntada, $F/L = 2/3$

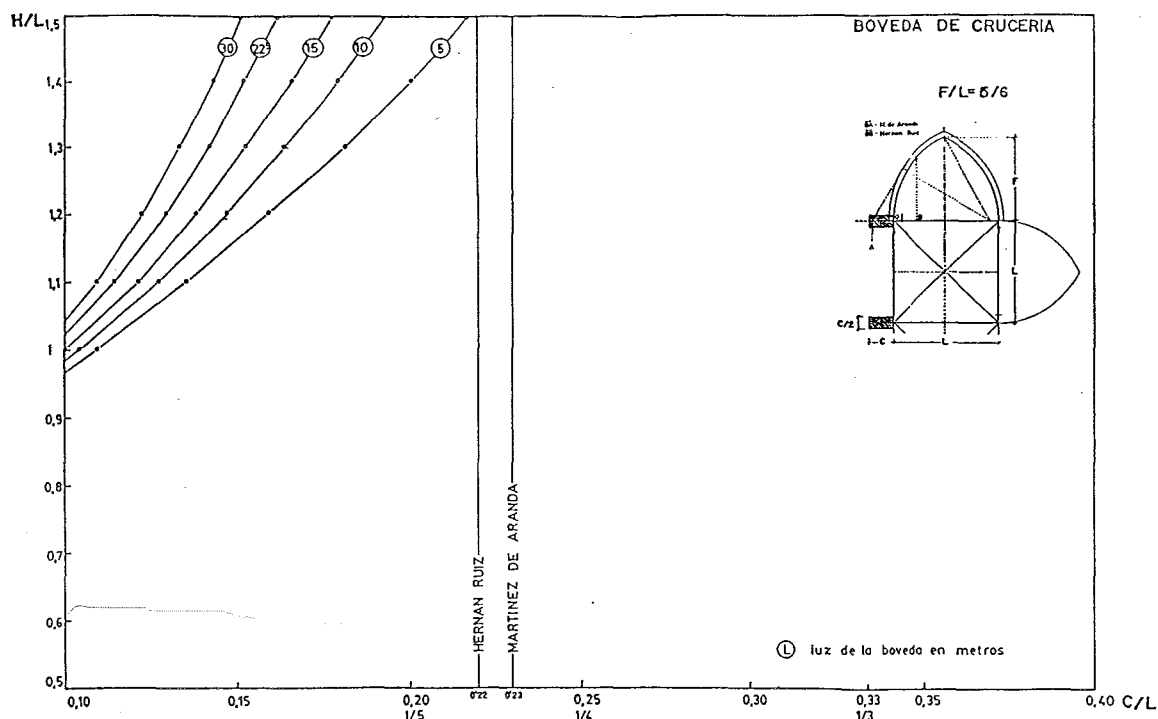


Figura 8.39. Contrafuerte bóveda de crucería: directriz apuntada, $F/L = 5/6$

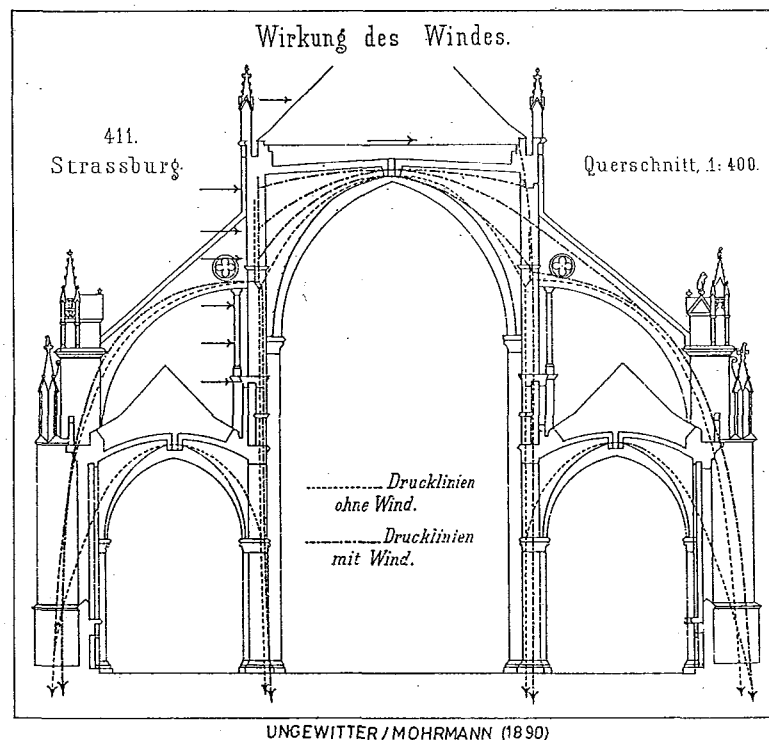
En las citadas gráficas se han superpuesto las relaciones C/L obtenidas aplicando las reglas de Martínez de Aranda y Hernán Ruiz, que, como se discutió en la segunda parte tienen un origen gótico y, presumiblemente, se empleaban para dimensionar los contrafuertes de las bóvedas de crucería.

Como puede apreciarse ambas reglas funcionan bastante bien (en particular para las bóvedas góticas apuntadas), excepto para luces inferiores a los 10 metros, para las que el espesor de 20 cm puede considerarse, sin duda excesivo.

La bóveda de mayor peralte destaca por el pequeño valor de C/L que se obtiene. Efectivamente, una bóveda de este tipo probablemente se sostendría sin apenas contrafuertes, sobre todo si tenemos en cuenta el papel estabilizador del muro (los huecos rara vez van de contrafuerte a contrafuerte) y del peso de la cubierta. Quizá en estos casos de estructuras tan esbeltas y ligeras sea preciso considerar el efecto del viento. Aunque, como puede apreciar-

se en la Figura 8.40, la posición de la línea de empujes no varía sustancialmente para tamaños y proporciones normales (en la Figura $L = 13$ m).⁷²

Podemos ahora contestar una cuestión que se planteó en la Segunda Parte, con motivo de la comisión de expertos para la Catedral de Gerona. Bofill el autor de la propuesta aseguraba en el informe que al contrafuerte le sobraba $1/3$ del espesor. El peralte, la relación F/L , de la bóveda es aproximadamente $2/3$ y su H/L está comprendido entre 1 y 0.9 . Entrando en la gráfica de la Figura 8.38. para $L = 22.5$ m (ésta es aproximadamente la luz libre en este caso) obtenemos un valor de $C/L = 0.15$. Para el contrafuerte real, que corresponde a la regla de Martínez de Aranda, $C/L = 0.24$, si le quitamos $1/3$ obtenemos $C/L = 0.16$. Efectivamente, Bofill tenía razón y la bóveda sigue siendo estable con un tercio menos de espesor.



UNGEWITTER / MOHRMANN (1890)

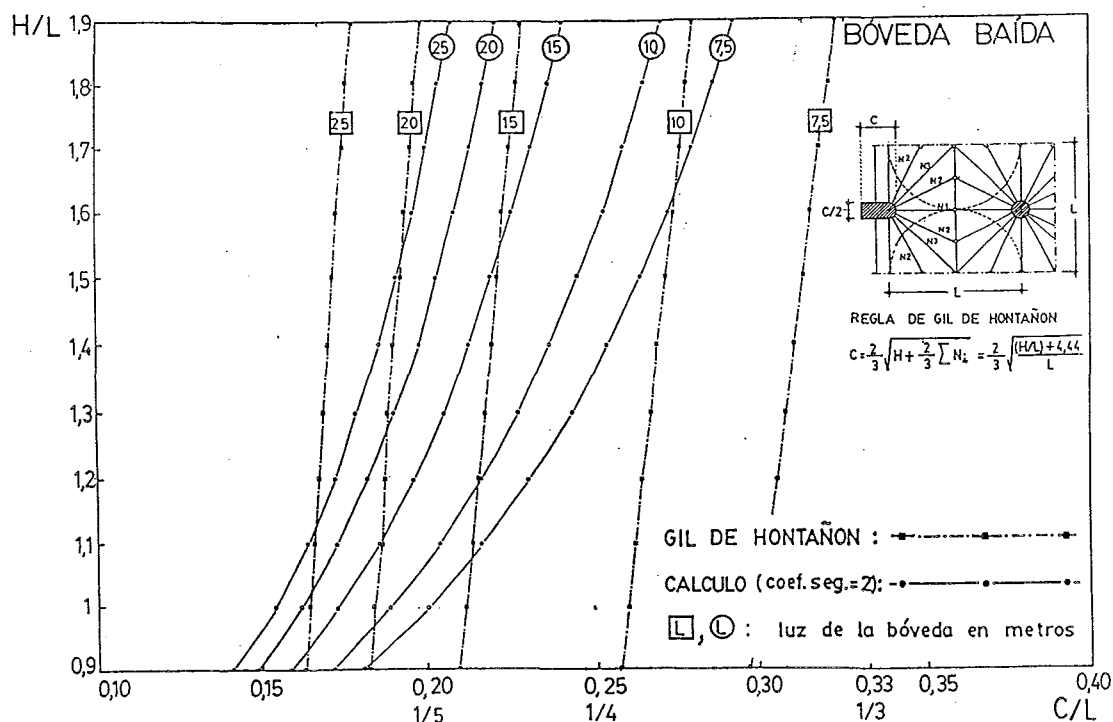
Figura 8.40. Viento: efecto en la estabilidad de la Catedral de Estrasburgo

72. Para una discusión del papel de los arbotantes en relación con la acción del viento sobre los tejados de las iglesias góticas, véase: J. Fitchen, "A Comment on the Function of the Upper Flying Buttress in French Gothic Architecture." *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 45, 1955. pp.69-90.

Bóvedas baídas: reglas de Rodrigo Gil.

El mismo procedimiento empleado para obtener los contrafuertes de las bóvedas de crucería puede aplicarse a las bóvedas baídas de las iglesias salón del Renacimiento español. Se trata, simplemente, de encontrar la posición del centro de gravedad de este tipo de bóveda y, en función de ella, los nuevos valores de V , H , a y z ⁷³. Hemos considerado el mismo coeficiente de seguridad al vuelco de 2, pero en este caso hemos reducido el espesor a 15 cm de piedra caliza y supuesto un intervalo de luces más pequeño, ambos más acordes con la práctica constructiva de Rodrigo Gil.

Se han estudiado dos casos: el primero teniendo en cuenta sólo el contrafuerte; el segundo, más acorde con la realidad, valorando el papel estabilizador de un pequeño trozo de muro a ambos lados del contrafuerte. Se han dibujado también los valores de C/L obtenidos a partir de la regla de Rodrigo Gil (véase apartado 5.2.4.b, págs. 112-113).



73. Hemos hallado estos valores mediante un simple programa de integración numérica por ordenador.

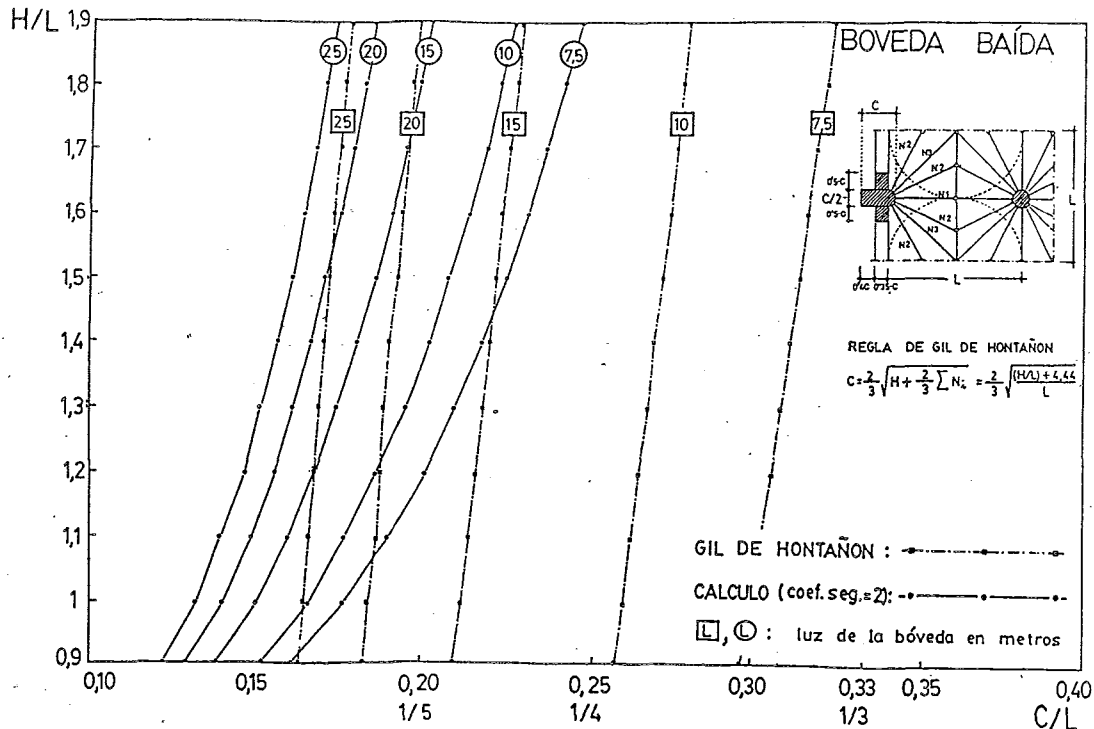


Figura 8.42. Contrafuertes para una bóveda baída (con muro)

Las reglas de Rodrigo Gil funcionan bastante bien, podríamos decir que sorprendentemente bien. Conducen a esbelteces un poco excesivas para tamaños pequeños, pero no hay que olvidar que la acción del viento es más acusada al disminuir la escala, como tendremos ocasión de ver con más detalle al estudiar las torres de fábrica.

La pregunta obvia es, ¿cómo llegó Rodrigo Gil a formular estas reglas? Creo que el proceso puede ser el mismo que el que condujo a la formulación de las reglas empíricas de diseño de puentes (véase apartado 8.2.5.b, más arriba): a partir de una lista de ejemplos contruidos satisfactorios, de distintos tamaños, se trata de buscar una fórmula que produzca un buen ajuste. No hace falta que la fórmula sea homogénea y, de hecho, las de Rodrigo Gil no lo son, como tampoco lo son las reglas de dimensionamiento de la clave para los puentes, ni muchas fórmulas prácticas que aparecen en la normativa actual

sobre cálculo de estructuras.⁷⁴

8.3.1.c Límites de tamaño

Como en el caso de los arcos se puede plantear el problema de si se han alcanzado los límites de tamaño en este tipo de estructuras. En la Figura 8.43 se ha dibujado la relación entre las tensiones máximas y el tamaño para distintos valores de F/L y con una relación H/L (altura/luz) = 1.5. La gráfica puede servir también para bóvedas baídas ya que tanto su superficie como la posición de sus centros de gravedad son similares al caso de $F/L = 1.5$. De la gráfica se deduce como receta práctica aproximada (con una variación de 1 a 2 dependiendo de la situación real de la resultante en función de la carga de la cubierta, movimientos de la estructura, etc.):

$$\sigma_{\max} \text{ (kg/cm}^2\text{)} = L \text{ (en metros)}$$

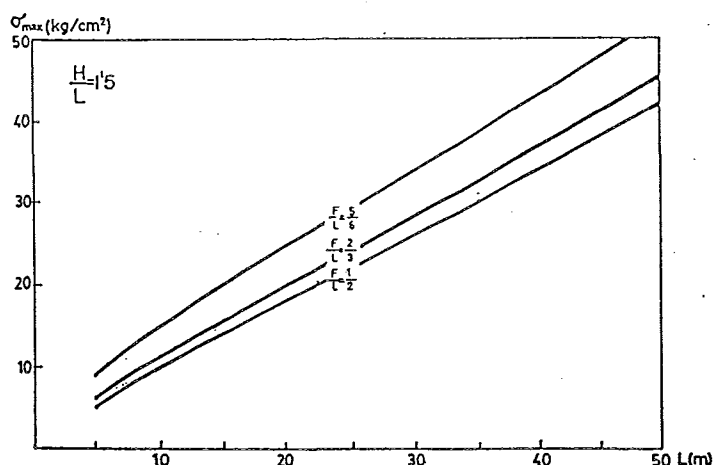


Figura 8.43. Tensiones máximas en bóvedas de crucería

74. Para que las fórmulas algebraicas de Rodrigo Gil den resultados correctos es preciso introducir los datos en pies castellanos (1 pie = 0.28 cm) y no en metros! Sanabria en un intento de comparar los resultados de las fórmulas con ejemplos construidos cometió este error, sacando la conclusión errónea de que las reglas son demasiado conservadoras, cuando, precisamente presentan un ajuste asombrosamente bueno. Véase: S. L. Sanabria, "The Mechanization of Design in the 16th Century: The Structural Formulae of Rodrigo Gil de Hontañón." *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 41, 1982. pág. 281-293.

Podemos comparar ahora con los datos de la Tabla 8.2⁷⁵ donde se recogen las dimensiones de las bóvedas de crucería más grandes.

GRANDES BOVEDAS DE CRUCERIA	LUZ	
	pies	metros
Catedral de Colonia	44	13.2
Nôtre Dame de Paris	48	14.4
Catedral de Amiens	49	14.7
Catedral de Bourges	49	14.7
Catedral de Chartres	50	15
Catedral de Narbonne	54	16.2
Catedral de Albi	58	17.4
Catedral de Toulouse	60	18
Catedral de Palma de Mallorca	67	20
Catedral de Gerona	73	22

Tabla 8.2. Grandes bóvedas de crucería

Como en el caso de los arcos, las dimensiones máximas debido a la resistencia de las fábricas están lejos de haber sido alcanzadas.

8.3.2 Cúpulas

La diferencia mas importante entre un arco y una cúpula reside en que en el arco solo consideraremos las tensiones sobre las dos secciones radiales, en las cúpulas las dovelas están sujetas a tensiones en las cuatro caras. Esto hace a las cúpulas mas estables que los arcos y permite, por ejemplo, eliminar las piedras de la clave y abrir un óculo sin que peligre su estabilidad.⁷⁶

75. Las dimensiones se han tomado fundamentalmente de G. E. Street, *Some Account of Gothic Architecture in Spain*. London: 1865, pág. 323. La conversión a metros dependerá del pie empleado en cada caso. Para dar una idea aproximada de tamaño hemos supuesto un pie de 0.30 cm, aunque esto puede no ser válido en algunos de los casos.

76. Esta mayor estabilidad de las cúpulas en relación a los arcos provocó el siguiente comentario de uno de los más conocidos historiadores de la arquitectura del siglo pasado: "...the dome is in itself so perfect as a constructive expedient, that it is almost as difficult to build a dome that will fall as it is a vault [arch] that will stand." J. Fergusson, *The Illustrated Handbook of Architecture*. London: J. Murray, 1859, pág. 441.

Si todas las tensiones actuaran por compresión no habría ningún problema y así sucede en la parte superior de las cúpulas. Pero, a partir de un cierto ángulo, aparecen tensiones de tracción que las fábricas no están preparadas para resistir. El ángulo en que ocurre esto depende de la forma de la cúpula y del sistema de cargas aplicadas a ella. En una cúpula semicircular de espesor constante sometida a su propio peso, las tracciones aparecen para un ángulo $\alpha = 51.8^\circ$, a partir del eje vertical. Una linterna, o también un óculo, hacen que la zona de tensiones por tracción se desplace hacia la coronación.

Debido a este fenómeno y a la incapacidad de la obra de resistir tracciones, el problema de la cúpula puede reducirse al de el arco de fábrica, aplicando como lo hemos hecho para las bóvedas de crucería el análisis a rotura: la cúpula por debajo del punto de tensión cero se rompe una serie fragmentos que actúan como un conjunto de arcos radiales (véase Figura 1.2. (b), página 12). Este ha sido el método tradicional⁷⁷ para estudiar las cúpulas de obra, y ha sido revitalizado recientemente por Heyman⁷⁸.

Así pues, una cúpula puede agrietarse formado una serie de arcos radiales sin que por ello deje de ser estable, siempre y cuando tenga un contrafuerte suficiente. Los antiguos maestros constructores conocían este hecho, y, por ejemplo, en la cúpula de Santa Sofía, como Dunn⁷⁹ ha señalado correc-

77. Aunque este fenómeno era bien conocido desde la antigüedad, esta hipótesis de rotura fue empleada por primera vez como base de un análisis de estabilidad, en los dos estudios realizados en el siglo XVIII sobre la cúpula de San Pedro en Roma: T. Le Seur, F. Jacquier y R.G. Boscovich, *Parere di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S. Pietro*. Roma: 1743, y G. Poleni, *Memorie istoriche della Gran Cupola del Tempio Vaticano*. Padova: 1748. Más tarde, se convirtió en el método más común para el análisis de las cúpulas durante el siglo XIX.

78. Véase: J. Heyman, "On Shell Solutions of Masonry Domes." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 3, 1967, pp. 227-241, and, J. Heyman, *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: 1977, pp. 106-116.

79. W. Dunn, "The Principles of Dome Construction." *Architectural Review*, Vol. 23, 1908, pp. 63-73 and 108-112. Este artículo constituye, en nuestra opinión, la mejor introducción al problema del funcionamiento estructural de las cúpulas de fábrica.

tamente, el arquitecto, conociendo este efecto, dispuso ventanas en torno a la base, y, así, esta parte de la construcción esta formada por 44 arcos radiales separados⁸⁰.

8.3.2.a Estabilidad de las cúpulas

Las mismas observaciones hechas sobre la estabilidad de los arcos son válidas para las cúpulas. Una cúpula, por ello debe presentar para ser estable una cierta forma límite. Como la distribución de las cargas es mas favorable en las cúpulas estas pueden ser mucho mas delgadas que los arcos.

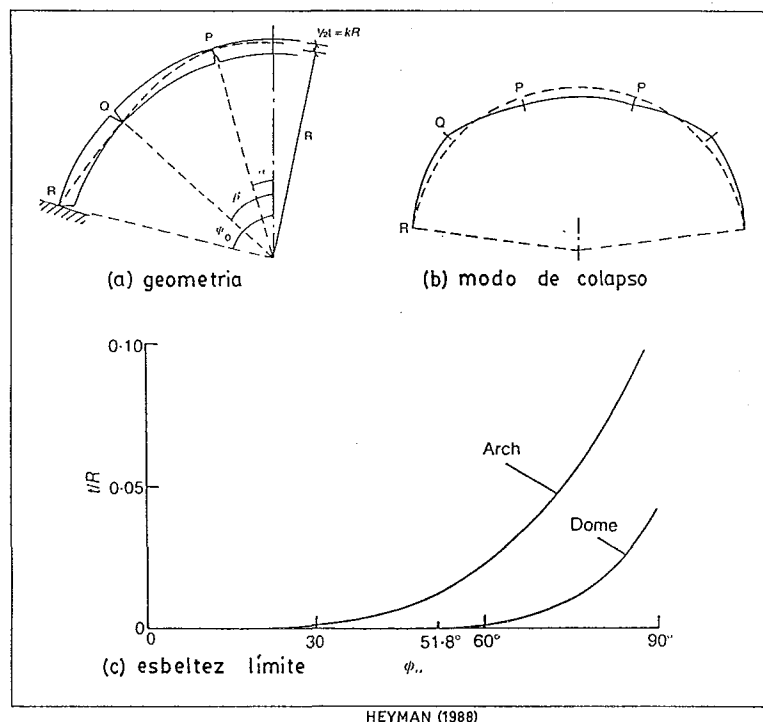
En el caso de una cúpula hemisférica de espesor constante, Heyman⁸¹ ha obtenido para la "esbeltez" (espesor/luz) de una cúpula semiesférica de espesor constante, espesor/vano, un valor de $1/47,6^{82}$, lo que equivale a decir que podemos hacer una cúpula aproximadamente 2.5 veces mas delgada que el correspondiente arco semicircular (véase Figura 8.44.). Hacer la cúpula apuntada es ventajosos desde el punto de vista de la estabilidad; así, la esbeltez límite de una cúpula apuntada generada por la revolución de un arco apuntado equilátero sería de solamente $1/73^{83}$. Como en el caso de los arcos, para obtener un cierto grado de seguridad aplicamos un factor geométrico de seguridad, comprendido tipicamente entre 2 y 3.

80. Esta práctica parece haberse empleado también durante la época romana, si bien los romanos dejaban los arcos de ladrillo embebidos en el hormigón en masa. En ocasiones, los arcos ni siquiera llegaban hasta la parte superior de la cúpula. Véase: L. Torres Balbás, "Bóvedas romanas sobre arcos de resalto." *Archivo Español de Arqueología*, Vol. 64, 1946, pp. 173-28.

81. Véase: J. Heyman, *Equilibrium of Shell Structures*, op. cit. above.

82. Este valor coincide prácticamente con el de $1/43.4$ obtenido by Sir Edmund Beckett, que fue, por lo que sabemos, el primero en estudiar las proporciones de colapso de las cúpulas, en su artículo: "On the Mathematical Theory of Domes." *Memoirs of the Royal Institute of British Architects*, 1871 Feb, pp. 81-115. El mismo autor realizó un resumen de los resultados más importantes para la entrada 'Dome' en la *Encyclopaedia Britannica*, 9th ed., Edinburgh, U.K., 1875-1888, Vol. VII, pp. 347-348.

83. Sir Edmund Beckett, op. cit. más arriba.



HEYMAN (1988)

Figura 8.44. Modo de colapso y esbeltez límite de cúpulas esféricas

Estas formas "válidas" son independientes del tamaño, y para las cúpulas son aplicables, en general, salvo el caso de cúpulas muy rebajadas, para un intervalo de dimensiones mayor que en el caso de los arcos. Si en el caso de los arcos hay algunos que están cerca del límite, las cúpulas existentes de obra están muy lejos de este límite, como veremos mas adelante.

El efecto de las cargas puntuales puede ser despreciado porque la función de este tipo de estructuras como cubiertas excluye la aparición de cargas puntuales muy fuertes. Cuando aparecen, como en el caso de las linternas forman parte del peso propio y deben ser consideradas desde el principio en el estudio del equilibrio de la estructura.

La ecuación deducida usando el análisis dimensional para la influencia de las cargas puntuales en arcos semejantes se aplica a este caso por completo y la carga crítica aumenta con el cubo de las dimensiones lineales. Esto, por supuesto, es lo que sucede con las linternas.

8.3.2.b Verificación de algunas cúpulas

Empezamos este capítulo con un comentario referente a la cúpula de San Biagio y una comparación con las cúpulas de San Pedro y Santa María del Fiore. Hemos elegido la cúpula de San Biagio por dos razones: en primer lugar porque es una fracción (1/3) casi exacta de la cúpula de San Pedro y esto nos permite establecer una relación sencilla; en segundo lugar porque corresponde aproximadamente con las proporciones de la regla de Carlo Fontana que hemos visto en la Segunda Parte. Hemos hecho un análisis gráfico de la estabilidad de este tipo de cúpula basándonos en la hipótesis expuesta anteriormente del análisis límite de las cúpulas de fábrica (véase la Figura 8.45.). Como puede verse, el proyecto es muy satisfactorio puesto que la línea de empujes esta siempre contenida dentro del tercio medio de la sección.

Para las tensiones, una aplicación sencilla del análisis dimensional muestra que:

$$\sigma_{\max} = \Phi(w_1, w_2, \dots) \mu s$$

donde Φ es una función de los factores de forma, μ es la densidad del material y s es una dimensión lineal de la cúpula (podemos tomar por ejemplo el vano s en la base de la cúpula).

El valor calculado de Φ para una cúpula de esta forma es aproximadamente 1.28^{84} . La correspondiente σ_{\max} , para San Biagio, luz = 14 m., $\mu = 2000 \text{ kg/m}^3$, es de 3.4 kg/cm^2 . Una cúpula semejante tres veces mayor presentaría una σ_{\max} de 10 kg/cm^2 que no es mucho incluso para un ladrillo de mediana calidad. Ahora debemos comparar este valor con el valor de σ_{\max} en las otras dos cúpulas con las que hemos hecho la comparación.

84. El valor de Φ para una cúpula semiesférica de espesor constante es 1. La forma apuntada hace que el volumen global crezca en relación con la superficie y las tensiones crecen. Sin embargo, como hemos visto esta forma es más estable.

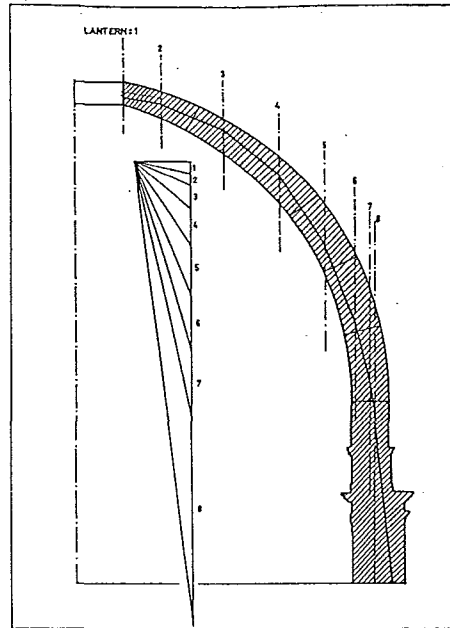
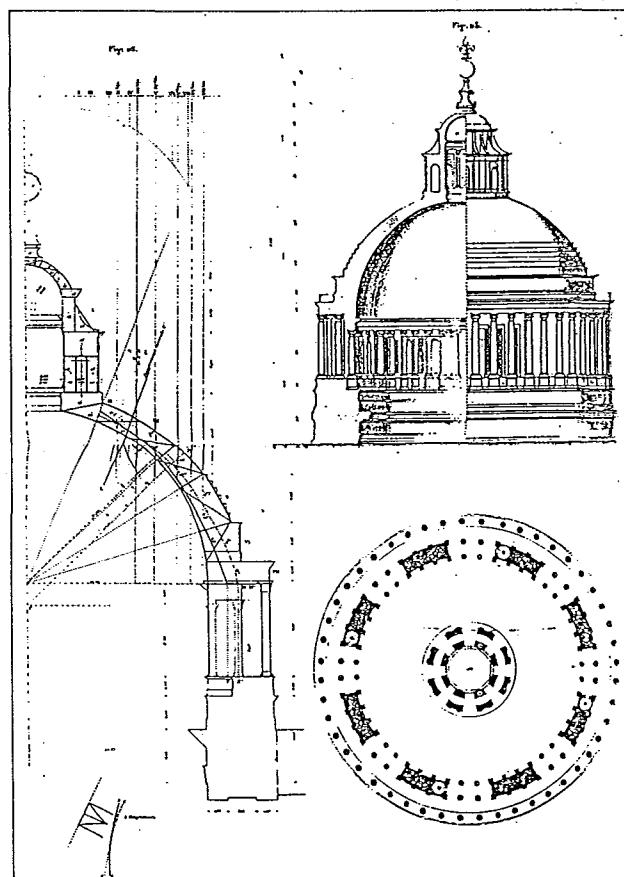


Figura. 8.45. Verificación de la regla de Fontana



DURAND-CLAYE (1880)

Figura 8.46. Verificación de la estabilidad de la Cúpula de Bramante

En el caso de San Pedro, siendo μ igual, el valor de σ_{\max} es, siguiendo las estimaciones de Gottgetreu⁸⁵, de 10.6 kg/cm². El valor de Φ es muy similar, 1.29. La posición de la línea de empujes no es tan favorable como en San Biagio - pasa a 1/5 del espesor en la base - pero esto está quizá compensado por la reducción de peso en la parte superior por ser una doble cúpula⁸⁶.

Parsons⁸⁷ (véase Figura 8.47.) obtuvo para Santa Maria del Fiore una tensión máxima de 25 kg/cm² pero esto es para el caso de la hipótesis, excesivamente desfavorable, en que se supone que todo el peso está concentrado sobre los nervios.

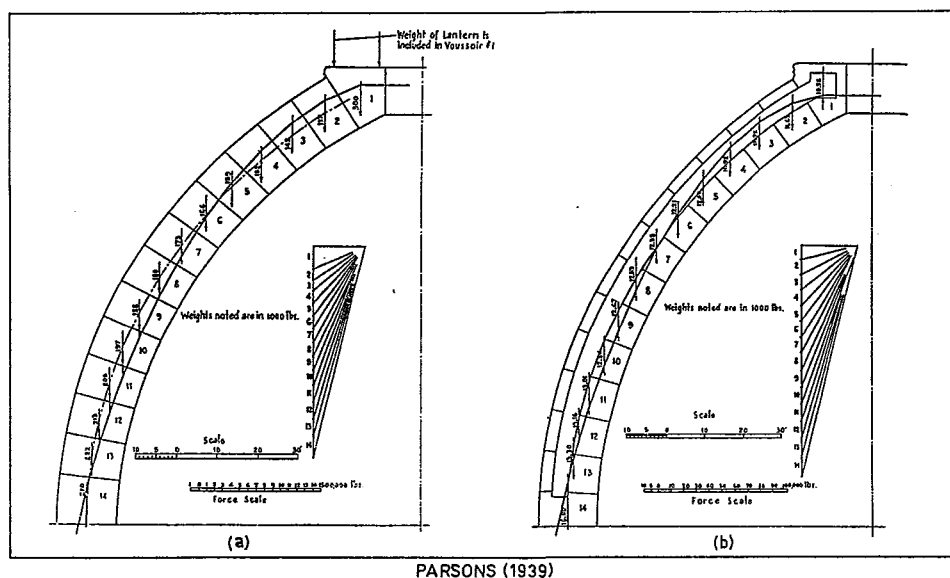


Figura 8.47. Verificación de la estabilidad de Santa Maria del Fiore

85. Los cálculos se han realizado a partir del análisis gráfico realizado por Gottgetreu. Su estudio está limitado a la posición de la línea de empujes. Conocida ésta, el determinar las tensiones se reduce a una simple operación aritmética que incluye el peso total de la cúpula y la superficie de su base. Véase: R. Gottgetreu, *Lehrbuch der Hochbaukonstruktionen*. Vol. I, pp. 254-260, Tafel. XXIX, 'Stabilitätsuntersuchung der Peterskuppel zu Rom'.

86. Sorprendentemente, el análisis realizado por Durand-Claye sobre la cúpula proyectada por Bramante, inspirada en la del Panteón dió una σ_{\max} de 8.8 kg/cm², con $\Phi = 1.07$. Véase: A. Durand-Claye, "Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. Application aux voûtes sphériques." *Annales des Ponts et Chaussées*, 1880, pp. 416-440, planches 14-16.

87. Véase: W. B. Parsons, *Engineers and Engineering in the Renaissance*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1976 (reprint of 1939 ed.), pp. 587-600.

Si suponemos el peso distribuido siguiendo la línea de empujes para la solución de la bóveda en rincón de claustro entonces obtenemos 10.2 kg/cm^2 , siendo Φ igual a 1.22. El inconveniente de usar la forma hexagonal esta compensado por la posición mas favorable de la línea de empujes, pasando netamente dentro del tercio medio, y por el uso de la doble cúpula.

Los niveles de las tensiones resultantes de los análisis previos son muy moderados. Por supuesto, las tensiones máximas deben encontrarse no en las cúpulas (elementos superficiales) sino en los pilares (elementos lineales) pero aún en este caso las tensiones no se acercan a un nivel peligroso para una buena fábrica. Por ejemplo, en los pilares principales de San Pedro, uno de los más grandes edificios de fábrica, la tensión es de 17 kg/cm^2 ⁸⁸.

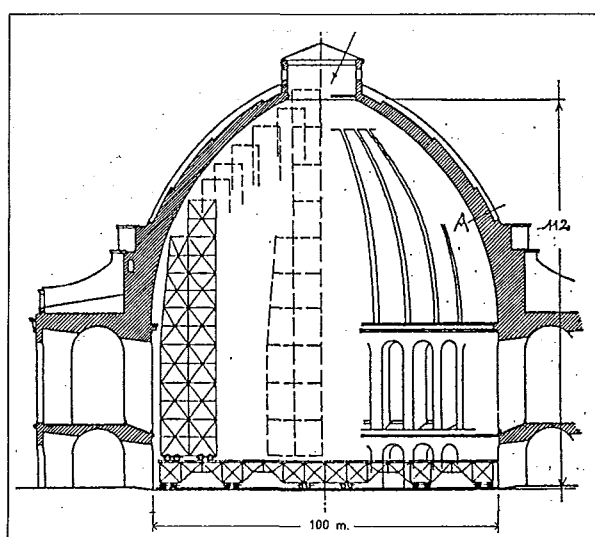


Figura 8.48. Proyecto para una cúpula de ladrillo de 100 m de luz⁸⁹

Considerando que una buena fábrica puede presentar una tensión admisible de un orden de magnitud superior, entre $50-150 \text{ kg/cm}^2$, es un hecho que las cúpulas no se aproximan incluso a los límites del tamaño posible (véase la Tabla 8.3 para una lista de las mayores cúpulas de fábrica). Por ejemplo,

88. Véase: L. M. N. H. Navier, *Resumé des Leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Bruselas: 1839, pág. 102.

89. Proyecto según Mäkelt, "Der Bau großer gemauerten Kuppelgewölbe." *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 62, 1942, pp. 409-417.

multiplicando por tres las dimensiones de San Pedro obtendríamos una tensión máxima sobre los pilares de 51 Kg/cm^2 que no es excesiva; el problema sería el volumen total de fábrica resultante; se trata de una cuestión de escala y y de uso, y no de resistencia de los materiales⁹⁰

GRANDES CÚPULAS DE FÁBRICA	LUZ (m)
Panteón (Roma, siglo I)	43
Santa Maria del Fiore (Florencia, siglo XV)	42
San Pedro (Roma, siglo XVII)	42
Gol Gomuz (Bijapur, India, siglo XVII)	42
Iglesia de Mosta (Mosta, Malta, siglo XIX)	38
San Francisco el Grande (Madrid, siglo XVIII)	35
Santa Sofía (Estambul, siglo VI)	33
San Pablo (Londres, siglo XVII)	33
San Carlo (Milán, siglo XIX)	32

Tabla 8.3 Grandes cúpulas de fábrica

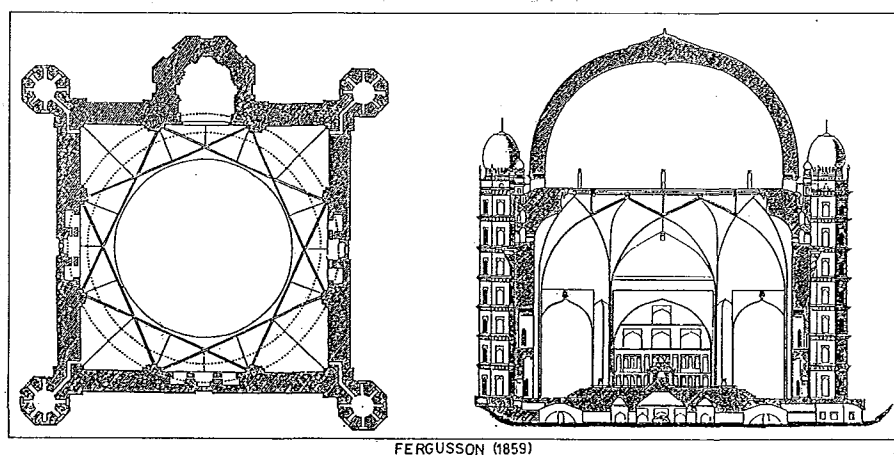


Figura 8.49. Cúpula del Gol Gomuz en Bijapur. Aparentemente la cúpula se sostiene sin apenas contrafuertes. Sin embargo obsérvese en la sección el gran volumen de las pechinas en voladizo que centran los empujes dentro de los muros, sobre todo si imaginamos un corte en diagonal⁹¹.

90. El volumen de la fábrica de San Pedro es de 107.988 m^3 . Un incremento lineal de las dimensiones por un factor de 3 multiplicaría este valor por 27 lo que representarían $2.915.676 \text{ m}^3$. Más que el volumen de la pirámide de $(2.592.100 \text{ m}^3)$. El volumen de San Pedro se ha tomado de los cálculos realizados por Fontana en *Il tempio Vaticano...*, op. cit., más arriba; el volumen de la pirámide de Cheops se ha calculado a partir de sus dimensiones generales.

91. Para un estudio de la estabilidad de esta cúpula, véase Sir Edmund Beckett, "On the Mathematical Theory of Domes.", op. cit., más arriba.

8.3.3 Teorema de Rankine

El teorema de la proyección paralela de Rankine se aplica también al caso de las bóvedas, o a cualquier estructura espacial de fábrica. La aplicación práctica a estos casos es muy útil debido a que el análisis de este tipo de estructuras espaciales es, en general, mucho más complicado.

Por ejemplo, para el caso de las bóvedas cilíndricas de crucería conocidos los contrafuertes para un tramo cuadrado podemos encontrar fácilmente el contrafuerte para cualquier longitud de tramo.

En el caso de las cúpulas ocurre lo mismo. Supongamos que queremos estudiar la estabilidad de una cúpula de forma elipsoidal con tres ejes principales diferentes. El estudio de la estabilidad y del nivel de tensión sobre esta estructura implica largos y penosos cálculos puesto que los arcos generados por la cúpula en el momento del colapso serían todos ellos distintos cada cuarto de la base.

Podemos obtener una respuesta inmediata aplicando una proyección paralela de una cúpula hemisférica estable cuyas proporciones conocemos (véase anteriormente), y multiplicando cada una de las coordenadas x , y , z , por el factor apropiado para obtener una cúpula con las proporciones que se desean. Las variaciones de las tensiones pueden obtenerse, también, analíticamente usando la ecuación de Rankine o gráficamente para los puntos en que se espera el mayor aumento.

8.4 Torres de fábrica

El tema de las torres de fábrica se da fuera del ámbito de esta Tesis, pero hemos considerado oportuno tratarlo por su semejanza con el problema del diseño de arcos para puentes y por la importancia de la regla que Gil

de Hontañón suministra para su dimensionamiento.

El análisis de las torres de fábrica fue abordado relativamente tarde. La primera mención la hemos encontrado en el *Compendio matemático...* del Padre Tosca⁹², donde hace alusión a la condición fundamental de equilibrio: la perpendicular que pasa por el centro de gravedad debe pasar por dentro de la base de sustentación. La primera memoria científica creemos es la de Fresnel⁹³, y fue seguida por escasas contribuciones, hasta que Rankine formuló con todo rigor en su *Manual of Applied Mechanics* la teoría de la estabilidad de las torres de fábrica⁹⁴.

8.4.1 Reglas empíricas: verificación

Así, pues, en el problema de la estabilidad de las torres de fábrica la teoría solamente alcanzó un nivel de desarrollo suficiente a mediados del siglo XIX. El dimensionamiento de se realizó hasta entonces utilizando, fundamentalmente, las reglas empíricas formuladas por Alberti, que aparecen

92. "Ay algunas torres inclinadas azia una parte, edificadas con tal industria que se mantienen firmes, con admiracion de quien las mira: una de estas ay muy celebrada en Pisa, que tiene de alto 78 codos, ó, 117 pies, y tiene de inclinacion nueve pies, y medio, es redonda y de marmol blanco... Otra ay en Bolonia, mas alta que la de Pisa, con nueve pies de inclinacion; es quadrangula, y de ladrillo. Pidese la causa porque se mantienen estas torres sin caerse, no obstante tanta inclinacion? Respondo se la causa estar el centro de gravedad de dichas torres dentro de la columna de sustentacion, de suerte que la linea de direccion, que de su centro de gravedad baxa al centro de la tierra, no se sale fuera del piè, o base de sustentacion, con que segun las reglas de la Statica, no han de poder caer, aunque tengan aquella inclinacion; pero ademas de esto necesitan de que las piedras, ò ladrillos de que se componen, estén muy bien unidos, y travados entre sí, porque de otra suerte, aunque no toda la torre, pero parte de esta estaria expuesta à que desgajandose de lo restante padeciese ruina. Y esto parece ser bastante para que se entienda la fuerça, y eficacia del centro de gravedad." Op. cit., Vol. 4, págs. 237-238.

93. L. Fresnel, "Mémoire sur la stabilité du phare en construction a Belle-Ile (océan)." *Annales des Ponts et Chaussées*, , 1831, 2me sem. pp. 385-421, lám. 17

94. Rankine, op. cit., págs. 240-241. Otras contribuciones al tema, también en la segunda mitad del siglo XIX son: Krafft "Sulla stabilita' dei camini per uso industriale." *Il Politecnico*, Vol. 21, 1873. pp. 505-506; Krafft "De la stabilité des cheminées d'usines." *Annales des Ponts et Chaussées*, , 1873, 1er sem. pp. 251-254; A. Gouilly, *Théorie sur la stabilité des hautes cheminées en maçonnerie*. Paris: J. Dejeu et Cie, 1876; Renaud "Chute d'une cheminée de filature, au Havre." *Annales des Ponts et Chaussées*, , 1872, 2me sem. pp. 277-283, lám. 25.

citadas sistemáticamente, como hemos visto en la Segunda Parte, en todos los tratados que hemos consultado (véase págs. 155-157, más arriba). Todavía a finales del siglo XIX se empleaban este tipo de reglas proporcionales para dimensionar las torres de los faros⁹⁵.

En este contexto son de importancia extraordinaria las reglas propuestas por Rodrigo Gil de Hontañón para dimensionar los muros y contrafuertes de las torres. Las citadas reglas, al incluir la raíz cuadrada, tienen en cuenta el incremento de la estabilidad de las torres al aumentar el tamaño. En efecto, si suponemos la velocidad máxima del viento como una constante independiente de la altura, la acción del viento crece con la superficie (cuadrado de la longitud) mientras que el peso de la torre crece con el volumen (cubo de la longitud). Como resultado de ello una torre es tanto más estable cuanto más grande es y el empleo de reglas proporcionales del tipo de las arriba citadas conduce a una estabilidad excesiva en relación con el consumo de material: las torres pequeñas presentan una relación H/E (altura/espesor) mayor que las grandes, como ya vimos en la Figura 8.4, más arriba.

En la Figura 8.50. hemos dibujado los valores de H/E en relación con la altura para torres cuadradas de sección constante, para distintos valores de esbeltez H/B (altura/lado de la base), empleando las fórmulas deducidas por Rankine⁹⁶. También hemos representado los valores obtenidos por las reglas de Gil de Hontañón y Alberti. Como puede apreciarse fácilmente, la regla de Gil de Hontañón produce un ajuste mucho mejor, y, para una torre de 100 m de altura, disminuye el consumo de material en relación con la regla proporcio-

95. Véase M. Carrillo de Albornoz, "Memoria sobre la construcción de la nueva torre de la farola del Puerto de la Habana, dirigida por el Coronel graduado Comandante de batallón de Ingenieros, D. José Benítez." *Elementos de Arquitectura por John Millington...*, Madrid: Imprenta Nacional, 1848. Tomo II, Apéndice 10, pp. 739, donde recomienda para el espesor tomar la doceava parte de la altura: "... se sabe que para dar á un muro circular una grande estabilidad en las construcciones ordinarias, basta darle de espesor la dozava parte de su altura."

96. Op. cit., pág. 243.

nal de Alberti por un factor, nada despreciable, entre 3.5 y 4. Ambas reglas se vuelven inseguras para tamaños inferiores a los 9 metros.

Los valores de H/E obtenidos por el cálculo son muy grandes, y, creemos solamente han sido alcanzados valores semejantes en la construcción de algunas espiras góticas⁹⁷ y de las chimeneas de ladrillo en la segunda mitad del siglo XIX. Por ejemplo, la chimenea troncocónica⁹⁸ de Saint Rollox (cerca de Glasgow) en Gran Bretaña, con 130 metros de altura, presenta un valor medio de $H/E = 230$.

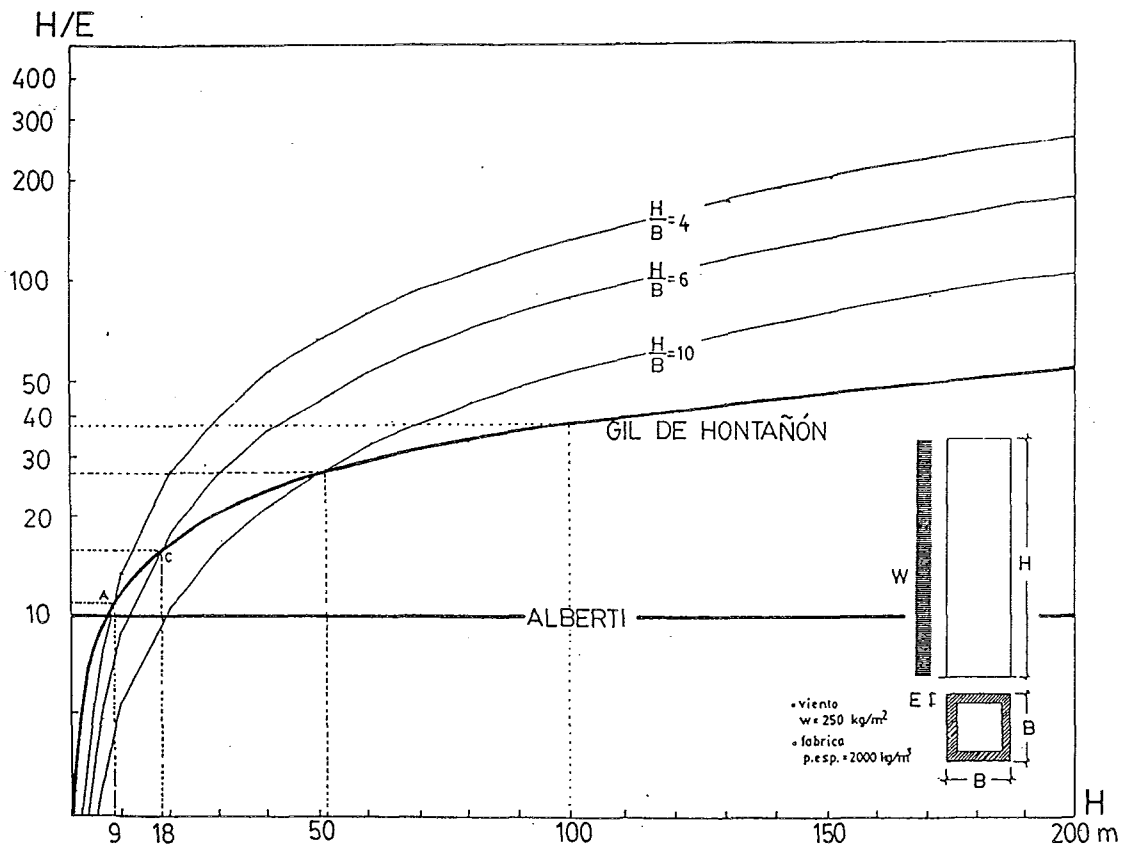


Figura 8.50. Estabilidad de torres cuadradas de fábrica

97. La espira de la catedral de Salisbury con 53 metros de altura a partir de su arranque de la torre (62 m), presenta sólo un espesor medio de 25 cm, lo que da un valor $H/E = 212$. Citado por R. J. Mainstone, *Developments in structural form*. Harmondsworth: Penguin, 1983. pág. 260.

98. Las dimensiones básicas son: altura 435.5 pies; diámetro de la base 40 pies; diámetro en la coronación 13 pies 6"; espesor en la base 2 pies 7.5"; espesor en la coronación 1 pies 2". Según Rankine, op. cit. pág. 640.

8.4.2 Límites de tamaño

Los valores de las tensiones dependen, fundamentalmente, de la altura total. En efecto, en ausencia de viento, el peso total vendrá dado por una expresión del tipo:

$$P = k \cdot \mu \cdot L^3$$

donde k es una constante característica de la sección; μ es el peso específico de la fábrica y L es una dimensión lineal cualquiera (por ej. la altura). El área de la base vendrá dada por:

$$A = k' \cdot L^2$$

donde k' es otra constante de sección. La tensión máxima tendrá la forma:

$$[1] \quad \sigma_{\text{máx}} = P/A = K \cdot \mu \cdot L$$

donde K es una constante.

El efecto del viento puede desplazar esta fuerza hasta, digamos, el límite del núcleo central de inercia, con lo que el valor de la tensión máxima puede, a lo sumo, doblarse. Despejando el valor de L (H) de la ecuación [1], podríamos saber la altura máxima que podría alcanzar una torre de una forma dada. Si consideramos la torre de sección constante en toda su altura, $K = 1$ y obtenemos que:

$$H_{\text{máx}} = \sigma_{\text{adm}} / \mu$$

que es una característica del material⁹⁹. Los valores de $H_{\text{máx}}$ para distintos tipos de fábricas han calculado en la Tabla 1.1 (véase página 26 más arriba). Como puede apreciarse en la citada Tabla los valores de H están comprendidos entre 500 y 6000 metros, dado que la torre de fábrica más alta, la torre de la catedral de Ulm, tiene "sólo" 161 m de altura¹⁰⁰, también en el caso de las

99. La altura máxima que puede alcanzar una columna de sección constante para que en su base no se supere la tensión admisible del material. Cox llama a esta longitud *material breaking length*. Véase: H. I. Cox, *The design of structures of least weight*. London: Pergamon, 1965, pág. 6.

100. Mainstone, op. cit., pág. 260.

torres, las construcciones edificadas hasta el momento no se acercan a los límites que imponen la resistencia a compresión de las fábricas, y el criterio de estabilidad sigue siendo el más restrictivo.

CONCLUSIONES

Ut pondera libra, sic aedificia architectura.
H. Gautier, *Traité des Ponts*

Las principales conclusiones de la presente Tesis son:

- **empleo de reglas empíricas.** Los antiguos constructores, arquitectos e ingenieros empleaban reglas empíricas para el dimensionamiento de los elementos estructurales de sus edificios de fábrica.
- **difusión.** Estas reglas tuvieron gran difusión tanto cronológica como geográficamente. Si bien las primeras pruebas documentales de su empleo datan del siglo XV, es más que probable que su origen se remonte a la antigüedad clásica. Su utilización se prolonga hasta la primera mitad del siglo XX. Geográficamente, su difusión se extiende por todo el ámbito estudiado (Europa).
- **valoración: enfoque elástico.** Hasta el momento la actitud hacia estas reglas ha estado fundamentalmente condicionada por el marco teórico de referencia elegido: la teoría clásica de la elasticidad. La postura más extendida ha sido: como no están basadas (no podían estarlo) en el cálculo directo a partir de los principios de la teoría de la elasticidad, las reglas empíricas eran falsas e inútiles.
- **nuevo marco de referencia: análisis a rotura.** De hecho la teoría elástica no es gran ayuda a la hora de analizar las estructuras de fábrica. Un marco teórico más adecuado lo suministra el moderno análisis a rotura aplicado a las

CONCLUSIONES

fábricas, tal y como ha sido desarrollado, fundamentalmente por Heyman, en los últimos 20 años. Sin embargo, el origen del análisis a rotura de las fábricas se remonta a los inicios del siglo XVIII, y fue utilizado con éxito hasta la segunda mitad del siglo XIX y comienzos del XX. La aparición de nuevos materiales, acero y hormigón armado, favoreció el desarrollo de la teoría de la elasticidad y el análisis a rotura quedó olvidado hasta los años 1940.

▪ **estabilidad: la condición más restrictiva.** La aplicación del análisis a rotura a las estructuras de fábrica confirma que la condición más restrictiva para el diseño no es la resistencia, sino la estabilidad. Para que una estructura sea estable sus elementos estructurales deben tener unas ciertas dimensiones que dependen, fundamentalmente, de la forma geométrica de la estructura. Esto conduce a la existencia de "proporciones" válidas para el diseño de arcos, bóvedas y contrafuertes, e, incluso, de edificios, independientemente del tamaño.

▪ **formas válidas y reglas proporcionales.** Las reglas empíricas proporcionales (geométricas o aritméticas) suministran un medio para "fijar" estas proporciones válidas mediante parámetros adimensionales. Por tanto, constituyen un método válido y racional para el diseño de este tipo de estructuras. Estas consideraciones fueron ya hechas en el siglo XIX por Ungewitter, Mohrmann y Esselborn, y, recientemente, por Heyman y Gordon, si bien no han recibido gran atención por parte de los historiadores de la construcción.

▪ **problemas no-proporcionales.** Algunos problemas del diseño de estructuras de fábrica conducen a soluciones no-proporcionales (no son independientes del

tamaño). Este es el caso de los contrafuertes y claves de las bóvedas góticas, de los puentes y torres de fábrica. Este tipo de estructuras se hacen más estables a medida que crecen en tamaño, y sus elementos estructurales pueden hacerse proporcionalmente más esbeltos. Esto se deduce tanto de la aplicación de la teoría, como de la inspección de estructuras existentes de distintos tamaños. Las reglas proporcionales pueden emplearse también en este caso cuando representan un límite inferior razonable para el diseño, pero conducen a un gasto excesivo de material.

▪ **reglas empíricas no-proporcionales.** Los más hábiles entre los antiguos constructores se dieron cuenta de este fenómeno y, en consecuencia, formularon **reglas empíricas no-proporcionales** (aritméticas) para los casos citados más arriba. La aplicación de estas reglas al caso del diseño de los arcos de los puentes está bien documentada. Aparecen (o quizá reaparecen) en el siglo XVIII y se desarrollan y utilizan hasta los comienzos del siglo XX. En los otros dos casos, contrafuertes góticos y torres, el único conjunto de reglas de este tipo que ha llegado hasta nosotros es el de Rodrigo Gil de Hontañón.

▪ **reglas de Rodrigo Gil de Hontañón.** El conjunto de reglas de Rodrigo Gil es completo y permite dimensionar los elementos estructurales fundamentales de una iglesia salón gótica (contrafuertes, claves, nervios y torres). La verificación de estas reglas con la ayuda del moderno análisis a rotura da una coincidencia sorprendentemente buena con los resultados del cálculo. Las reglas son proporcionales cuando deben serlo, nervios, y no-proporcionales en los otros casos. Las reglas de Rodrigo Gil constituyen un hito excepcional en la historia "pre-científica" del análisis estructural.

CONCLUSIONES

▪ **empleo de modelos.** El empleo de reglas empíricas no es la única manera de afrontar el problema: el análisis a rotura da también carta de validez al empleo de modelos a escala. La evidencia de la existencia de este tipo de modelos es abundante, pero no existe una prueba documental que confirme que se empleaban con fines estructurales (aunque muy probablemente esto era así). Por supuesto, los edificios existentes, pueden considerarse modelos a escala de una versión futura de mayor tamaño.

▪ **formas válidas, reglas empíricas y el desarrollo de la teoría de bóvedas.** Aunque la actitud de los fundadores de la teoría de bóvedas hacia las reglas empíricas era muy negativa, el estudio del desarrollo de esta teoría demuestra que las "formas válidas" que se deducen de la propia naturaleza del problema eran conocidas. La evolución del concepto de seguridad en el marco de esta teoría, creemos, prueba esta afirmación.

▪ **comprobación visual.** Por último, es preciso enfatizar la posibilidad de realizar, a partir de un dibujo a escala, una comprobación visual de la estabilidad de un arco, bóveda o contrafuerte. En una actividad donde el dibujo es el medio más importante de expresión y transmisión del conocimiento, este hecho no debe ser infravalorado. Además, un dibujo a escala de una forma estable constituye también una regla proporcional.

La presente Tesis en modo alguno agota el tema de estudio. El estudio de la, más que probable, existencia de estas reglas en la antigüedad (Bizancio en particular) está todavía por hacer. Los manuscritos del gótico tardío deben ser inventariados y analizados en búsqueda de estas reglas y de un mayor

conocimiento sobre la práctica constructiva. El posible empleo de modelos con fines estructurales desde la antigüedad hasta nuestro días requiere así mismo revisión. Sin duda, la realización de estudios de este tipo, dentro del marco de la Historia de la Construcción, llevará a un mayor conocimiento sobre el origen y grado de difusión de estas reglas, y a una mejor comprensión de la forma de edificar y de las obras de los antiguos constructores.

Apéndice

APENDICE

Resumen del desarrollo histórico del concepto de seguridad en el diseño de arcos de fábrica.

El problema del concepto de seguridad en el diseño de las bóvedas de fábrica tiene cierto interés, pues, creemos, es un claro ejemplo, de cómo en el desarrollo de la teoría de las bóvedas y arcos de fábrica la teoría ha ido, en cierto modo, por detrás de la experiencia. Como hemos visto, la propia naturaleza del problema conduce a proporciones y formas válidas que fueron asimiladas por experiencia y "registradas" en forma de reglas empíricas. Estas formas válidas, estaban en la mente de los fundadores del análisis estructural de los arcos y, como veremos, eran un punto de referencia cuando menos intuitivo a la hora de establecer la seguridad de los arcos y bóvedas de fábrica.

La primera formulación sobre la estabilidad de un arco la formuló con sorprendente precocidad Gregory¹. La Hire en su histórica memoria de 1712² no hace mención de este problema. Basándose en la hipótesis, errónea, de la cuña establece situaciones de 'equilibrio estricto', pero no parece preocupado por la inminencia del colapso. Sin duda La Hire sabía que sus hipótesis conducían a un sobredimensionamiento de los contrafuertes.

Bélidor, principal difusor del método de La Hire, sí se plantea el problema. En su primera contribución de 1725³, la primera aplicación conocida de la ciencia de las estructuras a casos concretos⁴, Bélidor lo primero que

1. Véase, Introducción, pág. 2, nota 6.

2. P. La Hire, "Sur la construction des voûtes dans les édifices." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1712. pp. 70-78, 3 figs.

3. B. F. Belidor, *Nouveau cours de Mathématique a l'Usage de l'Artillerie et du Génie où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la Théorie et à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre*. Paris: Chez Charles-Antoine Jombert, 1725. Libro II.

4. Habitualmente se toma como fecha del nacimiento de la ciencia de las estructuras el año de 1742 cuando los tres matemáticos realizaron el informe de la cúpula de San Pedro. Las aplicaciones de Bélidor y Frézier del método de La Hire son bastante anteriores.

APENDICE

hace es comparar los resultados de la aplicación del método de La Hire con las fórmulas empíricas de Vauban. El propio Bélidor reconoce en su tratado de 1729⁵ que las hipótesis de juntas infinitamente lisas y el consiguiente colapso por deslizamiento van a favor de seguridad:

Considérant le voussoir supérieur... comme n'ayant aucune liaison avec le reste de la maçonnerie, la poussée qui se fera à l'égard du point d'appui... sera la plus grande qu'il est possible, puisque dans une voûte, il n'arrive jamais que les voussoirs agissent aussi puissamment... sans trouver d'obstacle de la part du mortier, ni du frottement.

Recomienda entonces, sencillamente, aumentar ligeramente el espesor, si bien no indica en que medida:

Par consequence, si l'on cherche à proportionner la résistance du piédroit... à cette plus grand poussée, on donnera à la puissance *résistante* une force un peu au au-dessus de celle qu'il faudroit effectivement pour soutenir l'effort du voussoir... Ainsi cette supposition ne pouvant que contribuer à la fermeté des piédroits, il s'ensuit que considérer ici les choses dans le rigueur de la théorie, c'est leur donner tout l'avantage qu'on peut desirer dans la pratique.

A pesar de esta indeterminación los resultados de la aplicación del método daban buenos resultados, a favor de seguridad, al comparar con edificaciones existentes, y, con ligeras modificaciones, el método fue adoptado por Perronet a la hora de elaborar unas tablas para uso de los ingenieros franceses⁶.

El primero en plantear el problema de forma moderna y en sugerir la aplicación de un coeficiente de seguridad geométrico, fue Couplet. En su segunda memoria de 1730⁷, busca las proporciones de colapso de arcos y con-

5. B. F. Belidor, *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile*. Paris: 1729.

6. Belidor, op. cit., Livre II, pág. 11.

7. *Ibidem*.

8. J. R. Perronet y Chezy "Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées." *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées à l'usage de MM. les ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 243-273, lám. XVII.

9. P. Couplet, "De la poussée des voûtes." *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, , 1729. pp. 79-117, lám. 4-7.

trafuertes, en la hipótesis correcta de imposibilidad de deslizamiento de las dovelas (aunque fijando el ángulo de rotura en 45°). A continuación advierte sobre la necesidad de incrementar los espesores para obtener una cierta seguridad, si bien sólo tiene en cuenta la resistencia del material:

... Cependant il faut bien se garder de donner à une Voûte... une épaisseur qui soit comme nous le venons de trouver ... car les charnières ou points d'appui des Voussoirs se trouveroient dans les surfaces de la Voûte, en sorte que ces Voussoirs qui porteroient sur leurs arrêtes, écraseroient bien-tôt ces Arrêtes, et par conséquent la Voûte périroit, ou changeroit de figure, c'est pourquoi il faut au moins doubler l'épaisseur que la formule nous donne...

Sin embargo, esta condición le parece insuficiente y, a continuación, formula la 'condición del tercio' por primera vez:

Ainsi pour que l'épaisseur résultante de nôtre formule ... soit au milieu de l'épaisseur, il faudroit tripler cette épaisseur...

Las observaciones de Couplet sobre cómo establecer una seguridad suficiente con respecto al colapso pasaron inadvertidas.

La siguiente contribución donde se plantea de manera explícita el problema es la de Audoy¹². En su memoria aplica la importantísima, y olvidada hasta entonces, teoría de Coulomb¹³. Emplea un enfoque a rotura clásico: se trata de buscar las proporciones de colapso de una bóveda, situada sobre sus arranques o sobre contrafuertes, y, luego, establecer una cierta seguridad con respecto a esta situación. Audoy era consciente, sin duda por comparación de los resultados obtenidos con las proporciones más habituales establecidas por la experiencia, de que las configuraciones de colapso obtenidas eran

10. Couplet, op. cit., pág. 132.

11. Couplet, op. cit., pág. 132.

12. Audoy "Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau." *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 4, 1820. pp. 1-96, láms. I-VI.

13. C. A. Coulomb, "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture." *Mémoires de Mathématique et de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et lus dans ses Assemblées (Paris)*, Vol. 7, 1773. pp. 343-382.

APENDICE

'reales' (la bóveda estaba ciertamente en equilibrio inestable) a diferencia de las obtenidas por el método de La Hire:

... la voûte en équilibre, telle que nous l'avons considéré d'après l'expérience, ne formerait jamais qu'un assemblage de quatre quartiers de maçonnerie mis en balance sur leurs arêtes; système précaire, qui ne résisterait pas aux accidens multipliés que le temps peut amener: en sorte qu'il ne suffit pas ... de donner aux pieds-droits les épaisseurs indiqués par nos formules; il faut augmenter ces épaisseurs.

El problema de cuánto hay que sobredimensionar estos espesores le parece irresoluble por la sola teoría. Es preciso recurrir a la experiencia y comparar las formas límite con las existentes, con vistas a deducir unos principios válidos:

Ce que l'ingénieur a mieux à faire, c'est de consulter l'expérience: lorsqu'il verra qu'une voûte, d'une espèce donnée, se soutient depuis un grand nombre d'années, depuis un siècle par exemple, c'est que cette voûte a des dimensions au moins suffisantes; car il est probable que, pendant ce laps de temps, elle a dû éprouver tous les accidens qui peuvent lui arriver. Alors les formules lui enseigneront à calculer l'excès de stabilité de cette voûte sur le simple état d'équilibre, et, par suite, le moyen de donner à toute autre voûte de même genre le même surcroît de force. On conçoit qu'on pourrait ainsi, par des observations multipliées et judicieusement comparées à l'aide de la théorie, parvenir à connaître les moindres épaisseurs qu'il est permis de donner aux supports des édifices voûtés, pour lesquels on suit encore une pratique vague, qui varie suivant les calculs ou la timidité de chaque constructeur.

En lugar de realizar esta tarea, que evidentemente sería larga y penosa, decide utilizar como punto de referencia los resultados del método de La Hire que considera suficientemente probados por la experiencia:

Il paraît cependant que la méthode de Lahire avait obtenu plus de confiance que les autres... Comme elle a donné des épaisseurs éprouvées déjà par le temps, il convient de la comparer à notre théorie.

El procedimiento consiste en encontrar un 'coeficiente de mayoración' del empuje de forma que con este empuje mayorado obtengamos un espesor de contrafuerte igual al obtenido por el método de La Hire. Este coeficiente depende del tipo de bóveda y está comprendido entre 1.5 y 2. Evidentemente, "para este viaje no hacían falta estas alforjas", y hubiera sido más lógico,

14. Audoy, op. cit., pág. 77.

15. *Ibidem*.

16. Audoy, op. cit., pág. 78.

desde un punto de vista puramente práctico (desde el punto de vista del desarrollo teórico la Memoria de Audoy es de gran importancia), seguir utilizando el método de La Hire que conduce a cálculos más sencillos. Esto no pasó desapercibido y el método siguió apareciendo en algunos manuales de construcción hasta pasada la mitad del siglo XIX¹⁷.

Aunque el término de comparación (la estabilidad obtenida mediante una hipótesis que se considera falsa) pueda parecer discutible, el procedimiento de obtener seguridad mayorando el empuje en la clave, se siguió empleando durante algún tiempo.¹⁸

La solución al problema apareció de forma inesperada. Navier en su *Resumé des leçons...*¹⁹, en una discusión sobre las verificaciones a posteriori del estado tensional en las juntas, establece la conocida 'regla del tercio': para que no aparezcan tracciones es preciso que la resultante no pase a una distancia inferior al tercio del canto del borde más comprimido. La regla, aunque tiene su origen en consideraciones elásticas, enmascara en realidad, como hemos visto en el apartado 8.2, una condición de seguridad a colapso que es la determinante en este tipo de estructuras.

Este criterio fue adoptado como punto de partida para el diseño de bóvedas por primera vez por el ingeniero francés Carvallo en un trabajo que

17. Véase Introducción, pág. 3, nota 14.

18. Véase por ejemplo: Petit "Mémoire sur le calcul des voûtes circulaires." *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 12, 1835. pp. 73-150; Garidel "Mémoire sur le calcul des voûtes en berceau." *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 12, 1835. pp. 7-72, lám.I; Michon "Tables et formules pratiques pour l'établissement des voûtes cylindriques." *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 15, 1848. pp. 7-117, lám.I

19. L. M. H. Navier, *Resumé des Leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Bruselas: De Mortier, 1839. pp. 166-170. "Des Pressions exercés contre les plans de joint dans les voûtes en berceau."

APENDICE

tuvo gran difusión²⁰. La regla del tercio se convirtió en punto de partida para el diseño y comprobación de bóvedas en la segunda mitad del siglo XIX²¹ y comienzos del XX²².

20. Carvallo "Étude sur la stabilité des voûtes." *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 1, 1853, 2e. sem., pp. 1-77. La memoria tuvo una gran aceptación; recibió una revisión muy elogiosa de Poncelet "Rapport sur un Mémoire de M. J. Carvallo, intitulé: Étude sur la stabilité des voûtes." *Comptes rendues de l'Académie des Sciences (Paris)*, Vol. 35, nº 18, 1852 2eme semestre. pp. 636-647, y fue traducida inmediatamente al alemán por H. Tellkamp *Beitrag zur Gewölbetheorie*. Hannover: 1855.

21. Rankine formula esta condición en forma de Teorema: "The stability of an arch is secure, if a linear arch [línea de empujes], balanced under the forces which act on the real arch, can be drawn within the middle third of the depth of the arch-ring." W. J. M. Rankine, *A Manual of Applied Mechanics*. 3a. Ed. London: Charles Griffin and Company, 1864, pág. 258.

22. Véase por ejemplo: E. H. Sprague *The Stability of Arches*. London: Scott, Greenwood and Son, 1916; y P. Sejourné, P. *Grandes Voûtes*. Bourges: Imprimerie Vve Tardy-Pigelet et Fils, 1913-1916, 6 Vols.

Bibliografía

A. Generalidades

- A.1 Bibliografías y libros de referencia
- A.2 Metodología
- A.3 Enciclopedias e historias generales

B. Tratados de arquitectura y construcción: 1500-1850

- B.1 España
 - B.1.1 Siglos XV y XVI
 - B.1.2 Siglo XVII
 - B.1.3 Siglo XVIII
 - B.1.4 Siglos XIX y XX

- B.2 Resto de Europa
 - B.2.1 Siglos XVI
 - B.2.2 Siglo XVII
 - B.2.3 Siglo XVIII
 - B.2.2 Siglos XIX y XX

- B.3 Fuentes secundarias: artículos y monografías

C. Estructuras abovedadas de fábrica

- C.1 Historia del análisis estructural de las fábricas
 - C.1.1 Fuentes primarias
 - C.1.2 Fuentes secundarias: monografías y artículos

- C.2 Análisis estructural de las estructuras de fábrica: monografías y artículos posteriores a 1930.

- C.3 Sobre la construcción y estabilidad de estructuras de fábrica existentes
 - C.3.0 General
 - C.3.1 Antigüedad, Bizancio e Islam
 - C.3.2 Edad Media
 - C.3.3 Renacimiento y Barroco
 - C.3.4 Siglos XVIII y XIX

D. Varia

- D.1 Armaduras de cubierta
- D.2 Maquinaria de construcción
- D.3 Geometría y proporciones
- D.4 Análisis dimensional: Principio de semejanza
- D.5 Filosofía de las estructuras
- D.6 Rehabilitación de edificios

Addenda

CODIGOS: * (obra no consultada); BCA (Biblioteca del COA de Madrid); BEA (Biblioteca ETSAM); BEC (Biblioteca ETSICCP); BN (Biblioteca Nacional); BP (Biblioteca Palacio Real Madrid); BDV (Biblioteca Instituto Diego Velázquez)

BIBLIOGRAFIA

A. Generalidades

A.1 Bibliografías y libros de referencia

1. *Catalogue Supplémentaire de la Bibliothèque de l'École des Ponts et Chaussées*. Paris: Imprimerie Nationale, 1831. (BEC 48a 26).
2. *Catalogue des livres composant la bibliothèque de l'École des Ponts et Chaussées*. Paris: Imprimerie Nationale, 1872. 576 pp. (BEC 48a 25).
3. *Memorial de Ingenieros. Indice General de las Materias Contenidas en los treinta y un tomos de esta publicación y en los dos primeros de su Revista Científico-Militar que comprende desde el año 1846 al 1876 inclusives*. Madrid: Imprenta del Memorial de Ingenieros, 1877. (BN).
4. *Annales des Ponts et Chaussées. Tables Générales de la Partie Technique (Mémoires et Documents.) 1831-1910*. Paris: A. Dumas, 1911(?). (BEC 65a 169).
- * 5. ACI. *History of Concrete 30 BC to 1926 AD. An annotated bibliography*. Detroit: American Concrete Institute, 1982.
6. Aguiló, M.Paz y otros. *Bibliografía del Arte en España*. Madrid: C.S.I.C. Instituto Diego de Velázquez, 1976. (BN BM/7/340).
7. Beterman, Theodore. *A World Bibliography of Bibliographies*. 5 vols. Lausanne: Societas Bibliographica, 1965.
8. Beterman, Theodore. *Art and Architecture. A Bibliography of Bibliographies*. Totowa, N.J.: Rowman and Littlefield, 1971.
9. *Bibliografía. Bibliografia Biblioteca scientifico-politecnica internazionale*. Milán: 1916. (BN 1/80773).
10. Bonet Correa, Antonio. *Bibliografía de Arquitectura, Ingeniería y Urbanismo en España (1498-1880)*. Madrid: Turner, 1980. 2 vols. 595 pp., 3404 refs. (BN IB [BM 72]).
11. Borregón, Antonio. *Indice de los artículos publicados en los veinte tomos de la Revista de Obras Públicas, que constituyen las dos primeras series correspondientes a los años de 1853 á 1862, y de 1863 á 1872*. Madrid: Imp. Estereotipia y Galvanoplastia de Aribau y Ca., 1875. 179 pp. (BN VCa/1633-25).
12. British Museum. *List of Books forming the reference library in the reading room of the British Museum*. 4a. ed. London: 1910. (BN 1/59395-6).
13. CEYDE. *Búsqueda on-line en las siguientes Bases de Datos: Architecture Database; COMPENDEX y ESA-IRS*. Madrid: Centro de Estudios y Documentación Europea, 24 de marzo de 1988.
14. Comolli, Angelo. *Bibliografia storico-critica dell'architettura civile ed arti subalterne*. Roma: Stamperia Vaticana, 1788. (BN Goya/72:016/COM).

15. Ehresmann, D.L. *Architecture. A Bibliographic Guide to Basic Reference Works, Histories and Handbooks*. Littleton, Co.: Libraries Unlimited, 1984. 338 pp. (BN Goya-72:016-EHR).
- * 16. Engelmann, Wilhelm. *Bibliographie Mechanico-Technologica oder Verzeichnis der, in ältere und neuerer Zeit bis zu Mitte des Jahres 1843 in Deutschland erschienen Bücher über alle Theile der mechanischen und technischen Künste und Gewerbe*. [Bibliografía mecánico-tecnológica, o índice de los libros publicados en Alemania desde la antigüedad hasta el año 1843 sobre todos los ámbitos de la técnica.] Leipzig, Engelmann, 1844. 8°.
- * 17. Enslin, T.C.F. *Bibliotheca Architectonica oder Verzeichnis der in älterer und neuerer Zeit, bis zu Ende des Jahres 1824 in Deutschland erschienen Bücher über alle Theile der bürgerlichen, schönen, Wasser- und Strassen-Baukunst*. [Biblioteca de arquitectura o índice de los libros publicados en alemán hasta 1824 sobre todas las partes de la arquitectura.] Berlín: 1825.
18. Ferguson, Eugene S. *Bibliography of the History of Technology*. Cambridge, Mass.: The M.I.T. Press, 1968. 20 h., 347 pp. (BN IB/26119).
19. Forbes, Robert James. *Bibliographia antiqua: philosophia naturalis*. Leiden: Nederlands Instituut voor het Nabije Oosten, 1940-52.
- * 20. Frankl, Paul. *The Gothic: Literary Sources and Interpretations Through Eight Centuries*. Princeton: Princeton University Press, 1960.
21. Frank, Folker. *Historische Kuppelbauten. (IRB-Auslese n° 2296)* [Cúpulas antiguas.] Stuttgart: IRB Verlag, 1988. 87 pp.
22. Fusco, Renato de. *Il codice dell'architettura. Antologia di trattatisti*. Napoli: G. D'Agostino, 1968. 669 pp. (BDV 105/44).
23. Gallardo, Bartolomé José. *Ensayo de una biblioteca española de libros raros y curiosos*. Madrid: 1860. (BEA n°4988).
- * 24. Gentile, N. y Rabagli, M. *Stato dell'arte. Bibliografia ragionata sulla strutture murarie*. Salerno: Laveglia, 1983. 220 pp.
25. Gettens, Rutherford J. (compiler). *Abstracts of Technical Studies in Art and Archaeology. 1943-1952*. Washington: Smithsonian Institution, 1955. (BN Goya 7.016 GET).
26. Gillispie, Charles Coulston. *Dictionary of Scientific Biography*. New York: Charles Scribner's Sons, 1970-1980. 16 Vols. (BN SA/5:92(03) DIC).
- * 27. Goddé, Jules. *Catalogue raisonné de livres relatifs a l'art de l'architecture*. Paris: 1850.
28. Gómez-Moreno, Manuel. *El libro español de arquitectura*. Madrid: Instituto de España, 1949.

BIBLIOGRAFIA

29. Gutiérrez, Ramón. *Notas para una bibliografía hispano-americana de Arquitectura 1526-1875*. Resistencia: Dirección de Bibliotecas, 1972. (BEA n°17408).
- * 30. Hall, Bert S. "Production et diffusion de certains traités de techniques au Moyen Age.", *Les Arts mécaniques au Moyen Age, editado por Guy H. Allard y Serge Lusignan.*, Paris/Montreal: Vrin/Bellarmini, 1982.
31. Lesage, P.C. "Table par ordre de matières, des ouvrages historiques et Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, depuis son établissement en 1666 jusqu'en 1806.", *Recueil de Divers Mémoires.*, Paris: Imprimerie D'Hacquet, 1806, pp. 155-220 (BEA n°3657; BEC).
32. Löffler, Th. *Historische Steinbrücken. (IRB-Auslese n° 2711)* [Antiguas puentes de piedra.] Stuttgart: IRB Verlag, 1989. 50pp.
33. López Piñero, M.; Peset Reig, M. y García Ballester, L. *Bibliografía Histórica sobre la Ciencia y la Técnica en España. (Cuadernos Hispánicos sobre la Historia de la Medicina y de la Ciencia XIII, Serie C)* Valencia/Granada: 1973. (BN BM/001(091)(460)).
- * 34. Mozzani, Temistocle. *Repertorio tecnico-bibliografico [para arquitectos]* Roma: 1877.
35. Oleson, John Peter. *Bronze Age, Greek and Roman Technology. A Select, Annotated Bibliography*. New York: Garland Publishing Inc., 1986. 515 pp.
36. Picatoste Rodríguez, Felipe. *Apuntes para una bibliografía científica española del siglo XVI*. Madrid: Imprenta y Fundición de Manuel Tello, 1891. 7 h., 416 pp. (BN IB/22806).
37. Probst, Klaus. *Geschichte der Baumechanik. (IRB-Auslese n°2296)* [Historia de la mecánica estructural.] Stuttgart: IRB Verlag, 1987. 59 pp.
- * 38. Rosenthal, Gottfried Erich. *Litteratur der Technologie*. [Bibliografía de la tecnología] Berlin, Stettin: Nicolai, 1795.
39. Rozier, Jean François. *Nouvelle table des articles contenus dans kes volumes de l'Academie Royale des Sciences de Paris depuis 1666 jusqu'en 1770*. (BEA n°2947 y n°5675-77).
40. Russo, François. *Eléments de Bibliographie de l'Histoire des Sciences et des Techniques*. 2a Ed. Paris: Hermann, 1969 (1a ed. 1954). (BN 1-139991).
- * 41. Scholtze, K. *Allgemeine Bibliographie der bautechnischen und kunstgewerbeblchen Wissenschaften*. Leipzig: 1876.
42. Scholz, Thomas. *Historische Gewölbekonstruktionen in der Architektur. (IRB-Auslese n° 2702)* [Antiguas construcciones abovedadas en arquitectura.] Stuttgart: IRB Verlag, 1989. 66 pp.

43. Skempton, A.W. *British Civil Engineering: A Bibliography of Contemporary Printed Reports, Plans and Books*. London/New York: Mansell Publishing, 1987. 17 h., 285 pp.
44. Smith, John F. *A Critical Bibliography of Building Conservation*. London: Mansell, 1978. 197 pp. (BN BM-72.-Smith).
45. Stapleton, Darwin. *The History of Civil Engineering Since 1600: An Annotated Bibliography*. New York: Garland, 1986. xxxiii + 232 pp.
46. Torres Villar, E. *Guía bibliográfica para la historia y desarrollo de la Arquitectura y el Urbanismo en México*. México: Universidad Nacional Autónoma de México, . 35 pp. (BN BM-72-15/18).
47. Waetzoldt, Stephan (ed.). *Bibliographie zur Architektur im 19. Jahrhundert. Die Aufsätze in dem deutschsprachigen Architektur-Zeitschriften 1789-1918*. [Bibliografía de arquitectura en el siglo XIX. Recopilación de artículos de las revistas de arquitectura en alemán, 1789-1918.] Nendeln: Kraus-Thompson Organization Limited, 1977. 8 vols. (BN)
48. Weeks, Elizabeth Harriet. *A Bibliography of Seventeenth Century Bibliographies: A List of the Bibliographies Cited on the Catalog Cards for the Titles in Wing's Short Title Catalog, 1641-1700*. Ann Arbor, Michigan: University Microfilms International, . (BN B-02-GRB).
49. Wiebenson, Dora (ed.). *Architectural Theory and Practice from Alberti to Ledoux*. Charlottesville, Va.: Architectural Publications Inc., 1982. s/p.
50. Zamora Lucas, Florentino. *Bibliografía española de Arquitectura (1526-1850)*. Madrid: Asociación de Libreros y Amigos del Libro, 1947. 202 pp., 29 láms. (BDV 141/1).

A.2 Metodología

- * 51. Addis, W. "A New Approach to the History of Structural Engineering", *History of Technology*, Vol. 8, 1983, pp. 1-13.
52. Atkinson, George. "Future for the past.", *Building*, Vol. 247, nº 7360(37), 1984 Sep.14, pp. 51-53.
- * 53. Bischoff, Bernhard. "Die Überlieferung der technischen Literatur." [La tradición de la literatura técnica.] *Artigianato e Tecnica nella Societa dell'Alto Medioevo Occidentale, Settimane di Studio del Centro Italiano di Studi sull'Alto Medioevo*, XVIII, Spoleto, 1971, pp. 267-296.
54. Cardwell, D.S.L. "The Academic Study of the History of Technology.", *History of Science*, Vol. 7, 1968, pp. 112-124.
- * 55. Drachmann, A.G. "How to Write a Paper on Ancient Technology.", *Proceedings of the Tenth Congress of History of Science (Ithaca, 1962)*, Paris: Hermann, 1964.

BIBLIOGRAFIA

56. Dunkeld, Malcolm. "Approaches to Construction History.", *Construction History*, Vol. 3, 1987, pp. 3-15.
- * 57. Dunkeld, M.B.K. *Approaches to Construction History*. MSc Thesis: University College, 1986.
58. Klemm, Friedrich. "Das alte technische Schrifttum als Quelle der Technikgeschichte." [Los tratados antiguos como fuente para la historia de la técnica.] *Humanismus und Technik*, Vol. 10, nº 1, 1965, pp. 27-42.
59. Krummel, D.W. *Bibliographies. Their Aims and Methods*. London/New York: Mansell Publishing Limited, 1984. 192 pp.
60. Kurrer, Karl-Eugen. "Das Verhältnis von Bautechnik und Statik." [La relación entre la técnica de construcción y el cálculo de estructuras.] *Bautechnik*, Vol. 62, 1985, pp. 1-4.
61. Maass, John. "Where Architectural Historians Fear to Tread.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 28, 1969, pp. 3-8.
- * 62. Mark, Robert. "Modeling Architectural Structure: Experimental Mechanics in Historiography and Criticism.", *Experimental Mechanics*, Vol. 22, nº 10, 1982, pp. 361-371.
- * 63. Mauel, Karl. "Technikgeschichte in ingenieurwissenschaftlichen Werken des 19. Jahrhunderts." [Historia de la técnica en los manuales de ingeniería del siglo XIX.] *Technikgeschichte*, Vol. 50, 1983, pp. 289-305.
64. Meyer, Kunst. "Statik- eine freies oder eine unfreie Kunst." [El cálculo de estructuras, ¿Un arte liberal?] *Bautechnik*, Vol. 63, 1986, pp. 1-4.
65. Otto, Frei. "Geschichte des Konstruierens. Was könnten die alten Baumeister gewußt haben, um Bauten entwerfen und bauen zu können?" [Historia de la construcción. ¿Cuales podrían ser los conocimientos de los antiguos constructores para diseñar y construir edificios?] *Arcus*, nº 1, 1986, pp. 35-46.
- * 66. Polonyi, Stefan. "Mathematik und Bauwesen." [Matemáticas y construcción.] *Wissenschaftsmagazine TU Berlin*, Vol. 10, 1987, pp. 75-83.
67. Schäfer, Günther. "Der Begriff Ingenieurbaugeschichte. Ein Beitrag zur Geschichte des Bauingenieurwesens.", *Bauingenieur*, Vol. 60 (5), 1985, pp. 169-172.
68. Smith, Cyril Stanley. "Art, Technology and Science: Notes on Their Historical Interaction.", *Perspectives in the History of Science and Technology*, editado por D.H.D. Roller. Norman, OK: University of Oklahoma Press, 1971, pp. 129-176.
69. Straub, Hans y Halász, Robert v. "Zur Geschichte des Bauingenieurwesens." [Sobre la historia de la ingniería.] *Die Bautechnik*, Vol. 37, 1960, pp. 121-122.

70. Stummvoll, Josef von. *Technikgeschichte und Schrifttum. Kurze Einführung in die Probleme der Geschichte der Technik und bibliographische Dokumentation der Fachliteratur.* [Historia de la técnica y documentación. Breve introducción al problema de la historia de la técnica y su bibliografía.] Wien: Österreichisches Institut für Bibliothekforschung, 1975. 119 pp. (F-1 BN).
71. Summerson, John. "What is the History of Construction?", *Construction History*, Vol. 1, 1985, pp. 1-2.
72. White, Lynn. "The Study of Medieval Technology, 1924-74: Personal Reflections.", *Technology and Culture*, Vol. 16, 1975, pp. 519-530.

A.3 Enciclopedias e historias generales

73. Ache, Jean Baptiste. *Eléments d'une histoire de l'art de bâtir* Paris: Editions du Moniteur des Travaux Publics, 1970. 552 pp. (Liceo Francés (Madrid)).
74. Alzola y Minondo, Pablo de. *Las Obras Públicas en España. Estudio Histórico.* Bilbao: Imprenta de la Casa de Misericordia, 1899. (BN 1/69856 2/44039).
75. Benvenuto, E. *La Scienza delle Costruzioni e il suo sviluppo storico.* Firenze: Sansoni, 1981.
- * 76. Bowyer, Jack. *History of Building.* London: Crosby Lockwood Staples, 1973. vi+275 pp., 8°.
77. Briggs, Martin S. "Building Construction [1500-1750].", *A History of Technology*, editado por Charles Singer, New York/Oxford: Oxford University Press, 1959. Vol.3, pp. 245-268.
- * 78. Briggs, Martin S. *A Short History of the Building Crafts.* : Clarendon Press, 1925.
79. Clairac y Saenz, Pelayo. *Diccionario General de Arquitectura e Ingeniería.* 4 Vols. Madrid: 1877-1848. (BN 5-904).
80. Cowan, Henry J. *An Historical Outline of Architectural Science.* London: Applied Science Publishers, 1977. 202 pp.
81. Cowan, Henry J. *The Master Builders: A History of Structural and Environmental Design from Ancient Egypt to the Nineteenth Century.* London/New York: Wiley-Interscience, 1977.
- * 82. Cowan, Henry J. *Science and Building: Structural and Environmental Design in the Nineteenth and Twentieth Century.* London/New York: Wiley-Interscience, 1978.
83. Davey, N. *A History of Building Materials.* : Phoenix House, 1961. 260 pp.

BIBLIOGRAFIA

- * 84. *Enciclopedia. Encyclopedie d'Architecture.* 35 Vols. Paris: 1851-1884. (BN 6-i 6834).
- * 85. *Enciclopedia. Encyclopedie des Travaux Publics. (Fundada en 1884 por Mr.C.Lechalas).* Paris: 1884-1918. 90 Vols. de texto con figs. 45 Vols. Atlas (BN 6-9059).
- 86. *Fitchen, John. Building Construction Before Mechanization.* Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1986. 326 pp.
- 87. *Gille, Bertrand. Les ingenieurs de la Renaissance.* Paris: Hermann, 1964. 240 pp. (BDV 97/1).
- * 88. *Handbuch. Handbuch der Altertums-Wissenschaft. (begründet von Iwan von Müller; neu herausgegeben von Walter Otto).* München: C.H.Beck, 1891-1931, 45 Vols. (BN S.39 40-78).
- 89. *Handbuch. Handbuch der Architektur. (unter mitwirkung von Prof.Dr. J.Durm und Pr.Dr. H. Ende; herausgegeben Prof. E. Schmitt).* [Manual de Arquitectura.] Stuttgart/Leipzig: Bär & Hermann, 1905, 41 Vols. (BN S.11 71-111).
- 90. *Handbuch. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. (herausgegeben von L. von Willmann).* [Manual de ingeniería.] Leipzig/Wiesbaden: Breitkopf & Hartel, 1906, 36 Vols.
- 91. *Jacobsson, Johann Karl Gottfried. Technologisches Wörterbuch oder alphabetische Erklärung aller nützlichen mechanischen Künste, Manufakture, Fabriken und Handwerker, Fort gesetzt hebst einer vollstandigen Litteratur der Technologie (por Gottfried E. Rosenthal).* [Diccionario tecnológico o explicación alfabética de todas las artes, manufacturas, .. con un apéndice bibliográfico de G.E.Rosenthal.] Berlin: 1781-95. (BN 5-6693).
- * 92. *Kerisel, J. Down to Earth: Foundations Past and Present. Invisible Art of the Builder.* Rotterdam: A. A. Balkema, 1987.
- 93. *Klemm, Friedrich. "Die Technik in der italienischen Renaissance."* [La Técnica en el Renacimiento Italiano.] *Technikgeschichte*, Vol. 32, 1965, pp. 221-243.
- 94. *Mainstone, Rowland J. Developments in Structural Form.* Harmondsworth: Penguin, 1975. 350 pp. (BEA).
- 95. *Mislin, M. Geschichte der Baukonstruktion und Bautechnik.* [Historia de la construcción y de la técnica edificatoria.] Düsseldorf: Werner-Verlag, 1988. 384 pp.
- 96. *Parsons, W.B. Engineers and Engineering in the Renaissance.* Cambridge, Mass.: MIT Press, 1976 (reimpr. ed. 1939). 661 pp.
- 97. *Placzek, K. (ed.). MacMillan Encyclopedia of Architects.* New York/London: The Free Press Division of MacMillan/Collier MacMillan, 1984.

98. Schnabel, F. *Deutsche Geschichte im neunzehnten Jahrhundert. Vol.III. Erfahrungswissenschaften und Technik.* [Historia alemana en el siglo XIX. Vol.III Ciencias experimentales y tecnología.] Freiburg im Breisgau: Herder, 1924-34. 3 vols. (BN 2/93533-5).
99. Straub, H. *A History of Civil Engineering.* London: Leonard Hill, 1952. 258 pp. (BEA).
100. Uccelli, Arturo. *Storia della Tecnica del Medio Evo ai nostri giorni.* Milano: Hoepli, 1945. x + 933 pp. (BN 4/31468).
101. Viollet-le-Duc, E. *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle.* Paris: A.Morel, 1874. 10 vols. (BEC 9c 47 (vol.4); BEA nº257 (vol.4)).
102. Werner, Ernst. *Technisierung des Bauens. Geschichtliche Grundlagen moderner Bautechnik.* [Tecnología de la edificación. Raíces históricas de la moderna técnica edificatoria.] Düsseldorf: Werner-Verlag GmbH, 1980. x + 197 pp.
103. Zedler, Johann Heinrich. *Grosses vollständiges Universal-Lexikon Aller Wissenschaften und Künste.* Halle und Leipzig: Im Verlag Johann Heinrich Zedlers, 1735. (BN).

B. Tratados de arquitectura y construcción: 1500-1850

B.1 España

B.1.1 Siglos XV-XVI

104. "Fábrica del puente de Piedras de Zaragoza.", Ms. 47 Archivo Municipal de Zaragoza, 1401.
105. *Advertencias para las Fábricas de los Edificios y diversas cosas necesarias para el Culto Divino.* Madrid: s.i, s.a. (BN 2/28315).
106. Alberti, León Baptista. *Los Diez Libros de Arquitectura de León Baptista Alberto. Traduzidos de Latín en Romance.* [por Francisco Lozano] Madrid: Casa de Alonso Gómez, 1582. 4 h., 343 pp. (BN BA/2948 y otros).
107. Alberti, León Baptista. *Los diez libros de Arquitectura de León Batista Alberti traducidos del latín por Francisco Lozano.* Oviedo: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1975 (facs. ed. 1582).
108. Arfe y Villafañe, Ioan de. *De varia conmensuración para la escultura y Architectura.* Sevilla: Imprenta de Andrea Pescioni, 1585. 56 pp., con lám. (BN R/3415; BCA XVI-21).
109. Martínez de Aranda, Ginés. *Cerramientos y trazas de montea.* Ms. Biblioteca de Ingenieros del Ejército de Madrid.
110. Martínez de Aranda, Ginés. *Cerramientos y trazas de montea.* Madrid: Servicio Histórico Militar / Biblioteca CEHOPU, 1986. 34 + 350 pp.

BIBLIOGRAFIA

111. Ortega, Fray Juan de. *Tratado subtilísimo de arismética y de geometría*.. Sevilla: Juan Canalla, 1552. (BN R/5287).
112. Pérez de Moya, Juan. *Tratado de Matemáticas en que se contienen cosas de Arithmética, Geometría, Cosmographía y Philosophía natural. Con otras varias materias necesarias a todas las artes liberales y Mechánicas*. Alcalá de Henares: Juan Gracián, 1573. (BN R/27144 R/31784).
113. Portor y Castro, Juan de. *Cuaderno de arquitectura de Juan de Portor y Castro*. Ms. 9114, Biblioteca Nacional, Madrid.
114. Rojas, Cristóbal de. *Teorica y practica de fortificacion, conforme las medidas y defensas destos tiempos, repartida en tres partes*. Madrid: Luis Sanchez, 1598.
115. Rojas, Cristóbal de. *Tres Tratados sobre Fortificación y Milicia*. Madrid: CEDEX, CEHOPU, Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, 1985. 352 pp.
116. Ruiz, Hernán. *Libro de arquitectura*. Ms. R.16, Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Madrid.
117. Serlio, Sebastián. *Tercero y quarto libro de Architectura. traduzido de Toscano en Romance Castellano por Francisco Villalpando Architecto*. Toledo: Juan de Ayala, 1552. (BN R/10246; BCA XVI-26).
118. Vandelvira, Alonso de. *Exposición y declaración sobre el tratado de cortes de fábricas que escribió Alonso de Valdeelvira por el excelente e insigne architecto y maestro de arquitectura don Bartolomé de Sombigo y Salcedo, maestro mayor de la Santa Iglesia de Toledo*. Ms. R.10, Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Madrid.
119. Vandelvira, Alonso de. *Libro de cortes de cantería de Alonso de Vandeelvira, arquitecto. Sacado a la luz y aumentado por Philipe Lázar de Goiti, arquitecto, maestro mayor de obras de la Santa Iglesia de Toledo, primada de las Españas, y de todas las de su archobispado*.. Ms. 12719, Biblioteca Nacional, Madrid: 1646.
120. Vandelvira, Alonso de. *Tratado de Arquitectura de Alonso de Vandelvira. (edición y transcripción de G. Barbé-Coquelin)* Albacete: Confederación Española de Cajas de Ahorros, 1977. 2 vols.
121. Vitruvio Polión, Marco. *De Architectura, dividido en diez libros, traduzidos de Latín en Castellano por Miguel de Urrea Architecto*.. Alcalá de Henares: Juan Gracián, 1582. (BN R/25536).

B.1.2 Siglo XVII

122. Andrés de San Miguel, Fray. *Obras de Fray Andrés de San Miguel. (Introducción, notas y versión de Eduardo Báez Macías)* México: Universidad Nacional Autónoma, Instituto de Investigaciones Estéticas, 1969. 270 pp., 96 láms. (BN).

123. Caramuel, Juan. *Architectura Civil Recta, y Obliqua*. Vigévano: Imprenta Obispal, 1678. 3 vols. (BN BA/4494-96; BCA XVII-25 al 27; BEC).
124. Fernández de Medrano, Sebastián. *El Ingeniero: Primera Parte de la Moderna Arquitectura Militar. Segunda Parte que trata de la Geometria Practica, Trigonometria y uso de la Regla de proporción*. Bruselas: Lamberto Marchant, 1687. 2 vols. (BP VIII/9286-7).
125. García de Céspedes, Andrés. *Libro de Instrumentos nuevos de Geometría y muy necesarios para medir distancias y alturas sin que intervengan números, como se demuestra en la práctica. Demás de esto se ponen otros tratados..* Madrid: Juan de la Cuesta, 1606. 4 h., 68 pp.
126. García, Simón. *Compendio de arquitectura y simetría de los templos conforme a la medida del cuerpo humano, por Simón García, arquitecto natural de Salamanca. Año 1681*. Ms. 8884, Biblioteca Nacional de Madrid: 1681.
127. García, Simón. *Compendio de arquitectura y simetría de los templos*. Churubusco, México: Escuela Nacional de Conservación, Restauración y Museología, 1979 (facs. Ms. 1681). 650 pp. (BN Goya 72(02) Gar).
128. Gelabert, Joseph. *Vertaderos traçes del Art de picapedrer de les quals sa posem aprofitar molt facilment tots los qui desitgen asser mestras aprimorats de dit Art ..* Ms. Arxiu-Biblioteca de la Diputació de Balears: 1653. 125 fols.
129. Gelabert, Joseph. *De l'art de picapedrer*. Palma de Mallorca: Diputación Provincial de Baleares, Instituto de Estudios Baleáricos, CSIC, 1979. 308 pp.
130. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Arte y Uso de Architectura. Primera parte*. Madrid: s.i., 1639. 5 h., 166 pp.
131. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Segunda Parte del Arte y Uso de Architectura.. Con el Quinto y Séptimo Libros de Euclides traducidos del latín en Romance y las medidas difíciles de Bóvedas y de las superficies y pies cúbicos de Pechinas..* Madrid: s.i., 1664. (BN R-i/353).
132. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Segunda ynpresion de la primera parte del arte y uso de arquitectura.. con el primer libro de Euclides traducido de latín en Romance..* Madrid: Bernardo Hervada, 1667. 6 h., 342 pp. (BCA 72.011; BN R-i/353).
133. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Arte y Uso de Architectura. Primera y Segunda Parte*. Madrid: Albatros, 1989 (facs. 1a ed.). 2 vols.
134. Palladio, Andrea. *Libro primero de la Arquitectura de.. Que trata de cinco órdenes para fabricar, y otras advertencias, Traducido de Toscano en Castellano, por Francisco de Praues, Architecto..* Valladolid: Ivan Lasso, 1625. 4 h., 38 fols. (BCA XVII-24; BN R/16097).

BIBLIOGRAFIA

135. Pérez de Moya, Juan. *Arithmética práctica y especulativa.. Aora nuevamente corregida, y añadida por el mismo Autor muchas cosas, con otros dos libros, y una tabla muy copiosa de las cosas mas notables de todo lo que en este libro se contiene.* Madrid: Diego Díaz Carrera, 1643. (BN 7/32741).
136. Torija, Juan de. *Breve Tratado de todo Genero de bobedas asi regulares como yrregulares execucion de obrarlas y Medirlas con singularidad y Modo Moderno observando los preceptos Canteriles de los Maestros de Architectura.* Madrid: Pablo de Val, 1661. 8 h., 75 pp., grab.intercal. (BN 7/49386; BCA XVII-17; BP).
137. Torija, Juan de. *Breve Tratado de Bóvedas.* León: Santiago García, editor, 1983 (fács. ed. 1661).
138. Turriano, Juanelo. "Los veinte y un Libros de los Ingenios, y Maquinas de Juanelo, los quales le Mando escribir y Demostrar el Chatolico Rei D. Felipe Segundo Rey de las Hespañas y nuevo Mundo..". *Ms. Biblioteca Nacional de Madrid, 3372 a 3376 (5 vols.).* (BN).
139. Turriano, Juanelo. *Los 21 libros de los ingenios y de las máquinas.* Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 1984. 635 pp.
140. Wotton, Henry. *Elementos de Architectura, recogidos de los Autores y exemplares mas aprobados..* s.l.: s.i., 1698. 1 + 139 pp., in 8° (BN BA/3082).

B.1.3 Siglo XVIII

141. *Tratado de Arquitectura Civil.* Ms. s.a.-4, Biblioteca BCA, Madrid: 1754. 79 pp., 11 lám.pleg. (BCA s.a-4).
142. Alberti, León Baptista. *Los Diez Libros de Arquitectura de León Baptista Alberto. Segunda edición en castellano corregida por D.R.B.* Madrid: Imprenta de Joseph Fraganillo, 1797. 3 vols. (BCA XVIII-101 al 103; BN BA/1048-50).
143. Alvarez, Francisco. *Breve Tratado de Reloges Solares, y Arquitectura.* Madrid: Oficina de Lorenço Francisco Mojados, 1727. 8 h., 40 pp., con 12 lám. pleg. (BN 3/44907 BCA XVIII-71).
144. Bails, Benito. *Elementos de Matemáticas.* Madrid: Imprenta de la Viuda de Joachim Ibarra, 1787-1796. 10 tomos en 11 vols. (BN 3/48812-22; BCA XVIII/105-115).
145. Bails, Benito. *De la Arquitectura Civil.* Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1983. 2 vols., introducción + texto.
146. Branca, Juan. *Manual de Arquitectura.. con adiciones y notas de Leonardo Vegni, traducida al castellano por Don Manuel Hinojosa, con un método fácil para trazar con exactitud, prontamente los Ordenes de Arquitectura..* Madrid: Viuda de Joachim Ibarra, 1790. 2 h., 175 pp., 29 lám. (BN BA/1040).

147. Brizguz y Bru, Athanasio Genaro. *Escuela de arquitectura civil, en que se contienen los órdenes de arquitectura, la distribución de los Planos de los Templos, y Casas, y el conocimiento de los Materiales*. Valencia: Oficina de Joseph Thomas Lucas, 1738. 12 h., 159 pp., 54 lám.pleg. (BN 2/50611 BCA XVIII-87).
148. Fernández de Medrano, Sebastián. *El Architecto Perfecto en el Arte Militar*. Bruselas: Lamberto Merchant, 1700. 7 h., 464 pp., 35 lám. (BN 3/47348, 3/47299).
149. Ferrer, Bartolomé. *Curiosidades útiles. Arithmetica, Geométrica y Architectónica, o sea la Regla de Oro aritmética. El buen zelo, tratado geométrico, y el curioso architecto o Cartilla de Architectura*. Madrid: Eusebio Fernández de la Huerta, 1719. 12 h., 239 pp., 5 láms. (BN 2/35047; BCA XVIII-61).
150. García Berruguilla, Juan. *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría, sobre las tres dimensiones para un perfecto architecto, con una total resolución para medir, y dividir la planimetría para los agrimensores*. Madrid: Imprenta de Lorenzo Francisco Mojados, 1747. 16 h., 135 pp., 19 lám. (BN 3/50118; BCA XVIII-81).
151. García Berruguilla, Juan. *Verdadera práctica de las resoluciones de la geometría*. Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1979 (facs. ed. 1747).
152. Le-Blond, G. *Elementos de Fortificación en que se explican los principios, y métodos de delinear las obras de la fortificación regular e irregular, los sistemas de los mas célebres Ingenieros &c..* Madrid: Joachim Ibarra, 1776. (BN 3/46665).
153. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Arte y Uso de Arquitectura.. Con el Primer Libro de Euclides traducido del Latín en Romance. Primera Parte. Tercera impression*. Madrid: Manuel Roman, 1736. 6 h., 342 pp.
154. Lorenzo de San Nicolás, Fray. *Arte y Uso de Arquitectura. Segunda Parte. Con el Quinto y Séptimo Libros de Euclides, traducidos del Latín en Romance; y las medidas difíciles de las Bóvedas, y de las superficies y pies cúbicos de Pechinas..* Madrid: Plácido Barco López, 1796. 1 h., 471 pp. (BCA 72.011).
155. Losada, Manuel. *Crítica y compendio especulativo-práctico de la Arquitectura civil, el que demostrando reglas nuevas y fáciles para planificar Palacios, y Templos: da expedientes utilísimos para fabricar Habitaciones, y Casas..* Madrid: Antonio Marín, 1740. 6 h., 146 pp., 36 lám. (BCA XVIII-95; BP VII-9354).
156. Martel, Claudio. *Curso de Matemáticas. Tratado 8º de Arquitectura Civil*. Barcelona: 1778. 71 pp., 11 lám.pleg. (BCA S.XIX-82).
157. Mazarrasa, Andrés Julián. *Tratado de Arquitectura*. Ms. 1066, Biblioteca Municipal de Santander: 1750-1760.

BIBLIOGRAFIA

158. Mazarrasa, Andrés Julián. "Tratado de Arquitectura.", *Mazarrasa, maestros canteros y arquitectos de Trasmiera*, O. Mazarrasa Mowinckel y F. Fernández Herrero. Santander: C.O.A. de Cantabria, 1988, pp. 147-269.
159. Muller, Juan. *Tratado de Fortificación ó Arte de construir los Edificios Militares, y Civiles*. Barcelona: Thomas Piferrer, 1769. 2 vols. (BN 3/45242-3; BEC 25c 44-45).
160. Palladio, Andrés. *Los quatro libros de Arquitectura de ., Vicentino. Traducidos é ilustrados con notas por Don Joseph Francisco Ortiz y Sanz, Presbítero*. Madrid: Imprenta Real, 1797. (BN R/8439; BCA XVIII-179).
161. Perrault, Claudio. *Compendio de los diez libros de arquitectura de Vitruvio.. traducido al Castellano por Don Joseph Castañeda*. Madrid: Gabriel Ramírez, 1761. (BN ER/2666).
- * 162. Plo y Camín, Antonio. *El Arquitecto práctico, civil, militar y Agrimensor, dividido en tres libros.. El II [contiene] la practica de hacer, y medir todo genero de Bóvedas y Edificios de Arquitectura..* Madrid: Imprenta de Pantaleón Aznar, 1767. 8 h., 560 pp., 9 láms. (BCA XVIII-15).
163. Plo y Camín, Antonio. *El Arquitecto práctico, Civil, Militar y Agrimensor, dividido en tres libros.. El II [contiene] la práctica de hacer y medir toda clase de Bóvedas y Edificios de Arquitectura*. Madrid: Antonio Espinosa, 1793. 8 h., 566 pp. (BN 4/92772).
164. Ponte, Vicente. *Ensayo de Arquitectura Civil. Reducido a la idea de un edificio de mediana consideración, para conocer todas las circunstancias que regularmente ocurren a un Arquitecto que desea cultivar su profesión..* León: 1796. (BCA XVIII-147).
165. Pontones, P. *Architectura hidráulica en las fábricas de los puentes. Methodo de Proyectarlos y Repararlos. Instrucción a los Maestros de quanto conviene saber para executar esta calidad de obras. : 1759-68.* 1 h., 357 pp., 21 lám. (BCA XVIII-138).
166. Rieger, P. Christino. *Elementos de toda la Architectura Civil, con las más singulares observaciones de los modernos.., los quales aumentados por el mismo, da traducidos al castellano el P. Miguel Benavente, Maestro Mathematico en el mismo Colegio*. Madrid: Joachim Ibarra, 1763. (BEC; BCA XVIII-164).
167. Rieger, P. Christino. *Elementos de toda la arquitectura civil con las mas singulares observaciones de los modernos*. Zaragoza: Colegio Oficial de Arquitectos de Aragón, 1985.
168. Simonin. *Tratado elemental de los Cortes de Cantería, o Arte de la Montea.. traducido al español por D. Fausto Martínez de la Torre y D. Josef Asensio profesores de Arquitectura y Gravado*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Josef García, 1795. 3 h., 64 pp., 49 lám. (BDV 103/3; BEC).

- * 169. Sotomayor, Joaquín de. *Modo de hacer incombustibles los edificios sin aumentar el coste de la construcción. Extractado del que escribió en francés el Conde de Espié.* Madrid: Oficina de Pantaleón Aznar, 1776. 90 pp., lám.pleg.
- 170. Tosca, Tomás Vicente. *Compendio mathemático en que se contienen todas las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad.* Valencia: Antonio Bordazar, 1707-1715. 9 vols, grab. y lám. (BN 2/69449-57).
- * 171. Tosca, Tomás Vicente. *Compendio Mathemático, en que se contienen las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad.. Segunda Impression, corregida y enmendada de muchos yerros de Impresión y láminas como lo verá el curioso.* Madrid: Imprenta de Antonio Marín, 1721-27. 9 vols, grab. y láms. (BN 3/59851-9).
- * 172. Tosca, Tomás Vicente. *Compendio mathemático, en que se contienen las materias más principales de las Ciencias que tratan de la cantidad.. Tercera impression. Corregida y enmendada de muchos yerros de Impresión y láminas como lo verá el curioso.* Valencia: Imprenta de Joseph García, 1757. (BN 2/23265-73).
- 173. Tosca, Tomás Vicente. *Tratados de arquitectura civil, montea y cantería, y relojes.* Valencia: Oficina de los Hermanos Orga, 1794. (BN BA/1065).
- 174. *Tratado. [Tratado de Matemáticas para Arquitectura..]* MS XVIII-91, Biblioteca BCA, Madrid. 330 pp. con lám..
- 175. *Tratado. Tratado de Arquitectura Civil.* MS s.a-4, Biblioteca BCA, Madrid: 1754. 79 pp., 11 lám.
- 176. Vitruvio Polión, Marco. *Los diez libros de Architectura de.. Traducidos del latín y comentados por Don Joseph Ortiz y Sanz..* Madrid: Imprenta Real, 1787. 28 h., 277 pp., 56 lám. (BN BA/16146 y R/8444).
- 177. Vitruvio, Marco Polio. *Los diez libros de arquitectura.* Barcelona: Editorial Alta Fulla, 1987 (facs. ed. 1787).
- 178. Yrala, Fray Matías de. *Método sucinto i compendioso de cinco simetrías apropiadas a las cinco órdenes de Arquitectura adornada con otras reglas útiles.* Madrid: 1739. (BP GRAB/170).

B.1.4 Siglos XIX y XX

- 179. *Secretos raros de Artes y Oficios. Obra útil a toda clase de personas. La da a la luz un artesano deseoso de extender tan importantes conocimientos a su patria.* Madrid: Imprenta de Sancha, 1805. 17 h., 221 pp. (BN 1/39737).

BIBLIOGRAFIA

180. Albarrán, José. *Bóvedas de ladrillo que se ejecutan sin cimbra*. Madrid: Imprenta del Memorial de Ingenieros, 1885.
181. Ballina, Manuel Isidoro de la. *Reglas para tasar con exactitud y conocimiento la habitación de una casa, alguna parte de ellas o piezas que se le aumenten o se la quiten. Adicionada con las tablas de los sólidos más comunes de la Cantería*. Madrid: Isidro López, 1802. 3 h., 154 pp., 44 lám.pleg. (BN 1/37699; BCA XIX-4).
182. Carrillo, Mariano. *Prontuario elemental de construcciones de Arquitectura*. New York: Imprenta de Holman, Gray y Compañía, 1854. 3 h., 180 pp. (BCA 72(022):069).
183. Coll y March, J. *Tratado práctico de Arquitectura con los cinco órdenes según Vignola-Palladio-Scamozzi. Estudio de los órdenes griegos y romanos*. Barcelona: Ed.Artísticas, 1900 (?). 6 h., 33 pp., 216 lám. (BN BA/295).
184. Dupin, Charles. *Programa de un curso de geometría y mecánica aplicada a las Artes para uso de los artesanos y de los maestros y demás personas que dirigen talleres o fábricas.. Traducido del francés por D. Juan López Peñalver de la Torre*. Madrid: Imp. y Librería Nacional, 1827. (BN 1/43939 y 7/16931).
185. Dupin, Charles. *Geometría y Mecánica de las Artes y Oficios de las Bellas Artes.. Traducido al castellano.. por Don Juan López Peñalver de la Torre*. 2 vols. Madrid: Imprenta de José del Collado, 1830-1835. (BN 2/20144-5).
186. Esselborn, C. *Tratado General de Construcción*. Barcelona: Gustavo Gili, 1928-1929. 4 vols. (BN 1/91993-6).
187. Foerster, M. *Tratado práctico de Estática de las Construcciones*. Madrid/Barcelona: Calpe, 1922. 509 pp. (BN).
188. Foerster, M. *Manual del Ingeniero constructor y del Arquitecto*. Madrid: Espasa-Calpe, 1926. 2 vols. (BN 4/206549-50; BEC 52a).
189. Fornes y Gurrea, Manuel. *Observaciones sobre la práctica del arte de edificar*. Valencia: Imprenta de Cabrerizo, 1841. 105 pp., 18 lám. (BN BA/2940).
190. Fornés y Gurrea, Manuel. *Observaciones sobre el arte de edificar*. Valencia: Imprenta de D. Mariano Cabrerizo, 1857. 7 h., 152 pp., 18 láms. (BCA XIX-92).
191. Fornés y Gurrea, Manuel. *Observaciones sobre el arte de edificar*. Madrid: Ediciones Poniente, 1982 (fac. ed. 1857). 174 pp., 18 láms. (BCA XIX-92).
192. Frick, Otto. *Construcción de edificios. Parte I: Construcción en piedra y ladrillo*. Buenos Aires: Labor, 1947. (trad. de la 15 ed. alemana)(BN).

193. García López, Marcelino. *Manual del constructor. O sea una recopilación de todos los datos y sistemas de construcción civil..* Madrid: Viuda e Hijos de D.J.Cuesta, 1864. (BN 1/67126 y 1/43164).
194. Gaudí, F. W. von. *Instrucción dirigida a los oficiales de infantería para trazar y construir toda suerte de obras de campaña, y poner en estado de defensa los cementerios, iglesias, casaaaas de campo, lugares, villas y ciudades..* Madrid: Imprenta de D. Tomás Alban, 1806. (BN 1/71215, 3/74405).
195. Ger y Lobe, Florencio. *Manual de construcción civil.* Badajoz: Imprenta de José Santamaría, 1869. (BN 1/42063).
196. Gotti, José. *Cálculo práctico de las Fuerzas Mecánicas y Animadas.* Barcelona: Imprenta de Juan Roger, 1856. (BN 1/40510).
- * 197. Gotti, José. *Curso completo elemental y práctico de la arquitectura civil.* Barcelona: Imprenta de J.Gaspar, 1858.
198. Guastavino, R. *Essay on the Theory and History of Cohesive Construction, applied especially to the timbrel vault.* Boston: Ticknor and Company, 1893. 149 pp., figs., 5 láms.
199. Millington, John. *Elementos de arquitectura.. traducidos al castellano por.. D.Mariano Cavielo..* 2 vols. Madrid: Imprenta Nacional, 1848. (BN BA/1751-2; BP VIII-6238; BEC).
200. Miquel y Lucuy, Manuel. *Lecciones de cortes de piedras, o sea modificaciones de algunas de las lecciones de la obra del Sr. Adhemar.* Madrid: Imp. Memorial de Ingenieros, 1864. (BN BA/20021).
201. Muñoz y Salazar, Antonio. *Manual de construcción de puentes o resumen de consideraciones y reglas generales indispensables para su establecimiento y construcción.* Madrid: 1864. (BN 1/74078).
202. Perier y Gallego, Pascual. *Tesoro de albañilería o guía teórico-práctica-legislativa de albañilería, que contiene el conocimiento de los materiales, teoría general de la construcción..* Madrid: Imprenta de Antonio Martínez, 1853. (BN 1/74932).
203. Piélagos, Celestino del. *Teoría mecánica de las construcciones.* Madrid: Imprenta de Miguel de Burgos, 1837. 40 h., 440 pp. (BN 1/26969; BEC).
204. Rebolledo, José Antonio. *Construcción general.* Madrid: Antonio García, 1875. 486 pp. (BN 2/83723-4).
205. Thierry, Jules. *Tratado de los cinco órdenes de arquitectura y de los principales elementos de construcción.. traducido al castellano por el ciudadano Evaristo Reyes.* París: Imprenta de L.Martinet, 1857.
206. Toussaint de Sens, Claude Jacovo. *Novísimo manual completo de Arquitectura, o guía del Arquitecto práctico.* 3 vols. Madrid: Imprenta de C.López, 1860. (BN BA/2703-5 y 1/73564-6).

BIBLIOGRAFIA

207. Valdés, Nicolás. *Manual del Ingeniero. Resumen de la mayor parte de los conocimientos elementales y de aplicación en las profesiones de Ingeniero y Arquitecto.* París: Librería Militar de J.Dumaine, 1859. 2 vols. texto, 1040 pp. y atlas 103 lám. (BN 2/83703-4 y 7/39558; BEC 51a 136-7).
208. Villanueva, Juan de. *Arte de Albañilería, o Instrucciones para los jóvenes que se dediquen a él, en que se trata de las herramientas necesarias al albañil, formación de andamios, y toda clase de fábricas que se puedan ofrecer.* Madrid: Oficina de Don Francisco Martínez Dávila, 1827. 88 pp., 10 lám. (BN 1/43036 y 1/62241; BCA XIX-68).

B.2 Resto de Europa

B.2.1 Siglo XVI

209. Cataneo, Pietro. *I quattro primi libri di architettura.* Venecia: 1554. 54 fols. (BN ER/2520).
210. De L'Orme, Philibert. *Nouvelles inventions pour bien bastir et a petits fraiz.* Paris: 1561.
211. Filarete (Antonio di Piero Averlino). *Filarete's Treatise on Architecture. Being the Treatise by Antonio di Piero Averlino, Known as Filarete. (Traducción, introducción y notas por J.R.Spencer).* New Haven: Yale University Press, 1965 2 Vols. (BN BA/12792-93).
212. Filarete (Antonio di Piero Averlino). *Tratatto di Architettura. (Texto al cuidado de Anna Maria Finoli y Liliana Grassi; introducción y notas de L.Grassi).* Milano: Il Polifilo, 1972, 2 Vols. (BN Goya 72(02) FIL.).
213. Francesco di Giorgio Martini. *Tratatti di architettura, ingegneria e arte militare. (Editado por Corrado Maltese).* Milan: Edizioni il Polifilo, 1967, 2 Vols., 613 y 335p. (BN)
214. Palladio, Andrea. *I quattro libri dell'Architettura Di Andrea Palladio.* Venecia: Dominico de' Franceschi, 1570.
215. Vitruvius Pollio, Marcus. *Di Lucio Vitruvio Pollione De architectura libri dece traducti in Vulgare affigurati: Commentati: & con mirando ordine insigniti. (ed. Cesare di Lorenzo Cesariano)* Como: Gotardus de Ponte, 1521. (BEC).
216. Vitruvius Pollio, Marcus. *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio tradutti et commentati da monsignor Barbaro eletto patriarca d'Aquileggia.* Venecia: Francesco Marcolini, 1556. (BN).
217. Vitruvius Pollio, Marcus. *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio tradutti et commentati da monsignor Barbaro eletto patriarca d'Aquileggia.* Venecia: Francesco di Franceschi Senese & Giovanni Chrieger Alemanno Compagni, 1567. 2a ed. (BN).

B.2.2 Siglo XVII

218. Blondel, François Nicholas. *Resolution des quatre principaux Problemes d'Architecture*. Paris: Imprimerie Royal, 1673. (BN).
219. Blondel, François Nicholas. *Cours d'Architecture*. Paris: Chez l'Auteur, 1698. 2 Vols., 2a ed. (BN ER/2703-4; BEA).
220. Bosse, Abraham. *La Pratique du trait à preuves de Mr Desargues, lyonnois, pour la coupe des pierres à l'architecture*. Paris: P. Des Hayes, 1643. (BN ER/).
221. Bullet, Pierre. *L'Architecture pratique qui comprend le detail du Toisé, & du Devis des Ouvrages de Massonerie, Charpenterie, Menuiserie, Serrurerie, Plomberie, Vitrierie, Ardoise, Tuille, Pavé de grais et Impression*. Paris: Chez Etienne Michellet, 1691. (BN BA/7074).
222. Derand, François. *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûtes*. Paris: Sebastian Cramoisy, 1643. (BEA n°3214).
223. Fontana, Carlo. *Il Tempio Vaticano e sua origine*. Roma: Nella Stamparaia di Gio: Francesco Buagni, 1694. (BP IX/6604; BEC).
224. Guarini, Camillo Guarino. *Architettura Civile*. Milan: Edizini Polifilio, 1683 (1968). 471 pp. (BEA).
225. Savot, Louis. *L'architecture françoise des bastiments particuliers.. Augmentée dans cette seconde Edition de plusieurs Figures, et des Notes de Monsieur Blondel del'Academie Royale des Sciences..* Paris: Chez la Veuve et C. Clouzier, 1685. (BEA n°24187).
- * 226. Wotton, Henry. *The Elements of Architecture*. London: John Bill, 1624.

B.2.3. Siglo XVIII

227. Bibiena, Fernando Galli. *Direzioni a'Giovani Studenti nel Disegno dell'Architettura Civile*. Bologna: Nella Stamperia di Lelio dalle Volpe, 1745. 2 vols. (BN ER/2679-80).
228. Blondel, J.F. *Cours d'Architecture, ou Traité de la décoration, distribution et construction des bâtimens.. continué par M. Patte*. Paris: Chez la Veuve Desaint, 1771-1777. 6 vols. texto, 3 vols. láminas(BEC).
229. Cordemoy, J.L. de. *Nouveau traité de toute l'architecture ou l'art de bastir utile aux entrepreneurs et aux ouvriers*. Paris: Jean-Baptiste Coignard, 1714. 2a ed. (BN ER/2563).
230. Daviler, C. A. *Cours d'Architecture. Premiere Partie*. Paris: Chez Jean Mariette, 1720. (BN ER/2669).
231. Frézier, A.F. *La théorie et la pratique de la coupe de pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtimens civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de*

BIBLIOGRAFIA

- l'architecture*. Strasbourg/Paris: Charles-Antoine Jombert, 1754, 1768 y 1769. 3 vols.
232. Frézier, A.F. *Eléments de stéréotomie à l'usage de l'architecture pour la coupe des pierres*. Paris: C.A.Jombert, 1760. (BN BA/865-6).
233. Muller, John. *A treatise containing the elementary part of fortification*. London: 1746. (BN 3/36098).
234. Muller, John. *A Treatise of Fortification, and a Treatise of Artillery*. London: 1747-1757. 4 vols, 8°, 112 láms. (BN 3/49750-3).
235. Rue, Jean Baptiste de la. *Traité de la Coupe des Pierres où par une méthode facile et abrégée, l'on peut aisément se perfectionner en cette science*. Paris: Imprimerie Royale, 1728. 1 vol, fol. (BN 3/58105 ; BEC).
- * 236. Vittone, Bernardo Antonio. *Istruzioni elementari per indirizzo dei giovani allo studio dell'Architettura*. Lugano: 1760.
237. Wolff, Christian Freiherr von. *Der Anfangs-Gründe aller mathematischen Wissenschaften. Erster Theil Von der mathematischen Lehrart die Rechen-kunst, Geometrie, Trigonometrie, und Bau-Kunst*. [Iniciación a todas las ciencias matemáticas. Primera parte: ciencia matemática del cálculo, la geometría, trigonometría y construcción.] Leipzig: Rengerischen Buchhandlung, 1732. 4a ed. (BN, BEC).
238. Wren, Christopher (hijo). *Parentalia: or, Memoirs of the Family of the Wrens*. London: Published by Stephen Wren, 1750.
- * 239. Zamboni, Baldassare. *Memorie intorno alle pubbliche fabbriche piu insigne delle cita di Brescia*. Brescia: 1778.

B.2.4 Siglos XIX y XX

240. Adhemar, Joseph. *Traité de la Coupe des Pierres* 2.ed.rev. y aument. Paris: Bachelior etc., 1840. VIII+231 (BN 4-197.297).
- * 241. Babcock, Charles. *Vaults*. Boston: J.R.Osgood and Company, 1884.
242. Barberot, E. *Traité des Constructions Civiles*. Paris: Librairie Polytechnique, 1895. 924 pp., 1554 figs. intercal. (BN 1/46440).
243. Borgnis, J. A. *Traité élémentaire de construction appliqué a l'architecture civile*. Paris: Bachelier, 1838. 2a. ed. (BN).
244. Breymann, G.A. *Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen. I Theil. Konstruktionen in Stein*. [Manual de contrucción con especial referencia a la edificación. Parte I. Construcciones en piedra.] 4a Ed. 2 Vols. Leipzig: J.M.Gebhardt's Verlag, 1868. 314 pp. con 463 ils., 89 lám. atlas (BEA n°7274 y 7277).

245. Bruyere, L. *Etudes relatives a l'art des constructions*. Paris: Chez Bance Aîné, 1823. fol. (BN BA/1445).
246. Claudel, J. *Formules, tables et renseignements pratiques; aide-mémoire des ingénieurs, des architectes, etc.* Paris: Victor Dalmont, 1857. 978 pp. + 3 láms. pleg. (BN 1/4431; BEC 103a 274).
247. Claudel, J. y Laroque, L. *Pratique de l'Art de Construire. Maçonnerie*. Paris: Carilian-Goeury et Vve Dalmont, 1850. (BN).
248. Claudel, J. y Laroque, L. *Pratique de l'Art de Construire*. Paris: H. Dunod et E. Pinat, 1910. (BEC 1c 117).
249. Demanet, A. *Cours de construction*. Bruxelles: Societé Typographique Belge, 1847. 2 vols.+atlas(BEC 2c 195-196).
250. Dubosque, J. *Etudes théoriques et pratiques sur les murs de soutènement et les ponts et viaducs en maçonnerie*. Paris/Liege: Ch. Béranger, 1920. 368 pp., 15 láms. pleg. con 141 figs.
251. Fergusson, James. *The Illustrated Handbook of Architecture: being a concise and popular account of the different styles of architecture prevailing in all ages and countries*. London: John Murray, 1859. 993 pp., 798 ilustr. (BEC 9c 21).
252. Gonin, E. *Manuel pratique de construction*. Paris: J. Dejeu, 1877. 2 vols: texto+atlas (BN 1/45283-4).
253. Gottgetreu, R. *Lehrbuch der Hochbaukonstruktionen. Erster Teil: Stein-Konstruktionen*. [Manual de construcción. Primera parte: Construcción en piedra.] 2 vols. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1880-1888. (BEA n°6368-69; BP VIII-2202 ss.).
- * 254. Haase, Max. *Der Gewölbbau: Handbuch für die Praxis des Hochbautechnikers*. [Construcción de bóvedas: manual para uso de los constructores.] Halle: L. Hofstetter, 1900.
- * 255. Menzel, C.A. *Der Gewölbbau dargestellt in Bezug auf Entstehung und Anwendung, Bau und Konstruktion, Tragfähigkeit, . Herausgegeben, vermehrt, und verbessert von C. Schwatlo*. [La construcción de bóvedas en relación con su erección, empleo, construcción, resistencia, etc.] Halle: 1866. con 148 grabados.
256. Milizia, Francesco. *Principii di Archittetura Civile. Riveduta, ammendata, ed accresciuta di Figure disegnata ed incisa .. da Gio. Battista Cipriani Sanese*. Bassano: Giuseppe Ramondini e Figlio, 1825. (BEC 6c 79-81).
257. Planat, P. *Voûtes en maçonnerie. Voûtes d'églises. Flèches et tours. Béton Armé. Silos*. Paris: Librairie de la Construction Moderne, 1906. (BEA n°3892).

BIBLIOGRAFIA

258. Sganzin, Joseph Mathieu. *Programme ou résumé des leçons d'un cours de constructions, avec des applications tirées spécialement de l'art de l'ingenieur des ponts et chaussées*. 5a ed. Liege: Dominique Avanzo, 1840-44. 2 vols. texto, 1 vol. atlas (BN 4/206752-4; BEC).
259. Uhland, W. H. *Notes et formules de l'Ingenieur et du Constructeur*. Paris: 1902. (BN 1/53644).
- * 260. Viel de Saint Maux, Charles François. *Principes de l'ordonnance et de la construction des bâtimens*. Paris: Perronneau, 1797.
261. Vos, N. de. *Cours de Construction*. Paris: Ducher, 1880. 2 vols.+ atlas (BEC 2c 134-135).
262. Wanderley, G. *Traité Pratique de Constructions Civiles*. Paris: E. Bertrand et Cie, 1883. 3 vols. (BEC 2c 137-139).
263. Warth, Otto. *Konstruktionen in Stein*. [Construcciones en piedra.] Leipzig: J. M. Gebhardt's Verlag, 1903. 7a. ed.
264. Warth, Otto. *Die Konstruktionen in Stein*. [Construcciones de piedra.] Hannover: Th. Schäfer Druckerei, 1981 (facs. ed. 1903). 584 pp., 1225 ilustr., 103 láms.

B.3 Fuentes secundarias: artículos y monografías.

265. Ackerman, J.S. "Architectural Practice in the Italian Renaissance", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 13, 1954, pp. 3-11.
266. Arranz Herrero, Manuel. *Los profesionales de la construcción en la Barcelona del siglo XVIII*. Barcelona: Facultad de Geografía e Historia, 1981. 50 (BN V Ca 14109-10).
267. Barbé-Coquelin de Lisle, Geneniève. *Tratado de Arquitectura de Alonso de Vandelvira*. Albacete: Confederación Española de Cajas de Ahorros, 1977. 2 vols.
268. Bassegoda, Joaquín. *La Catedral de Gerona. Apuntes para una monografía de este monumento*. Barcelona: Tipografía de Fidel Giró, 1889. (BN BA/2020).
- * 269. Bonet Correa, Antonio. *Vida y Obra de Fray Matías de Irala. Grabador y tratadista del s. XVIII*. Madrid: Turner, 1979. 2 vols. (BDV 105/79).
270. Bonet Correa, Antonio. "Simón García tratadista de arquitectura.", *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos por Simón García*, C. Chanfón (ed.). Churubusco, Méx.: Escuela Nacional de Restauración, 1979, pp. vii-xiii.
271. Bonet Correa, Antonio. "Ginés Martínez de Aranda, Arquitecto y Tratadista de Cerramientos y Arte de Montea.", *Cerramientos y Trazas de Montea*, G. Martínez de Aranda. Madrid: Servicio Histórico Militar / CEHOPU, 1986, pp. 13-34.

272. Branner, R. "Drawings from a Thirteenth Century Architect's Shop. The Reims Palimpsest.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 17, 1958, pp. 9-21.
- * 273. Bucher, François. *Architector: The Lodge and Sketch-Books of Medieval Architects*. New York: Abaris Books, 1979-1989. 4 Vols.
274. Bustamante, Agustín y Marías, Fernando. "La Catedral de Granada y la introducción de la cúpula en la España del Renacimiento.", *Boletín del Museo e Instituto Camón Aznar*, Vol. 8, 1982, pp. 103-115.
275. Bustamante, Agustín y Marías, Fernando. "La sombra de la cúpula de El Escorial.", *Fragmentos*, Núms. 4-5, 1985, pp. 46-63.
276. Camón Aznar, José. "La intervención de Rodrigo Gil de Hontañón en el manuscrito de Simón García.", *Archivo Español de Arte*, Vol. 25, 1941, pp. 300-305.
277. Casaseca Casaseca, Antonio. "Trazas para la Catedral de Sagovia.", *Archivo Español de Arte*, Vol. 51, 1978, pp. 29-51.
278. Cavallari Murat, Augusto. "Struttura e forma nel trattato architettonico del Guarini'", *Guarini e l'Internazionalita del Barocco: Atti del Convegno Internazionale*, editado por Vitorio Viale, Torino: Accademia delle Scienze di Torino, 1970.
- * 279. Cervera Vera, Luis. *Libros del Arquitecto Juan Bautista de Toledo*. El Escorial: 1951.
280. Chanfón Olmos, Carlos. "Simón García y la antropometría.", *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos por Simón García*, C. Chanfón (ed.). Churubusco, Méx.: Escuela Nacional de Restauración, 1979, pp. 7-37.
281. Chanfón Olmos, Carlos. "Simón García y la proporción geométrica.", *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos por Simón García*, C. Chanfón (ed.). Churubusco, Méx.: Escuela Nacional de Restauración, 1979, pp. 38-59.
282. García-Tapia, Nicolás. "Los 21 libros de los ingenios y de las máquinas: su atribución.", *Boletín del Seminario de Estudios sobre Arte y Arqueología*, Vol. 50, 1984, pp. 434-439.
283. Herranz y Laín, Clemente. *Fábrica del Puente de Piedras de Zaragoza*. Zaragoza: Tipografía de Julián Sanz y Navarro, 1887. 64 pp., 8º (AMZ 2/F.1-19).
284. Kubler, George. "A Late Gothic Computation of Rib Vault Thrusts.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 26, 1944, pp. 135-148.
285. Kubler, George. *Arquitectura de los Siglos XVII y XVIII. (Ars Hispaniae. Historia Universal del Arte Hispánico, vol.14)*. Madrid: Plus Ultra, 1957. 379 pp.

BIBLIOGRAFIA

286. Kubler, George. *Art and Architecture in Spain and Portugal and Their American Dominions, 1500-1800*. Harmondsworth: Penguin, 1959. xxviii+445 pp. (BN Goya/7(46+469)/Kub).
287. Kubler, George. *La Obra del Escorial*. Madrid: Alianza Editorial, 1983. 224 pp., 126 lám.
288. León Tello, Fco. J. "La Teoría de la arquitectura de Tomás-Vicente Tosca.", *Ideas Estéticas*, Vol. 144, 1978, pp. 290-323 (BDV 105-F/13).
289. Llaguno y Almirola, E. y Ceán Bermúdez, J. A. *Noticia de los Arquitectos y Arquitectura de España desde su restauración*. Madrid: Imprenta Real, 1829. 4 vols. (BN BA/1520-3).
290. Marías, F. y Bustamante, A. "Un tratado inédito de arquitectura de hacia 1550.", *Boletín del Museo e Instituto Camón Aznar*, Vol. 13, 1983, pp. 41-57 (BDV 105-F/18).
291. Mazarrasa Mowinckel, O. y Fernández Herrero, F. *Mazarrasa, maestros canteros y arquitectos de Trasmiera*. Santander: Colegio Oficial de Arquitectos de Cantabria, 1988. 280 pp.
292. Navascués Palacio, Pedro. "El 'manuscrito de arquitectura' de Hernán Ruiz, el Joven.", *Archivo Español de Arte*, Vol. 44, 1971, pp. 295-331, 12 láms.
293. Navascués Palacio, Pedro. *El libro de arquitectura de Hernán Ruiz el Joven. Estudio y edición crítica*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Arquitectura, 1974. 77 pp., 126 láms. (BN Goya/72(02)/RUI).
294. Navascués Palacio, Pedro. "Estudio crítico.", *De la Arquitectura Civil*, por B. Bails. Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1983. Vol. 1, 147 pp.
- * 295. Palacios González, José Carlos. "La estereotomía como fundamento constructivo del Renacimiento español.", *Informes de la Construcción*, Vol. 38, 1987, pp. 73-86.
296. Palacios Gonzalo, Jose Carlos. *Invención y convención en las técnicas constructivas del Renacimiento Español: la estereotomía renacentista a través del tratado de Vandelvira*. Tesis doctoral: Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura., 1987 Enero. 846 pp.
297. Perucho, Juan. "Tomás Vicente Tosca y la Arquitectura Oblicua.", *ABC*, 7 julio, 1988. pág. 3.
- * 298. Reti, Ladislao. "The Codex of Juanelo Turriano (1500-1585) in the Biblioteca Nacional of Madrid (MS 3372/3376) and Its Importance for the History of Technology.", *Actes du XIIe Congrès International d'Histoire des Sciences*, Vol. 6, 1965 (publ. 1968), pp. 79-83.
- * 299. Rodón-Binué, Eulalia. *El lenguaje técnico del feudalismo en el siglo XI en Cataluña*. Barcelona: 1957.

300. Saalman, Howard. "Early Renaissance Architectural Theory and Practice in Antonio Filarete's *Tratatto di Architettura*.", *Art Bulletin*, Vol. 41, 1959, pp. 89-106.
301. Sanz, M. M. V. "El tratado de arquitectura de Bartolomé Ferrer, 1719.", *Ideas Estéticas*, Vol. 142, 1978, pp. 112-129 (BDV 105-F/12).
- * 302. Seeliger-Zeiss, Anneliese. "" [Estudios sobre el libro de cantería de 1516 de Lorenz Lechler.] *Architectura*, Vol. 12, 1982, pp. 125-150.
303. Sojo i Lomba, Fermín de. *Los maestros canteros de Trasmiera*. Madrid: 1935. (BN).
304. Street, Georg Edmund. *Some Account of Gothic Architecture in Spain*. London: 1865.
305. Torres Balbás, Leopoldo. *Arquitectura Gótica*. (*Ars Hispaniae*, Vol.7) Madrid: Plus Ultra, 1952. 402 pp.
306. Wiebenson, Dora. "Reprints: Building Technology in France (1685-1786).", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 39, 1980, pp. 312-315.
307. Wilkinson, Catherine. "Planning a Style for the Escorial: An Architectural Treatise for Philip of Spain.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 44, 1985, pp. 37-47.
308. Wilkinson, Catherine. "Proportion in Practice: Juan de Herrera's design for the façade of the basilica of the Escorial.", *Art Bulletin*, Vol. 67, 1985, pp. 229-242.
309. Wittkower, Rudolf. *Gothic versus Classic. Architectural Projects in Seventeenth Century Italy*. New York: George Braziller, 1974. 191 pp.

C. Estructuras abovedadas de fábrica

C.1 Historia del análisis estructural

C.1.1 Fuentes primarias

- * 310. *Applications du principe des vitesses virtuelles à la poussée des terres et des voûtes, renferment un nouveau principe de stabilité*. Metz: Lamort, 1822. 1 vol. in-4°.
311. "The Statics of Bridges.", *The Civil Engineer and Architect's Journal*, Vol. 24, 1861, pp. 1-2, 60-65, 163-66, 223-26, 317-20 y 347-49.
312. Altendorf, H. "Massive Gewölbe mit geringem Gewicht." [Cúpulas de fábrica de poco peso.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 15, 1881, pp. 167.
- * 313. Atwood, G. *A Dissertation on the Construction and Properties of Arches*. London: Bulmer and Co., 1801. 7 h., 51 pp., 7 láms.

BIBLIOGRAFIA

314. Audoy. "Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau.", *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 4, 1820, pp. 1-96, láms. I-VI.
315. Auric. "Note sur la détermination de la poussée dans les voûtes en maçonnerie.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1901, 2º trim, pp. 246-267.
316. Autenrieth, E. *Die statische Berechnung der Kuppelgewölbe*. [Análisis estructural de las cúpulas.] Berlin: Julius Springer, 1894. 75 pp., 15 figs., 5 láms.
317. Barkhausen. "Anordnung von Kräfteplänen für die Berechnung von Gewölben und Pfeilern von Pfeilerfusse aus." [Disposición de los diagramas de fuerzas para el cálculo de bóvedas y contrafuertes.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 5, 1885, pp. 385-388, 5 figs.
318. Barlow, William Henry. "On the Existence (practically) of the line of equal Horizontal Thrust in Arches, and the mode of determining it by Geometrical Construction.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 5, 1846, pp. 162-182.
319. Barlow, William Henry. "On the existence (practically) of the line of equal Horizontal Thrust in Arches, and the mode of determining it by Geometrical Construction.", *The Civil Engineer and Architect's Journal*, 1847, pp. 211-250, lám. 11.
320. Becker, M. *Der Brückenbau in seinem ganzen Umfange*. (Band 2 des *Handbuchs der Ingenieurwissenschaften*). [Tratado completo sobre construcción de puentes.] 2te vermehrte un verbesserte Auflage Stuttgart: Verlagsbuchhandlung von Carl Macken, 1858.
321. Belidor, B. F. *Nouveau cours de Mathématique a l'Usage de l'Artillerie et du Génie où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la Théorie et à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre*. Paris: Chez Charles-Antoine Jombert, 1725. (BN 2/66449).
322. Belidor, B.F. *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile*. Paris: 1729. (BEC; BN 2/21653).
323. Belidor, B.F. *La Science des Ingenieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*. (revisado por Navier) Paris: 1830. (BEA nº3256 y nº3767; BEC).
324. Belpaire, Th. *Essai d'une Théorie des Voûtes en berceau, an arc de cercle et en plein cintre*. Paris: Dunod, 1878. 24 pp. (BEC 44c 10).
325. Belpaire, Th. *Tables permettant d'effectuer rapidement les calculs relatifs à la stabilité des voûtes*. Paris: Dunod, 1878. 21 pp. (BEC 44c 10).
326. Bell, William. "On the Stresses of Rigid Arches, Continuous Beams, and Curved Structures.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 33, 1868, pp. 58-165, láms. 3 y 3A.

327. Berard, Joseph-Balthasar. *Statique des voutes, contenant l'essai d'une nouvelle théorie de la poussée, et un appendice sur les anses de panier*. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. 20 h., 160 pp., 3 lám. (BEC 44c BEA n°4772).
328. Bland, William. *Experimental Essays on the Principles of Construction in Arches, Piers, Buttresses, Made with a View to Their Being Useful for the Practical Builder*. London: John Weale, 1839. 103 pp. (BEC 44c 73).
329. Boistard, L.C. "Expériences sur la stabilité des voûtes.", *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 171-217, lám. XI-XVI (BEC 5c 210).
330. Boistard, L.C. *Recueil d'expériences et d'observations faites sur différens Travaux executés.. dans lequel on a traité la théorie de l'équilibre des voûtes*. Paris: Chez J.S.Merlin, 1822. 188 pp., 17 láms. (BEC 5c-17 BEA n°4772;).
- * 331. Borra, Giovanni Batista. *Tratatto della cognizione delle resistenze*. Torino: 1748.
332. Bossut, Charles. "Recherches sur l'équilibre des voûtes.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1774, pp. 534-566, 2 lám.
333. Bossut, Charles. "Nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes en dôme.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1776, pp. 587-596, lám.XIX.
- * 334. Bossut, Charles. "Théorème de géometrie, où l'on enseigne des portions de voûtes hémispheriques dont la solidité s'exprime par une formule algébrique.", *Mémoires de l'Institut des Sciences, Lettres et Arts de Paris*, 1799, pp. 226-.
335. Bossut, Charles. *Memoria sobre el equilibrio de las bóvedas. Traducción para el uso de la inspección general de caminos*. Madrid: 1805. (BEC 44c).
336. Bouffet, Maurice. "Etude sur le calcul des voûtes en maçonnerie.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1915, pp. 125-193; pp. 365-402.
337. Bouguer, Pierre. "Sur les Lignes Courbes propres a former les Voûtes en Dome.", *Mémoires de l'Académie Royale de Sciences de Paris*, 1734, pp. 149-166, 1 lám.
338. Bresse. "Etudes théoriques sur la résistance des arcs employés dans les ponts en fonte ou en bois.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 25, 1848, pp. 150-193, lám.
339. Bruyère, L. *Etudes relatives à l'art des constructions*. Paris: 1823-1828. 2 Vols. in fol. (BEC ; BN BA/1445).

BIBLIOGRAFIA

340. Carrillo de Albornoz, Mariano. "Memoria sobre la construcción de la nueva torre de la farola del Puerto de la Habana, dirigida por el Coronel graduado Comandante de batallón de Ingenieros, D. José Benítez.", *Elementos de Arquitectura por John Millington..*, Madrid: Imprenta Nacional, 1848. Tomo II, Apéndice 10, pp. 730-44, lám. 174.
341. Carvallo. "Étude sur la stabilité des voûtes.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 1, 1853, 2e. sem, pp. 1-77.
342. Castigliano, A. "Etude du pont avec maçonnerie en briques construit sur l'Oglio pour la ligne directe du chemin de fer de Milan à Venise.", *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications*, Turin: Auguste Frédéric Negro, 1879, pp. 447-457; lám. 14.
343. Castigliano, A. "Etude du pont en pierre de taille construit sur la Doire à Turin, par l'Ingénieur Ch. Mosca.", *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications*, Turin: Auguste Frédéric Negro, 1879, pp. 458-478; lám. 15.
344. Clericetti, C. "Il principio della cerniera nelle volte.", *Il Politecnico*, Vol. 21, 1873, pp. 482-492, 531-544, 577-590; láms. 20, 23 y 25.
345. Cotterill, James H. "On the Equilibrium of Arched Ribs of Uniform Section.", *Philosophical Magazine*, Vol. 39, 1865, pp. 380-389.
346. Coulomb, C.A. "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture.", *Mémoires de Mathématique et de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et lus dans ses Assemblées (Paris)*, Vol. 7, 1773, pp. 343-382.
347. Couplet, P. "De la poussée des voûtes.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1729, pp. 79-117, lám. 4-7.
348. Couplet, P. "Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Paris*, 1730, pp. 117-141, lám. 6-7.
349. Cousinery. "Détermination graphique de l'épaisseur des murs de soutienement.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 2e série, 1841, pp. 167-184, Pl. 15.
350. Crelle, A.L. "Von der vorteilhaftesten Gestalt der Gewölbe aus zwei gleichen Kreisbogen und der von ihnen deckten Räume; zugleich zur Statik der Gewölbe." [Sobre la forma óptima de las bóvedas circulares y de los espacios por ellas generados; sobre el cálculo de estas bóvedas.] *Journal für die Baukunst*, Vol. 14, 1840, pp. 301-343, lám. 8.
351. Cresy, Edward. *An Encyclopaedia of Civil Engineering, Historical, Theoretical, and Practical*. London: Longman, Brown, Green, and Longman, 1847-1856. 2 vols., 1752 pp. (BN 2/80971-2; BEC 103a 267).
352. Croizette Desnoyers, Ph. *Cours de construction des ponts*. Paris: Vve Dunod, 1885. (BN 2/27616-8).

353. Culmann, K. *Traité de Statique Graphique*. Paris: Dunod Editeur, 1880. 2 vols., texto (604 pp.) y láms. (17)(BEC 44c 74 y 75).
354. Cunqueiro, . "Note sur la vérification de la stabilité des voûtes. (comentario de Durand-Claye, 1867)", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1880 2e. semestre, pp. 145-156, planches 24-25.
- * 355. Chiaveri, Gaetano. *Sentimento sopra la pretesa riparazioni di danni delle cupole di San Pietro in Vaticano*. Roma: 1742.
- * 356. Chiaveri, Gaetano. *Breve Discorse.. circa i danni riconosciuti nella portentosa Cupola di S. Pietro di Roma*. Pesaro: Amatina, 1767.
357. Danyzy, A.A.H. "Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes.", *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier*, Vol. 2, 1732 (Lyon 1778), pp. 40-.
358. Davidesco. "Examen critique des formules employées pour déterminer l'épaisseur a la clef des voûtes en maçonnerie. Formule nouvelle.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1906, 1er trim, pp. 247-253.
359. Dejardin, M. *Routine de l'établissement des voutes ou recueil de formules pratiques et de tables déterminant a priori et d'une manière élémentaire le tracé, les dimensions d'équilibre et le métrage des Voûtes d'une espèce quelconque*. Paris: Dalmont et Dunod, 1860 (1a ed. 1845). 301 pp., 6 pls. con 55 figs. (BEC 44c 85 BEA n°8263).
360. Denfert-Rochereau. "Mémoire sur les voûtes en berceau portant une surcharge limitée à un plan horizontal.", *Revue de l'Architecture et des Travaux Publics*, Vol. 17, 1859, pp. 114-24, 158-79, 207-24, 257-68; lám. 54 (BEC).
361. Dietlein, J.F.W. *Beitrag zur Statik der Kreuzgewölbe*. [Contribución al estudio de la estática de las bóvedas de crucería.] Halle: Hemmerbe und Schwetschte, 1823.
362. Dischinger, Fr. "Schalen und Rippenkuppeln." [Cáscaras y cúpulas nervadas.] 4a ed. *Handbuch der Eisenbetonbau. VI Band, Zweiter Teil.*, F. von Emperger (ed.). Berlín: Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, 1928, pp. 163-383 (BEC 5b 250).
363. Drouets. "Sur la stabilité des voûtes.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1865, pp. 179-266, lám. 105.
364. Dupuit, . *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie. (Ouvrage redigé d'après les manuscrits de l'auteur, par MM. Mahyer et Vaudrey.)* Paris: Dunod Editeur, 1870. 1 vol. texto in-4° 383 pp., 1 atlas de 49 láms. (BEC 44c/209-10; BN 1/44720-1; BEA n°7255).
365. Durand-Claye, A. "Sur la vérification de la stabilité des voutes en maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pression.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1867, pp. 63-96, planches 132-133 .

BIBLIOGRAFIA

366. Durand-Claye, A. "Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. Application aux voûtes sphériques.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1880, pp. 416-440, planches 14-16.
367. D'Olivier. "Relatif à la construction des voûtes en briques posées de plat, suivi du recherches expérimentales sur la poussée de ces sortes des voûtes.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1er série, 1837, 1er sem, pp. 292-309, Pl. 129.
368. Eddy, Henry T. *Researches in Graphical Statics*. New York: Van Nostrand, 1878. 122 pp. (BEC 44c 88).
369. Engesser, Fr. "Ueber die Lage der Stützlinie in Gewölben." [Sobre la posición de las líneas de empujes en las bóvedas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 14, 1880, pp. 184-186; 210 y 243.
370. Fabré, V. *Etudes sur la Théorie des Voûtes*. Paris: Imp. Schneider et Langrand, 1846. 25 pp., 1 lám. pleg. (BEC 44c).
371. Foerster, M.; Landsberg, Th. y Mehrrens, G. *Die Brücken im allgemeinen. Steinerne Brücken. Ausführung und Unterhaltung der steinernen Brücken. (Handbuch der Ingenieurwissenschaften. II Teil: Der Brückenbau, Erster Band.)* [Generalidades sobre puentes. Puentes de piedra. Su ejecución y mantenimiento.] Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann, 1904. (BEC).
372. Föppl, . *Theorie der Gewölbe*. [Teoría de las bóvedas.] Leipzig: Felix, 1881. viii + 152 pp., 4 láms., 8°.
373. Föppl, August. *Die graphische Lösung technischer Aufgaben*. Fulda/Leipzig: Verlag von J. J. Arnd, 1893. 123 pp.
374. Föppl, A. "Theorie der Gewölbe und der durchlaufenden Trägen." [Teoría de las bóvedas y de las vigas continuas.] *Vorlesungen über technische Mechanik. Zweiter Band. Graphische Statik.*, 2a. Ed. Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1903, pp. 406-464. (BEC 42c 57).
375. Fresnel, Léonor. "Mémoire sur la stabilité du phare en construction a Belle-Ile (océan).", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1831, 2me sem, pp. 385-421, lám.17.
376. Freyssinet, . "Viaduc du Bernard. Notice descriptive et justificative des dispositions adoptées.", *Revista de Obras Públicas e Minas (Portugal)*, Vol. 44, 1913, pp. 123-145, láms. 5-8.
377. Frézier, A.F. "De la poussée des voûtes.", *La Theorie et la Pratique de la Coupe des Pierres...*, Paris: Charles-Antoine Jombert, 1769. Vol. 3, pp. 345-413, láms. 110-112.
- * 378. Friderici. "Praktischer Beytrag zur Konstruktion der Gewölbe." [Contribución práctica a la construcción de bóvedas.] *Sammlung nützlicher Aufsätze und Nachrichten, die Baukunst betreffend*, Vol. 4, 1800, t.2, pp. 77-84, lám. 2.

379. Fuhrmann, A. "Ueber Gebäudeformen, welche das Minimum der Mauermasse fordern." [Sobre las formas de edificios que exigen un mínimo de masa.] *Der Civilingenieur*, Vol. 25, 1879, pp. 135-174, láms. 8-9(BEC).
380. Fuller, G. "Curve of Equilibrium for a Rigid Arch under Vertical Forces.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 40, 1875, pp. 143-149.
- * 381. Gardier. *Cours de construction: Stabilité des voûtes; poussées*. Metz: Ecole de Metz, 1864. 1 cah. litografiado.
382. Garidel. "Mémoire sur le calcul des voûtes en berceau.", *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 12, 1835, pp. 7-72, lám.I.
383. Gauthey, Emiland Marie. *Mémoire sur l'application des principes de la Méchanique à la construction des voûtes et des domes, dans lequel on examine le Problème proposé par M. Patte, relativement à la construction de la Coupole de l'Eglise Saint-Genenieve de Paris*. Dijon: Louis Nicolas Frantin, 1771. (BN 2/24830).
- * 384. Gauthey, Emiland Marie. "Mémoire sur la charge que peuvent porter les pierres.", *Journal de Physique*, 1774.
385. Gauthey, Emiland Marie. *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français, et sur les moyens d'y remédier*. Paris: Perronneau Imprimeur, 1798. 131 pp., 2 láms. con 24 figs. (BN 2/36890).
386. Gauthey, Emiland Marie. *Traité de la construction des ponts*. (editada por Navier) 3a ed. 2 vols. Liège: A. Leroux, 1843-45. (BN 4/197871-2; BEC 5c 58-59).
387. Gautier, Hubert. *Traité des Ponts*. Tratado sobre puentes. Paris: 1728. (BN 3/45866; BEC).
388. Gautier, H. *Dissertation sur l'épaisseur des culées des Ponts, sur la Largeur des piles, sur la Portée des voussoirs, sur l'Erfort & la Pesanteur des Arches à differens surbaissemens..* Paris: 1717.
389. Gautier, H. *Dissertation sur les Culées, Voussoirs, Piles et Poussées des Ponts*. Paris: 1728. (BN 3/45866).
- * 390. Gertsner, Franz. *Einleitung in die statische Baukunst*. [Introducción a la construcción de acuerdo con la estática.] Praga: 1789.
391. Gilliot. "Mémoire sur quelques propriétés des courbes de pression et de leurs tangentes, et applications.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 7, 1884, 1er sem, pp. 260-302.
392. Gnuschke, H. "Die Theorie der gewölbten Bögen mit besonderer Rücksicht auf den versteifenden Einfluß der Übermauerung und Überschüttung." [Teoría de bóvedas con especial atención al efecto rigidizador de la sobrecarga de relleno.] *Zeitschrift der Bauwesen*, Vol. 42, 1892, pp. 74-106, 38 figs.

BIBLIOGRAFIA

393. Gouilly, Al. *Théorie sur la stabilité des hautes cheminées en maçonnerie*. Paris: J. Dejeu et Cie, 1876. 36 pp., 1 lám. pleg. (BEC L1-402).
- * 394. Gregory, D. "Catenaria.", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 19, nº 231, 1697, pp. 637-652 (BN 5/3010).
- * 395. Gregory, D. "Catenaria.", *Philosophical Transactions*, nº 231, 1697, pp. 367-.
- * 396. Gregory, D. "Responsio ad animadversionem ad Davidis Gregorii Catenariam. Act. Eruditorum Lipsiae.", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 21, nº 259, 1699, pp. 419-26.
- * 397. Gruson, Johann Philipp. "Ueber die vorteilhafte Form der gedrückten Gewölbe aus drey Kreisbogen." [Sobre la forma óptima de las bóvedas de tres círculos.] *Sammlung nützlicher Aufsätze und Nachrichten, die Baukunst betreffend*, Vol. 2, 1798, t.4, pp. 55-63.
- * 398. Gruson, Johann Philipp. "Nachtrag zu der Abhandlung über die vorteilhafteste Form der gedrückten Gewölbe, aus drey Kreisbogen. Jahrgang 1798, Zweyter Theil." [Suplemento a la memoria sobre la forma óptima de las bóvedas de tres círculos, publicada en el año 1798, segunda parte.] *Sammlung nützlicher Aufsätze und Nachrichten, die Baukunst betreffend*, Vol. 3, 1799, t.2, pp. 85-87.
399. Gwilt, Joseph. *A Treatise on the Equilibrium of Arches, in which the theory is demonstrated upon familiar mathematical principles*. 3rd Ed. London: John Weale, 1839 (primera ed. 1811). 104 pp., 4 láms y 1 lám. pleg. (BEC 44c 27).
400. Gwilt, Joseph. *An Encyclopaedia of Architecture: Historical, Theoretical and Practical*. London: Longman, Brown, Green and Longmans, 1842. 1089 pp. (BN 1-39049).
- * 401. Hacker. "Ueber praktische Konstruktion von Drucklinien in Kreuz- und Sterngewölben." [Método práctico para la obtención de las líneas de empujes en bóvedas de crucería y estrelladas.] *Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins Hannover*, 1889.
402. Hacker. "Ueber praktische Konstruktion von Drucklinien in Kreuz- und Sterngewölben." [Método práctico para la obtención de las líneas de empujes en bóvedas de crucería y estrelladas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 23, 1889, pp. 39.
403. Hacker. "Spannungen in Kreuz- und Sterngewölben." [Tensiones en bóvedas de crucería y estrelladas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 23, 1889, pp. 203.
404. Hagen, Gotthilf. *Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen und Kuppeln*. [Sobre la forma y el dimensionamiento de arcos y cúpulas abovedadas.] Berlin: Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1844. (BEC).

405. Hagen, Gotthilf. "Ueber Form und Stärke gewölbter Kuppeln." [Sobre la forma y dimensiones de las cúpulas.] *Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins Hannover*, Vol. 5, 1859, pp. 135-152, 6 figs.
406. Hagen, Gotthilf. *Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen*. [Sobre la forma y el espesor de los arcos.] Berlin: Ernst & Korn, 1862. vi + 64 pp., 1 lám, 8°.
407. Heinzerling, F. "Das Vertheilungsgesetz der grössten einseitigen Belastung über Brückenträger und dessen Einfluss auf ihre Construction." [Distribución de las sobrecargas asimétricas máximas sobre los puentes y su influencia en la construcción.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 17, 1867. cols. 147-158, 5 figs.
408. Heinzerling, F. "Grundzüge der constructiven Anordnung und statischen Berechnung der Brücken- und Hochbau- Constructionen. Ein Beitrag zur Begründung einer allgemeinen Theorie und Enstemkunde der Bauconstructionen. Erster Theil" [Fundamentos de la construcción y el cálculo de puentes y edificios. Una contribución a las bases para una teoría general de las construcciones. Primera parte] *Civilingenieur*, Vols. 14 y 16, 1868 y 1870, pp. 369-436, lám. 24 (1868); pp. 227-292, lám. (BEC).
409. Heinzerling, F. "Die Bauwaage und deren Ergebnissen für den Gewölbebau." [La 'Bauwaage' y su aplicación a las bóvedas: determinación teórica y experimental de las líneas de empujes.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 19, 1869. cols. 89-110, 9 figs., 2 láms.
- * 410. Heinzerling, F. "Theorie, Konstruktion und statische Berechnung der Brückengewölbe." [Teoría, construcción y cálculo de puentes abovedados.] *Allgemeine Bauzeitung*, Vol. 37, 1872, pp. 246-290, 17 figs., 3 láms. pleg. (BEA).
411. Heinzerling, F. "Analytisch-graphische Construction der Brückengewölbe mit Berücksichtigung ihrer grössten einseitigen Belastung." [Construcción analítico-gráfica de las bóvedas de los puentes con especial atención a la máxima sobrecarga asimétrica.] *Zeitschrift der Bauwesen*, Vol. 22, 1872. cols. 423-448, 560-574, 608, 8 figs., 3 láms.
412. Heinzerling, F. "Grundzüge der constructiven Anordnung und statischen Berechnung der Brücken- und Hochbau- Constructionen. Ein Beitrag zur Begründung einer allgemeinen Theorie und Enstemkunde der Bauconstructionen. Zweiter Theil." [Fundamentos de la construcción y el cálculo de puentes y edificios. Una contribución a las bases para una teoría general de las construcciones. Segunda parte] *Civilingenieur*, Vols. 18 y 19, 1872 y 1873, pp. 359-463, lám. 21-27 (1872); pp. 167-202, 313-51 lám. 12-13, 24-25(BEC).
413. Heuser, C. "Zur Stabilitäts-Untersuchung der Gewölbe." [Sobre el estudio de la estabilidad de las bóvedas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 6, 1872, pp. 365-366; 373-376.
- * 414. Hoffmann, E. H. *Ueber Form und Stärke gewölbter Bögen*. Berlin: 1853. 1 vol. in-8°.

BIBLIOGRAFIA

- * 415. Hoffmann, Louis. "Die ökonomische Form und Höhe gewölbter Bauwerke." [La forma y altura óptima de los edificios abovedados.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 12, 1878, pp. 307-308, 2 figs.
- 416. Hooke, Robert. *A description of helioscopes, and some other instruments*. London: 1676. (BN 3/53557).
- 417. Howe, M. A. *A Treatise on Arches*. New York: John Wiley and Sons, 1906. 369 pp. (BEC 42c 82).
- 418. Howe, M. A. *Symmetrical Masonry Arches*. New York: John Wiley and Sons, 1906. 166 pp. (BEC 42c 73).
- 419. Huebsch, Heinrich. "Practische Bestimmungen über Gewölbe nebst der Beschreibung einer Methode zur Bestimmung der erforderlichen Bogen- und Widerkags-Stärken bei jeder Gattung und Zusammenstellung von Gewölben mittelst eines graphischen Verfahrens." [Dimensionamiento práctico de las bóvedas junto con la descripción de un método para el dimensionado del espesor de bóvedas y contrafuertes para cualquier tipo y disposición de bóvedas por un procedimiento gráfico.] *Bau-Werke von Heinrich Hübsch*, Karlsruhe/Baden: Verlag der D. R. Marx'schen Buchhandlung, 1838, pp. 40-53, 11 figs.
- 420. Jenkin, H. C. Fleemin. "Bridges.", *Encyclopaedia Britannica*, 9th edition, Edinburgh: Adam and Charles Black, 1875-1888. Vol. 2, pp. 284-341.
- 421. Kobell, . "Beitrag zur Statik der Gewölbe." [Contribución al cálculo de bóvedas.] *Allgemeine Bauzeitung*, 1855, pp. 92-110.
- 422. Kohnke, R. "Die Kuppelgewölbe." [Las cúpulas.] *Handbuch der Eisenbetonbau. IV Band, Erster Teil*, F. von Emperger (ed.). Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, 1909, pp. 546-647 (BEC 5c 82).
- 423. Körner, Karl. *Gewölbte Decken (Handbuch der Architektur. Dritter Teil. 2 Band. Heft 3,b)* [Techos abovedados] Stuttgart: Arnold Bergsträsser Verlagsbuchhandlung, 1901. (BEA n°644).
- 424. Krafft. "Sulla stabilita' dei camini per uso industriale.", *Il Politecnico*, Vol. 21, 1873, pp. 505-506.
- 425. Krafft. "De la stabilité des cheminées d'usines.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1873, 1er sem, pp. 251-254.
- 426. Krämer, C. "Beiträge zur Statik der unbelasteten Hochbau-Gewölbe." [Contribución al cálculo de las bóvedas de edificación sin sobrecarga.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 27, 1893, pp. 427-430.
- 427. La Hire, Philippe. *Traité de mécanique, ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, et les propriétés des corps pesants lesquelles ont eu plus grand usage dans la Physique*. Paris: Imprimerie Royal, 1695. (BN 3/47579 y 7/45689; BEA).

428. La Hire, Philippe. "Remarques sur la forme de quelques arcs dont on se sert en architecture.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1702, pp. 94-97, 2 figs.
429. La Hire, Philippe. "Méthode pour décrire de grands arcs de sections coniques sans avoir leur centre, ni le grandeur d'aucun diamètre.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1708, pp. 289-.
430. La Hire, Philippe. "Methode generale pour la division des arcs de cercle ou des angles, en autant de parties égales qu'on voudra.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1710, pp. 200-208.
431. La Hire, Philippe. "Sur la construction des voûtes dans les édifices.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1712, pp. 70-78, 3 figs.
432. Lamé, M.G. y Clapeyron, E. "Mémoire sur la stabilité des voûtes.", *Annales des Mines*, Vol. 8, 1823, pp. 789-836, Pl. 5. (BN 1/44265).
433. Landsberg, Theodor. *Die Statik der Hochbaukonstruktionen. (Handbuch der Architektur. Erster Teil, Band.1, Heft.2)* [Cálculo de estructuras de edificación.] Leipzig: Alfred Kröner Verlag, 1909. 365 pp. (BN S.11 72).
- * 434. Landsberg, Th. "Beitrag zur Theorie der Gewölbe.", *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, Vol. 45, 1901.
435. Landsberg, Th. y Zimmermann, H. "Über Seilcurven." [Sobre las curvas catenarias.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 3, 1883, pp. 224-226, 231-232, 254.
- * 436. Langley, Batty. *A Design for the Bridge at New Palace yard, Westminster . composed of Nine Arches, independent of each other . With Observations on the several Designs published to this Time.* London: The Author and J. Milan, 1736. 31 pp., 1 lám. pleg.
- * 437. Langsdorf, K. C. *Ausführliche Berechnungen über die sichere Bestimmung aller beim Baue steinerner Brücken vorkommenden Abmessungen für die renmittelbaae Ausübung.* Heidelberg: 1819. 1 vol. in-8° (BEPCh).
438. Laterrade. "Considérations sur la stabilité des voûtes en maçonnerie.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 5, 1885, 1er sem, pp. 141-178.
439. Lavoigne. "Mémoire sur le tracé des courbes de pression dans les voûtes.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 8, 1884, 2°sem, pp. 315-434, lám. 35.
440. Le Seur, T.; Jacquier, F. y Bosovich, R.G. *Parere di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S.Pietro.* Roma: s.i., 1743. (BN ER-1938).
- * 441. Lebrun, Louis. *Précis universel sur la statique des voûtes et sur leur formation.* Paris: Everat, 1828. 1 vol. in-4°.

BIBLIOGRAFIA

442. Leonardo da Vinci. "Tratados varios de Fortificación, Estática y Geometría escritos en italiano por los años 1491 como se ve a la buelta del folio 157, advirtiéndolo que la letra de este libro está al revés.", *Ms. Biblioteca Nacional, Madrid*, 1491. Ed. fás. Madrid: Taurus y McGraw-Hill, 1974.
443. Leonardo da Vinci. "Tratado de Estática y Mechanica. En italiano, Escrito en el año 1493 como se ve a la buelta del folio 1º. Contiene 191 folios y está al revés.", *Ms. Biblioteca Nacional, Madrid*, 1493. Ed. fás. Madrid: Taurus y McGraw-Hill, 1974.
444. Lesage, P.C. *Recueil de Divers Mémoires, extraits de la Bibliothèque des Ponts et Chaussées, a l'usage des élèves ingénieurs*. Paris: Imprimerie D'Hacquet, 1806. (BEA n°3657).
445. Lesage, P.C. *Recueil de divers mémoires extraits de la Bibliothèque Impériale des Ponts et Chaussées à l'usage de MM. les ingénieurs*. Paris: Chez Firmin Didot, 1810, 2 Vols. (BN 1/42893-4; BEC 5c 209-210).
446. Leupold, J. *Theatrum Pontificiale oder Schau-Platz der Brücken und Brücken-Baues*. [Theatrum Pontificiale o teatro sobre puentes y construcción de puentes.] Leipzig: Joh. Gledischens seel. Sohn, 1726. (BN 3/10380).
447. Lévy, Maurice. *La statique graphique et ses applications aux constructions*. Paris: Gauthier-Villars, 1888. 4 vols. (BEC 44c).
448. Lewis, T. Hayter. "On the Construction of Domes.", *Papers Read at the Royal Institute of British Architects*, Vol. 9, 1859, pp. 111-118.
449. Lorgna, Anton-Mario. *Saggi di Statica Mecanica applicate alle Arti. Tomo Primo*. Verona: Dionigi Ramanzini, 1782. 26 h., 160 pp., 6 lám. (BEA n°5095).
- * 450. Maillard, Sebastian von. *Die Mechanik der Gewölbe in ihrem ganzen Umfange abgehandelt*. [La mecánica de las bóvedas considerada en toda su extensión.] Pest: 1817.
451. Martin, H. M. "Arched Ribs and Voussoir Arches.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 93, 1888, pp. 462-477.
- * 452. Mascheroni, Lorenzo. *Nuove ricerche sull'equilibrio delle volte*. Bergamo: 1785.
- * 453. Masetti, G.B. *Saggio sull'equilibrio delle volte di tutto sesto, ovali e piane*. Bologna: 1817.
- * 454. Meerwein, Carl Friedrich. "Ueber die Stärke der Gewölbebogen." [Sobre la resistencia de las bóvedas.] *Sammlung nützlicher Aufsätze und Nachrichten, die Baukunst betreffend*, Vol. 2, 1798, t.3, pp. 74-80.

- * 455. Meerwein, Carl Friedrich. *Beytrag zur richtigen Beurteilung der Eigenschaften und der Wirkungen der Gewölbe*. [Contribución a un dictamen justo sobre las características y los efectos de las bóvedas.] Frankfurt: Ph. H. Guilhauman, 1802. 271 pp., 8°(4°).
- 456. Mehrrens, G.C. *Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen und Festigkeitslehre*. [Lecciones sobre cálculo de estructuras y resistencia de materiales.] Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann, 1903-1905. 3 vols. (BEC 42c 65-67).
- 457. Méry, E. "Mémoire sur l'équilibre des voûtes en berceau.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840, pp. 50-70, planches 133-134.
- 458. Michon. "Tables et formules pratiques pour l'établissement des voûtes cylindriques.", *Mémorial de l'Officier du Génie*, n° 15, 1848, pp. 7-117, lám.I.
- 459. Michon. *Instruction sur la stabilité des voûtes et des murs de revêtement*. Metz: lithographie de l'École de Metz, 1857. (BEC 44c 32).
- 460. Michon, M. (trad. E. Saavedra). *Introducción sobre la estabilidad de las construcciones*. Madrid: Imprenta Nacional, 1860. (BN 1/65271; BEC 44c 47).
- 461. Milankovitch, M. "Zu der Statik massiven Widerlager." [Sobre la estabilidad de los contrafuertes.] *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Vol. 58, 1910, pp. 120-128.
- 462. Milankowitch, M. "Theorie der Druckkurven." [Teoría de las líneas de empujes.] *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Vol. 55, 1907, pp. 1-27.
- 463. Molins. "Note sur la courbe que formerait un fil flexible dont les divers éléments seraient sollicités par des forces verticales proportionnelles aux distances de ces éléments a un même plan horizontal.", *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, Vol. 4, 1848, pp. 221-227.
- 464. Mörsch, E. "Berechnung von eingespannten Gewölben." [Cálculo de bóvedas de un solo vano.] *Schweizersische Bauzeitung*, Vol. 47, 1906, pp. 83-83; 89-91.
- * 465. Moseley, H. "On a new principle in statics, called the principle of least pressure.", *Philosophical Magazine*, Vol. 3, 1833, pp. 285-288.
- * 466. Moseley, H. "On the equilibrium of the arch.", *Cambridge Philosophical Transactions*, Vol. 5, 1835, pp. 293-313.
- * 467. Moseley, H. "On the theory of the equilibrium of a system of bodies in contact.", *Cambridge Philosophical Transactions*, Vol. 6, 1838, pp. 463-491.
- 468. Moseley, H. *The Mechanical Principles of Engineering and Architecture*. London: Longman, Brown, Green and Longmans, 1843. 627 pp. (BEC 22c 138).

BIBLIOGRAFIA

469. Moseley, H. "On the Theory of the Arch.", *The Theory, Practice and Architecture of Bridges.*, editado por John Weale. London: Architectural Library, 1843. Vol. I, parte III, pp. 1-72, láms. 101-3. (BEC 5c 35-37).
470. Mueller. "Kuppelgewölbe aus Backstein über einem quadratischen Raume, welches keinen Horizontalschub auf die Widerlager ausübt." [Cúpula de ladrillos sobre planta cuadrada, que no ejerce empuje sobre los contrafuertes.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 2, 1868, pp. 48-49.
471. Mueller-Breslau, Heinrich. "Elastizitätstheorie der Tonnengewölbe." [Teoría elástica de las bóvedas de cañón.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 32, 1882, pp. 35-52, 211-228.
472. Mueller-Breslau, Heinrich. "Elasticitätstheorie der nach Stützlinie geformten Tonnengewölbe." [Teoría de la elasticidad de las bóvedas de cañón cuya directriz sigue a la línea de presiones.] *Zeitschrift für Bauwesen*, 1886, pp. 274-304.
473. Mueller-Breslau, Heinrich. *Théorie des voûtes cylindriques*. Eléments de statique graphique appliquée aux constructions: Paris: Librairie Polytechnique, Baudry et Cie., 1886. Section V, pp. 156-209, láms. 15-18. (BEC 1b 78-79).
- * 474. Mueller, G. C. *Analytisch-praktische Abhandlung über die Verzeichnung grosser gedruckter Bogen in vorzüglicher Hinsicht auf den Brückenbau; nebst andern hieher gehörigen Bemerkungen*. [Contribución analítico-práctica sobre las deformaciones en los grandes arcos en relación con la construcción de puentes; así como otras advertencias.] Göttingen: 1792. 1 vol. in-8° (BEPCh).
475. Muller, John. *Elements of Mathematics for the use of the Royal Academy of Artillery at Woolwich*. London: J. Millan, 1769. 8 tom. en 7 vols. (BN 2/26071-77).
476. Navier, L.M.H. *Resumé des Leçons donnés à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines*. Bruselas: De Mortier, 1839. (BEA n°3712 y n°3686; BEC 1b/82-83).
477. Navier, L.M.H. "De l'équilibre et de l'établissement des voûtes.", *Résumé des leçons donnés à l'école des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines.*, Bruxelles: Societé Belge de Librairie, 1839, pp. 145-175.
- * 478. Neelsen, Chr. "Über das Wesen und die Lage der Mittellinie des Drucks und der Richtungslinie des Drucks in Mauern und Gewölben." [Sobre la naturaleza y la posición de las líneas de empujes e inclinaciones en muros y bóvedas.] *Civilingenieur*, Vol. 17, 1871. (BEC).
- * 479. Ortmann, O. *Die Statik der Gewölbe mit Rücksicht auf ihre Anwendung*. [Análisis estructural de las bóvedas con vistas a su aplicación práctica.] Halle: G. Knapp, 1876 (?). In 8°, 4+124 pp., figs.

480. Parent. "Sur la figure de l'extrados d'une voûte circulaire, dont tous les voussoirs sont en équilibre entre eux.", *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, 1704, pp. 93-96. (BEC 53a 20).
481. Patte, Pierre. *Memoire sur la construction de la coupole projectée pour couvrir la nouvelle église de Saint Genenève a Paris*. Amsterdam: 1770. (BN 2/23356).
482. Pearson, Karl; Reynolds, W.D. y Stanton, W.F. *On a practical theory of elliptic and pseudo-elliptic arches, with special reference to the ideal masonry arch*. London: Dulau and Co., 1909. 23 pp., 6 láms. (BEC 54a Caja 117).
483. Peaucellier. *Mémoire sur les conditions de stabilité des voûtes en berceau*. Paris: Gauthier-Villars, 1875. 54 pp. (BEC 406 L1).
484. Perrodil, Gros de. "Arc d'experience en maçonnerie de brique et ciment de portland.", *Annales des Ponts et Chaussées, 6eme serie*, Vol. 4, 1882, 2º semestre, pp. 111-139, lám. 10.
485. Perronet, J. R. *Ses Oeuvres*. Paris: Didot, 1788. 1 vol. in-8º, atlas in-fol. (BEC).
486. Perronet, J. R. *Description des projects et de la construction des ponts de Neuilly, de Mantes, d'Orleans*. Paris: Firmin Didot père et fils, 1820. 2 vols, texto y atlas de 66 láms. (BEC 5c 66 y 39b 15).
487. Perronet, J.R. "Memoire sur le cintrement et le décintrement des ponts, et sur les differens mouvements que prennent les voûtes pendant leur construction.", *Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, 1773, pp. 33-.
488. Perronet, J.R. "Mémoire sur la réduction de l'épaisseur des piles et sur la courbure qu'il convient de donner aux voûtes, le tout pour que l'eau puisse passer plus librement sous les ponts.", *Mémoires de l'Academie Royale des Sciences*, 1777, pp. 853-64.
489. Perronet, J.R., *Mémoire sur la recherche que l'on pourroit employer pour construire de grandes Arches de pierre de deux cents, trois cents, quatre cents & jusqu'à cinq cents pieds d'ouverture, qui seroient destinées à franchir de profondes vallées bordées de rochers*. Paris: Imprimerie Nationale Exécutive du Louvre, 1793. 44 pp., 1 lám. (BEC 5c-67).
490. Perronet, J.R. "Machine inventée par Perronet, pour produire de grandes pressions et connaître la tenacité ou la cohésion des bois et des metaux.", *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 167-170, lám. X. (BEC 5c 210).
491. Perronet, J.R. y Chezy. "Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées.", *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les*

BIBLIOGRAFIA

- ingénieurs*, editado por P. Lesage. Paris: Chez Firmin Didot, 1810. Vol.2, pp. 243-273, lám. XVII. (BEC 5c 210).
492. Persy, N. *Cours de Stabilité des Constructions à l'usage des Élèves de l'Ecole d'Application de l'Artillerie et du Génie*. Metz: Lithographie de l'Ecole d'Application, 1834. (BEC 1b 19).
493. Persy, N. "Stabilité des voûtes.", *Cours de Stabilité des Constructions.*, Metz: Lithographie de l'Ecole d'Application, 1834, pp. 97-179.
494. Petit. "Mémoire sur le calcul des voûtes circulaires.", *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 12, 1835, pp. 73-150.
495. Pilgrim, . *Theorie der kreisförmigen symmetrischen Tonnengewölbe von konstanter Dicke, die nur ihr eigenes Gewicht tragen*. [Teoría de las bóvedas de cañón simétricas de espesor constante sometidas a su propio peso] Stuttgart: Gebrüder Kröner, 1876. 41 pp.
496. Pillet, M.J. "Les voûtes en Architecture. Leur stabilité et leur poussée assurées par des surcharges appropriées.", *L'Architecture*, Vol. 20, 1907, pp. 89-92.
497. Pitot, H. "Examen de la force qu'il faut donner aux cintres dont on se sert dans la construction des grandes voûtes des arches des ponts.", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 1726, pp. 216-.
498. Planat, P. *Pratique de la mécanique appliquée a la resistance des matériaux*. Paris: La Construction Moderne, 1877. 930 pp. (BEC 44c 226).
- * 499. Plazanet, M. *Mémoire sur la stabilité des voûtes en berceau et en dôme*. Douai: 1857. 1 cuad. in-8º.
500. Poleni, Giovanni. *Memorie istorische della Gran Cupola del Tempio Vaticano*. Padova: Nella Stamperia del Seminario, 1748.
501. Poncelet, J.V. "Solution graphique des principales questions sur la stabilité des voûtes.", *Mémorial de l'Officier du Génie*, nº 12, 1835, pp. 151-213, lám.III.
502. Poncelet, J.V. *Mémoire sur la stabilité des revêtements et de leurs fondations*. Mémorial de l'Officier du Génie: Vol. 13, 1840, pp. 7-270, Pls. 1-5.
503. Poncelet, J.V. "Rapport sur la deuxième partie du Mémoire de M. Yvon Villarceau, relatif à l'établissement des arches de pont.", *Comptes rendues de l'Académie des Sciences (Paris)*, Vol. 35, nº 17, 1852 2eme Semestre, pp. 597-601.
504. Poncelet, J.V. "Rapport sur un Mémoire de M.J.Carvallo, intitulé: Étude sur la stabilité des voûtes.", *Comptes rendues de l'Académie des Sciences (Paris)*, Vol. 35, nº 18, 1852 2eme semestre, pp. 636-647.

505. Prony, G. R. "Notes et formules sur le tassement des voûtes en arc de cercle.", *Annales des Ponts et Chaussées, 1er série*, Vol. 2, 1832, 2e sem, pp. 33-49 (BEC).
506. Prony, G.C. *Nouvelle Architecture Hydraulique. Première Partie, Contenant un traité de mécanique à l'usage de ceux qui se destinent aux constructions de tous les genres, et des Artistes en général*. Paris: Chez Firmin Didot, 1790-96. 2 vols. in 4° (BEC; BN 3/77522-3).
507. Rankine, W.J.M. *A Manual of Civil Engineering*. London: Griffin Bohn and Company, 1863. (BEC 52a 186).
508. Rankine, W.J.M. "On the application of barycentric perspective to the transformation of structures.", *Philosophical Magazine*, Vol. 26, 1863 Nov.
509. Rankine, W.J.M. *A Manual of Applied Mechanics*. 3a. Ed. London: Charles Griffin and Company, 1864. 648 pp., 265 figs. (BEC 44c 6).
- * 510. Rankine, W.J.M. *Useful rules and tables relating to mensuration, engineering, structures and machines*. London: Charles Griffin, 1867.
511. Rankine, W.J.M. *Miscellaneous Scientific Papers*. London: Charles Griffin and Co., 1881. 570 pp. (BEC 8a 125).
512. Reichenbach, G. *Theorie der Brücken-Bogen und Vorschläge zu eisernen Brücken in jeder beliebigen Grosse*. [Teoría de los arcos de puentes y propuesta de puentes de hierro de cualquier tamaño.] München: Liudaner, 1811. xii + 91 pp., 3 láms, 4°.
- * 513. Rémond, L. *Étude sur la stabilité des voûtes*. Alger: 1848. 1 vol. in-8°, litograf.
514. Renaud. "Chute d'une cheminée de filature, au Havre.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1872, 2me sem, pp. 277-283, lám. 25.
515. Renaud. "Caduta di un camino di filatura all' Havre.", *Il Politecnico*, Vol. 21, 1873, pp. 502-504; lám. 21.
516. Résal, . *Stabilité des constructions*. Paris: 1901. 1 vol. in 8° (BEC 42c).
517. Résal, Ame Henry. *Traité de mécanique générale*. Paris: 1873-1889. 6 vols. (BEA n°4483-4488).
- * 518. Ringleb, A. *Lehrbuch des Steinschnitts der Mauern, Bogen, Gewölbe und Treppen. Zum Selbstunterricht, so wie zum gebrauch bei Vorträgen in Bau- und Gewerbschulen*. [Manual de estereotomía de muros, arcos, bóvedas y escaleras. Para la propia formación así como para las clases de edificación e industria.] Berlin: C. Heymann, 1844. 2 vols, texto xiv+349 pp., 24.5 cm; atlas 48 láms in-fol.
519. Ritter, W. *Anwendungen der graphischen Statik*. [Aplicaciones de la estática gráfica.] Zürich: Raustein, 1888-1906, 4 Vols. (BEC 42c).

BIBLIOGRAFIA

520. Robison, John. "Arch.", *Encyclopaedia Britannica*, 9th Edition. Edinburgh: Adam and Charles Black, 1851-1860. Vol. 3, pp. 400-418, láms. 48 y 49. (BEC 107a 103).
- * 521. Roesling, Ch. L. *Analytisch-praktische Abhandlung über die Berechnung der Gewölbe*. [Contribución analítico-práctica al cálculo de bóvedas.] Ulm: 1810. 1 cuader. in-4° (BEPCh).
- * 522. Roesling, Ch. L. y Roesling, C. W. *Unterricht in dem Gewölb-Bogen-Bau mit Beifügung eines deutlichen Werkmeister-Büchleins*. [Lecciones sobre construcción de bóvedas.] Ulm: 1829.
523. Rohault, Ch. "Voûtes en ciment hydraulique.", *Annales des Ponts et Chaussées, 1er série*, 1835, 1er sem, pp. 77-80, Pl. 93.
524. Rondelet, Jean. *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: Chez Firmin Didot, 1834-1848. 6 vols. 8°, atlas fol. (BEC).
525. Rondelet, J. *Mémoire historique sur le dôme du Panthéon Français*. Paris: Chez Du Pont, 1797. (BP IX-8706).
526. Rondelet, J. *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*. Paris: Chez l'auteur, 1802-1810. 6 vols. texto y 1 vol. atlas (BP IX-2a-2432-38).
- * 527. Rondelet, J. *Mémoire sur la reconstruction de la coupole de la Halle au Blé de Paris*. Paris: 1807.
- * 528. Rondelet, J. *Addition au mémoire historique sur le dôme de l'Eglise Saint-Genesien*. Paris: 1814.
529. Rösling, Ch. L. *Statische Architekten-Schule*. [Escuela de estructuras para arquitectos.] Augsburg & Leipzig: Jenisch & Stage, 1831. xxi + 512 pp., 10 láms. pleg., 8°.
530. Rousselet, Louis y Petit, Aimé. *Stabilité des infrastructures et ouvrages d'art en maçonnerie*. Paris: 1924. (BEA n°2066).
531. Sadasewjee, Jagannath. "A New Rule for Determining the Thickness of Abutments on Unsound Strata, for Segmental and Elliptic Stone Arches.", *The Civil Engineer and Architect's Journal*, Vol. 24, 1861. p. 102.
532. Saint-Guilhem, P. "Mémoire sur l'établissement des voûtes elliptiques en berceau.", *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, Vol. 4, 1848, pp. 341-370.
533. Saint-Guilhem, P. "Sur l'établissement des arches de pont assujetties aux conditions du maximum de stabilité.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 17, 1859, pp. 83-106.
534. Salimbeni, Leonardo. *Degli archi e delle volte Libri Sei*. Verona: Dionigi Ramanzini, 1787. (BEA n°4760).

535. Schaeffer, Th. y Sonne (Ed.). *Der Brückenbau. (Handbuch der Ingenieurwissenschaften II. Band.)* [La construcción de puentes.] Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann, 1880/1882. (BN S.11 112-147).
536. Scheffler, Hermann. *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken.* [Teoría de las bóvedas, muros de contención y puentes de hierro.] Braunschweig: 1857.
- * 537. Scheffler, Hermann. *Ueber Gitter- und Bogenträger und über die Festigkeit der Gefässwände.* [Sobre entrmados y arcos, y sobre la resistencia de las paredes de los depósitos.] Braunschweig: Vieweg und Sohn, 1862. 1 vol. in-8°.
538. Scheffler, Hermann. *Traité de la stabilité des constructions. (ouvrage traduit de l'allemand et annoté par M. Victor Fournié)* Paris: Dunod Editeur, 1864. 1 vol. in 8°, 368 pp., 19 láms. (BEC 44c/148-149).
539. Schmitt, E. "Theory of the spherical dome with homogeneous surface, and of the framed dome; also notes on the construction of masonry and metal domes.", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1909, pp. 263-308.
- * 540. Schmölcke, J. *Die Konstruktion des Hochbaues mit besonderer Rücksicht auf ihre graphische Darstellung. Zum Gebrauche für technische Lehranstalten sowie zum Selbststudium für Bautechniker. Theil 1. Das Gewölbe.* [Construcción de edificios, con especial atención a su representación gráfica. Para su utilización en los institutos de enseñanza, así como para el estudio de los técnicos en edificación. Primera parte: las bóvedas.] Holzminden: C. C. Müller, 1882. 3 vols.
541. Schreiber, W. *Tabellen zum Auftragen der Gewölbestützlinien nach Ordinaten.* [Tablas para la obtención de la línea de empujes de una bóveda por ordenadas.] Strassburg: R. Schultz, 1884. 31 pp., figs., 8°.
542. Schubert, Friedrich. *Vademecum für den praktischen Ingenieur und Baumeister.* [Vademecum para el ingeniero y constructor práctico.] Stuttgart: 1854. (BN 1/79288).
543. Schwedler, J. W. "Theorie der Stützlinie. Ein Beitrag zur Form und Stärke gewölbter Bögen." [Teoría de las líneas de empujes. Estudio sobre la forma y resistencia de los arcos.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 9, 1859. col. 109-126.
544. Schwedler, J. W. "Stabilität der flachen tonnenförmigen Kappen." [Estabilidad de las bóvedas de cañón rebajadas.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 18, 1868. cols. 468-472.
545. Schwedler, J. W. "Die Stabilität des tonnenförmigen Kappengewölbes." [Estabilidad de las bóvedas rebajadas de cañón.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 2, 1868, pp. 153-155.
- * 546. Schwedler, J. W. *Die Konstruktion der Kuppeldächer.* [Construcción de cúpulas.] Berlin: 1877.

BIBLIOGRAFIA

547. Sejourné. "Quelques réflexions pratiques sur les voûtes a grand portée.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 12, 1886, 2° sem, pp. 497-502.
548. Sejourné, P. *Grandes Voûtes*. Bourges: Imprimerie Vve Tardy-Pigelet et Fils, 1913-1916, 3 Vols. (BN 1/23270-5).
549. Senés. "Nouvelles manières de toiser les voûtes en cul de four ou en dôme, surhaussées et surbaissées, et les voûtes en arc de cloître et d'arête.", *Mémoires de la Royal Academie des Sciences de Paris*, 1719, pp. 363-415, lám. 25-27.
550. Senés. "Addition au mémoire sur la toisé des voûtes, &c. imprimé à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1719.", *Mémoires de la Royal Académie des Sciences de Paris*, 1722, pp. 356-379.
551. Silberschlag, J.E. *Ausführliche Abhandlung der Hydrotechnik oder des Wasserbaus*. [Tratado detallado de la hidrotecnia y de la construcción hidráulica.] Leipzig: Gaspar Fritsch, 1772-1773. 2 vols. (BN 2/70322-3).
552. Snell, George. "On the Stability of Arches, with practical methods for determining, according to the pressures to which they will be subjected, the best form of section, or variable depth of voussoir, for any given extrados or intrados.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 5, 1846, pp. 439-476, láms. 27-40.
- * 553. Southern, John. "On the Equilibrium of Arches.", *Philosophical Magazine*, Vol. 11, 1801, pp. 97-107.
554. Sprague, Ernest H. *The Stability of Arches*. London: Scott, Greenwood and Son, 1916. 141 pp., 58 figs., 5 láms. pleg. (BEC 42c 41).
- * 555. Stirling, J. *Lineae Tertii Ordinis Neutoniana, sive, Illustratio tractatus d. Neutoni de Enumeratione linearum tertii ordinis. Cui subjungitur, solutio trium problematum*. Oxford: E. Whistler (impensis), 1717.
556. Stoll, P. "Beiträge zur Stabilitätsberechnung von Fabrikschornsteinen." [Contribución al análisis de las chimeneas de fábrica.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 16, 1882, pp. 542-543.
557. Tolkmitt, G. "Beitrag zur Theorie gewölbter Bogen." [Contribución a la teoría de las bóvedas de cañón.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 26, 1876. cols. 401-422, 2 figs., 9 tablas, 3 láms.
558. Tolkmitt, G. *Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken. (dritte auflage neu bearbeitet von A. Laskus.)* [Manual para el diseño y cálculo de puentes abovedados de fábrica.] Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, 1912. 3a ed., 116 pp., 42 ilustr. (BEC ED-430).
559. Tourtay. "Détermination rapide de l'épaisseur a donner aux culées des ponts de faible ouverture. Calcul de la poussée et du poids de la

- voûte.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 7e série, Vol. 11, 1896 1er sem, pp. 579-599.
560. Tourtay, C. "Sur l'influence des joints dans la résistance à l'écrasement des maçonneries de pierres de taille.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 2, 1885, pp. 582-592.
561. Tourtay, C. "Note sur la stabilité des voûtes en maçonnerie.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 serie, Vol. 12, 1886, 2° sem, pp. 857-870.
562. Tourtay, C. "Methode de calcul rapide des voûtes et de leurs culées.", *Nouvelles Annales de la Construction*, 5e sér., Vol. 9, 1902. col.135-144, 157-160, 169-176, Pl. 48-49.
563. Trautwine, John C. "A New Rule for Depth of Keystone for Segmental or Elliptic Stone Arches.", *The Civil Engineer and Architect's Journal*, Vol. 23, 1860 dic. p. 364, 1 tabla.
- * 564. Trautwine, John C. *The Civil Engineer's Pocket Book*. Philadelphia: 1874. 1 vol. in-12°.
565. Trautwine, John C. *Manual del Ingeniero*. (Traducido de la 21 edición de 1937 y convertido al sistema métrico por A. Smith) Paris: Imprimerie Paul Dupont, 1937 (1a ed. 1874). 1476 pp.
566. Ungewitter, G. C. *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbeitet von K. Mohrmann*. [Manual de la construcción gótica. 3a edición revisada por K. Mohrmann.] 2 vols. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger, 1890. 663 pp., 826 ils. (BEC 7c/63-64; BEA n°5216-7).
567. Valdés, Nicolás. *Bóvedas de hormigón rebajadas y de aristas*. Madrid: Imprenta del Memorial de Ingenieros, 1864. 28 pp., 1 lám. pleg. (BN Memorial de Ingenieros, t.19).
- * 568. Venturoli, G. *Elementi di Meccanica e d'Idraulica*. Milano: 1800.
569. Vicat. "Recherches expérimentales sur les phénomènes physiques qui précèdent et accompagnent la rupture ou l'affaissement d'un certaine classe de solides.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 1er série, Vol. 6, 1833, pp. 201-268, Pl. 69.
- * 570. Viel de Saint Maux, Charle François. *Dissertations sur les projets de coupoles de la Halle au blé de Paris. précédées des principes généraux et particuliers sur le construction des voûtes . et des supports des domes*. Paris: Chez l'auteur, 1809. 179 pp.
- * 571. Viel de Saint Maux, Charles François. *De l'impuissance des mathématiques pour assurer la solidité des batimens, et recherches sur la construction des ponts*. Paris: Chez l'auteur, 1805. 75 pp.
- * 572. Viel de Saint Maux, Charles François. *Des erreurs publiées sur le construction des piliers du Pantheon français, faite par Soufflot, et des déclamations nouvelles répandues contre l'ordennance des domes*. Paris: Perronneau, 1806. 27 pp.

BIBLIOGRAFIA

573. Villarceau, A. Yvon. *Sur l'établissement des arches de pont, envisagé au point de vue de la plus grande stabilité, mémoire accompagné de tables pour faciliter des applications numériques*. Paris: Imprimerie Impériale, 1853. 325 pp., 5 tablas, 2 láms. (BEC 44c 205).
574. Villarceau, A. Yvon. "Sur l'établissement des arches de pont envisagé au point de vue de la plus grande stabilité.", *Institut de France, Academie des Sciences, Memoires presentées par divers savants*, Vol. 12, 1854, pp. 503-(BN 1-26897).
575. Wagner, F. "Zur graphischen Statik der Kuppeln." [Análisis gráfico de cúpulas.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 32, 1882, pp. 51-66.
- * 576. Walter, Caspar. *Brücken-Bau, oder Anweisung, wie allerley Arten von Brücken, sowohl von Holz als Steinen, nach den besten Regeln der Zimmerkunst dauerhaft anzulegen sind*. [La construcción de puentes, o Instrucciones para el establecimiento seguro de todo tipo de puentes, tanto de madera como de piedra, según las mejores reglas del arte de la construcción.] Augsburg: Verlegt von den Gebrüdern Veith, 1766. 52 pp., 23 láms. pleg., 33 cm.
- * 577. Ware, S. *A Treatise of the Properties of Arches, and Their Abutment Piers*. London: 1809.
578. Weale, John (ed). *The Theory, Practice and Architecture of Bridges of Stone, Iron, Timber and Wire; with examples on the principle of suspension*. London: Architectural Library, 1843. 1 vol. texto; 2 vols. láms. (BEC 5c 35,36,37).
579. Weyrauch, Jacob J. *Elastische Bogenträger; einschliesslich der Gewölbe, Eisenbetonbogen und Bogenfachwerke. Ihre Theorie und Berechnung mit zahlreichen Beispielen und Aufgaben entsprechend den Bedürfnissen der Praxis*. [Arcos elásticos: bóvedas, arcos de hormigón armado y arcos reticulados. Teoría y cálculo, con numerosos ejemplos y ejercicios según las necesidades de la práctica.] Stuttgart: Verlag von Konrad Wittwer, 1911. 540 pp. (BEC 44c).
- * 580. Wilcke, C. "Grundzüge der Gewölbetheorie." [Fundamentos de la teoría de bóvedas.] *Der Brückenbau. Band II der Handbuch der Ingenieurwissenschaften.*, Th. Schäffer und Sonne, Eds. Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann, 1880, pp. 60 y ss.
581. Williot. "Mémoire sur la stabilité des voûtes droites symétriques a surcharge limitée par un plan horizontal. Théorie et formules pratiques.", *Paris, Librairie Scientifique, Industrielle et Agricole*, 1872. 31 pp., 1 lám. (BEC 417 L1).
582. Winkler, E. "Die Lage der Stützlinie im Gewölbe." [Posición de la línea de empujes en las bóvedas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vols. 13 y 14, 1879 y 1880, pp. 117-119, 127-128, 130 (1879); 58-60.
583. Wittmann, W. "Zur Theorie der Gewölbe." [Teoría de las bóvedas.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 29, 1879. cols. 61-74, figs., 4 láms.

584. Young, Alfred E. "Rankine's Treatment of the Elastic Arch.", *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 131, 1898, pp. 323-337.
585. Young, Thomas. "Selections from the article 'Bridge' in the supplement to the Encyclopaedia Britannica (written in 1816).", *Miscellaneous Works*, London: John Murray, 1855. Vol. 2, pp. 194-247, lám. 3.

C.1.2 Fuentes secundarias: monografías y artículos

586. Bassegoda Muste, Buenaventura. *Fermento Científico de la Estática*. Barcelona: Imprenta Ange Ortega, 1970. 49 pp. (BN V/Ca 7925-17).
- * 587. Baumann, R. "Die Materialprüfungswesen und die Erweiterung der Erkenntnisse auf den Gebiet der Elastizität und Festigkeit in Deutschland während der letzten vier Jahrzehnte." [Los ensayos de materiales y el aumento del conocimiento sobre la elasticidad y la resistencia de los sólidos en alemania en las últimas cuatro décadas.] *Beiträge zur Geschichte der Technik und Industrie*, Vol. 4, 1912, pp. 147-195.
- * 588. Boulingard, Georges. "La mécanique théorique des corps flexibles (1638-1788) et les premières tentatives de 'spéculations fonctionelles' au XVIIIe siècle.", *Revue d'Histoire des Sciences et de Leur Applications*, Vol. 17, 1964, pp. 13-24.
589. Buti, Andrea. *Cognizioni scientifiche sulle strutture voltate prima del XVIII secolo*. Genova: Università degli Studi di Genova. Facoltà di Architettura., 1980. 69 pp.
- * 590. Buti, A. y Corradi, M. "I contributi di un matematico del XVII secolo ad un problema di architettura: Philippe de La Hire e la statica degli archi.", *Atti della Accademia Ligure di Scienze e Lettere*, Genova, 1981 (pub. 1982), Vol. 38, pp. 303-323.
591. Cervera, Jaime. *Cálculo de estructuras y resistencia de materiales. Origen y desarrollo histórico de los conceptos utilizados*. Tesis Doctoral: Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, 1982. 202 pp.
592. Charlton, T.M. *A History of the Theory of Structures in the Nineteenth Century*. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
593. Charlton, T.M. "Innovation in Structural Theory in the Nineteenth Century.", *Construction History*, Vol. 3, 1987, pp. 55-60.
594. Chrimes, Mike. "Bridges: A bibliography of articles published in scientific periodicals, 1800-1829.", *History of Technology*, Vol. 10, 1985, pp. 217-257.
595. Delbecq, Jean-Michel. "Analyse de la stabilité des voûtes en maçonnerie de Charles Augustin Coulomb à nos jours.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Nº 19, 1981 3r trim, pp. 36-43.

BIBLIOGRAFIA

596. Dorn, Harold I. *The Art of Building and the Science of Mechanics. A Study of the Union of Theory and Practice in the Early History of Structural Analysis in England*. Ph.D.: Princeton University, 1970.
597. Franke, Paul-Gerhard. "Giovanni Poleni 1683-1761.", *Bautechnik*, Vol. 60, 1983, pp. 261-262.
598. Freyssinet, E. "Perfectionnements dans la construction des grandes voûtes.", *Le Génie Civil*, Vol. 58, 1921, pp. 97-102, 124-128, 146-150.
599. Freyssinet, E. "Les ponts en béton armé de très grande portée.", *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civiles de France*, Julio-Agosto, 1930, pp. 376-379.
- * 600. Gibbons, Chester H. "History of Testing Machines for Materials.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 15, 1934-1935, pp. 169-184.
- * 601. Gillmor, C. Stewart. *Coulomb and the Evolution of Physics and Engineering in Eighteenth Century France*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1971.
602. Graefe, Rainer. "Zur Formgebung von Bogen und Gewölben." [Sobre el diseño de arcos y bóvedas.] *Architectura*, Vol. 16, 1986, pp. 50-67.
603. Guillerme, Jacques y Verin, Helen. "Form and forces: debate on the strength of materials in the XVIII and XIX centuries.", *Lotus*, Vol. 45, 1985, pp. 72-87.
- * 604. Hamilton, S. B. "The Place of Sir Christopher Wren in the History of Structural Engineering.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 14, 1933-34, pp. 27-42.
605. Hamilton, S.B. "The Historical Development of Structural Theory.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 1, Parte II., 1952, pp. 374-402.
606. Hamilton, S.B. "Building and Civil Engineering Construction [1750-1850].", *A History of Technology, editada por Charles Singer et al.* New York/Oxford, editada por Charles Singer. New York/Oxford: Oxford University Press, 1958. Vol.4 pp. 442-488.
607. Hertwig, A. "Die Entwicklung der Statik der Baukonstruktionen im 19. Jahrhundert." [La evolución del cálculo de estructuras en el siglo XIX.] *Technikgeschichte*, Vol. 30, 1941, pp. 82-98.
608. Heyman, Jacques. *Coulomb's Memoir on Statics: An Essay in the History of Civil Engineering*. London: Cambridge University Press, 1972. 212 pp.
609. Heyman, Jacques. "Couplet's Engineering Memoirs, 1726-33.", *History of Technology*, Vol. 1, 1976, pp. 21-44.
- * 610. Jaouiche, Khalil. "La statique chez les Arabes.", *Oriente e Occidente nel Medioevo: Filosofia e Scienze.*, Roma: Accademia Nazionale di Lincei, 1971, pp. 731-740.

611. Klemm, Friedrich. "Die Rolle der Mathematik in der Technik des 19. Jahrhunderts." [El papel de las matemáticas en la técnica del s.XIX.] *Technikgeschichte*, Vol. 33, 1966, pp. 72-90.
- * 612. Kurrer, Karl-Eugen. *Entwicklung der Gewölbetheorie vom 19. Jahrhundert bis zum heutigen Stand der Wissenschaft am Beispiel der Berechnung einer Bogenbrücke*. Diplomarbeit am Fachgebiet Statik der Baukonstruktionen: Technische Universität Berlin, 1981.
613. Kurrer, K. E. "200 Jahre 'Einleitung in die statische Baukunst'." [200 años de la publicación de 'Introducción a la estática de los edificios'.] *Bauingenieur*, Vol. 65, 1990, pp. 3-10.
614. Mainstone, Rowland J. "Structural Theory and Design before 1742.", *Architectural Review*, Vol. 143, 1968, pp. 303-310.
615. Mainstone, Rowland J. "Stability concepts from the Renaissance to today.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 65-78.
616. Mesnager, A. "Les ponts en arc à grande portée en béton.", *Le Génie Civil*, Vol. 58, 1921, pp. 49-51.
- * 617. Mislin, Miron. "Zur Konstruktionsgeschichte der ersten Hängedächer im 19. Jahrhundert." [Historia de la construcción de los primeras bóvedas en forma de catenaria en el s. XIX] *Technikgeschichte*, Vol. 52, 1985, pp. 25-48.
618. Mueller, Werner. "Das Verhältnis zwischen Stereotomie und Ästhetik bei Frézier und seine Gewölbeentwürfe für Landau und Großbockenheim." [La relación entre estereotomía y estética en Frézier y su proyecto de bóveda para Landau y Großbockenheim.] *Technikgeschichte*, Vol. 36, 1964, pp. 277-290.
619. Mueller, Werner. "The Authenticity of Guarini's Stereotomy his Architettura Civile.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 27, 1968, pp. 202-208.
620. Mueller, Werner. "Der elliptische Korbbogen in der Architekturtheorie von Dürer bis Frézier." [El arco elíptico en la teoría de la arquitectura desde Durero hasta Frézier.] *Technikgeschichte*, Vol. 38, 1971, pp. 93-106.
621. Poncelet, J.V. "Examen critique et historique des principales théories ou solutions concernant l'équilibre des voûtes.", *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (Paris)*, Vol. 35, nº 17, 1852 2me semestre, pp. 494-502, 531-540, 577-587.
622. Ramme, W. *Über die geschichtliche Entwicklung der Statik in ihren Beziehungen zum Bauwesen*. [Sobre la evolución histórica de la estática en relación con la construcción.] Dissertation: Braunschweig, 1939. 57 pp., 21 ilustr.

BIBLIOGRAFIA

- * 623. Ritz, Peter. "Zur Entstehung und Entwicklung der Baustatik." [Origen y desarrollo del cálculo de estructuras.] *Schweizer Ingenieur und Architekt*, Vol. 101, 1983, pp. 1169-1176.
- 624. Ruehlmann, M. *Vorträge über Geschichte der technischen Mechanik und der damit in Zusammenhang stehenden mathematischen Wissenschaften*. [Contribuciones a la historia de la mecánica técnica y a las ciencias exactas relacionadas con ella.] Leipzig: Baumgärtner, 1885. xii + 563 pp.
- 625. Saint-Venant, Barré de. "Historique abrégé des recherches sur la résistance et sur l'élasticité des corps solides.", *Resumé des leçons.*, E. M. Navier. Paris: Dunod, 1864. Vol. I, pp. xc-cccxi(BEC).
- 626. Sanabria, Sergio Luis. "The Mechanization of Design in the 16th Century: The Structural Formulae of Rodrigo Gil de Hontañón.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 41, 1982, pp. 281-293.
- 627. Sanabria, S.L. "Structural sizing in the late medieval world.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 45-64.
- * 628. Smith, Denis. "Structural Model Testing and the Design of British Railway Bridges in the Nineteenth Century.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 48, 1976-1977, pp. 73-90.
- * 629. Smith, Denis. "The Use of Models in Nineteenth Century British Suspension Bridge Design.", *History of Technology*, Vol. 2, 1977, pp. 169-214.
- 630. Szabó, István. *Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen*. [Historia de los principios de la mecánica y de sus aplicaciones más importantes.] Basel/Stuttgart: Birkhäuser Verlag, 1987. 3a ed., aum. y corr. 571 pp., 220 ilus.
- 631. Timoshenko, Stephen P. *History of Strength of Materials*. New York: Dover, 1983 (reimpr. ed. 1953). 452 pp.

C.2 Análisis estructural de las estructuras de fábrica: monografías y artículos posteriores a 1930

- * 632. *Structural Design of Semicircular Brick Masonry Arches. (Technical Notes of Brick and Tile Construction, 31C)*. Macclean, Virginia: Structural Clay Products Institute, 1969. 7 pp.
- * 633. *Structural Design of Semicircular Brick Masonry Arches. (Technical Notes on Brick and Tile Construction, 31C (revised))*. Macclean, Virginia: Structural Clay Products Institute, 1971. 5 pp.
- * 634. Agrawal, S.R. "Assessment of the Strength of Masonry Arches.", *Journal of the Indian Congress*, Vol. 34, 1971, pp. 55-99.

- * 635. Agrawal, S.R. "Survey and Tabulation Method of Assessment and Strengthening of Masonry Arch Bridges.", *Journal Institution Engineers. Civil Engineers Division*, Vol. 53, 1973, pp. 148-160.
- 636. Auld, F.A. "Theoretical and experimental base reactions for circular arch-ribbed domes.", *Building Science*, Vol. 9, 1974, pp. 103-108.
- 637. Baxter, J.W.; Gee, A.F. y James, H.B. "Gladesville Bridge.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 30, 1965, pp. 489-530.
- 638. Beckett Denison, Sir Edmund. "On the Mathematical Theory of Domes.", *Memoirs of the Royal Institute of British Architects*, 1871 feb, pp. 81-115.
- 639. Beckett Denison, Sir Edmund. "Dome.", *Encyclopaedia Britannica*, 9th Edition. Edinburgh: Adam and Charles Black, 1875-1888. Vol.7, pp. 347-348.
- 640. Behr Kishor, Richard A.; Mehta, C. y Kiesling, Ernst W. "Strength and Stability of Earth Covered Dome Shells.", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, nº 1, 1984, pp. 19-30.
- 641. Bendala Lucot, Fernando. *Los arcos de fábrica*. Barcelona: Escuela Técnica Superior de Arquitectura, 1980. 226(BN 4/183858).
- * 642. Billington, David P. *Thin Shell Concrete Structures*. 2nd.ed. New York: McGraw-Hill, 1982.
- * 643. Blasic, C. y Spinelli, P. "Dynamic analysis of stone block systems.", *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, 1985, pp. 645-652.
- 644. Bonneau, M. "Le problème de la coupole.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 116, 1946, pp. 623-664.
- 645. Bouteloup, P. "Les coupoles en maçonnerie non armée", *Annales des Pontes et Chausées*, Vol. 128, 1958, pp. 429-503.
- 646. Cassinello, Fernando. *Muros de carga de fábrica de ladrillo*. Madrid: Patronato Juan de la Cierva de Investigación Técnica, 1964. 195 pp. (BN V Ca 5817-3).
- 647. Cassinello, Fernando. *Bóvedas y cúpulas de ladrillo*. 2a Ed. Madrid: Insituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1964. 145 pp. (BN V Ca 5793-4).
- 648. Cassinello, Fernando. *Arcos de ladrillo*. 2a Ed. Madrid: Patronato Juan de la Cierva de Investigación Técnica, 1964. 83 pp. (BN V Ca 5411-11).
- 649. Cedolin, L. "Introduction to Fracture Mechanics of Concrete.", *II Cemento*, Vol. 83, nº 4, 1986 Oct/Dic, pp. 283-298.

BIBLIOGRAFIA

- * 650. Contro, R. y Nova, R. *Modelli fisici e matematici del legame sforzi-deformazioni e del comportamento a collasso della muratura. Comportamento statico e sismico delle strutture murarie.* : A cura di Giannantonio Sacchi Landriani e Roberto Riccioni, 1982.
- 651. Cooke, N. "Instability of Masonry Arches.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers (London)*, Vol. 83, 2a. parte, 1987 Sept, pp. 497-515.
- * 652. Crisfield, M.A. *A Finite Element Computer Program for the Analysis of Masonry Arches. (Laboratory Report 1115).* Crowthorne: Transport and Road Research Laboratory (TRRL), 1984. 22 pp.
- * 653. Crisfield, M.A. *Finite Element and Mechanism Methods for the Analysis of Masonry and Brickwork Arches. (Research Report 19).* Crowthorne: Transport and Road Research Laboratory (TRRL), 1985. 23 pp.
- 654. Chettoe, C.S. y Henderson, W. "Masonry Arch Bridges: A study.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 7, 1957 Ago, pp. 723-762 (discusión pp. 763-774).
- 655. Dantu. "Note sur le calcul des voiles minces de révolution à épaisseur variable.", *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 117, 1947, pp. 241-252.
- 656. Delbecq, Jean-Michel. "Analyse de la stabilité des voûtes de maçonnerie par le calcul à la rupture.", *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol. 1, nº 1, 1982, pp. 91-121.
- 657. Delbecq, Jean-Michel. *Les ponts en maçonnerie: évaluation de la stabilité.* Paris: SERTRA, Ministère des Transports, 1982.
- 658. Delbecq, Jean-Michel. *Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture.* Thèse: Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1983. 419 pp.
- 659. Delbecq, Jean-Michel. "Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à rupture.", *Restauration des Ouvrages et des Structures*, Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1983, pp. 281-328.
- 660. Di Pasquale, S. "Questions concerning the mechanics of masonry.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 249-264.
- * 661. Drucker, D.C. "Coulomb Friction. Plasticity and Limit Loads.", *Intl. Appl. Mech. Trans. ASME*, Vol. 21, 1954, pp. 71-74.
- 662. Drucker, D.C.; Greenberg, H.J. y Prager, W. "The Safety Factor of an Elastic-Plastic Body in Plane Strain.", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, 1951 Dic, pp. 371-378.

663. Drysdale, R.G., Hamid, A.A. y Heidebrecht, A.C. "Tensile Strength of Concrete Masonry.", *ASCE. Journal of the Structural Division*, Vol. 105, 1979 Jul, pp. 1261-1276.
- * 664. Dulacska, Endre. "Buckling of Reinforced Concrete Shells.", *American Society of Civil Engineers, Journal of the Structural Division*, Vol. 107, n° 12, 1981 Dic, pp. 2381-2401.
665. Dulácska, E. "Die Beulung von Stahlbetonschalen." [Pandeo de cáscaras de hormigón armado.] *Acta Technica (Budapest)*, Vol. 86, n° 1-2, 1978, pp. 93-115.
666. Farshad, M. "On the Shape of Momentless, Tensionless Masonry Domes.", *Building and Environment*, Vol. 12, 1977, pp. 81-85.
- * 667. Fernández Alvarez, Francisco. "Cubiertas con bóvedas delgadas.", *Memorias de la Real Academia de Ciencias de Barcelona. III época*, Vol. 33, n° 667, 1959, pp. 39-45.
- * 668. Fischer, L. *Theorie und Praxis der Schalenkonstruktionen*. [Teoría y práctica de la construcción de cáscaras.] Berlin/München: Verlag Ernst & Sohn, 1967.
669. Flügge, W. *Stresses in Shells*. 2nd Ed. Berlin: Springer Verlag, 1973. 525 pp. (BEC 18c 650).
- * 670. Franciosi, Claudio. "Simplified Method for the Analysis of Incremental Collapse of Reinforced Concrete Arches.", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 26, n° 6-8, 1984, pp. 445-457.
671. Franciosi, Claudio. "Limit Behaviour of Masonry Arches in the Presence of Finite Displacements.", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 28, n° 7, 1986, pp. 463-471.
- * 672. Franciosi, Vincenzo. "Approach to the Limit Design of Masonry Arches under Seismic Loads.", *Plasticity Today: Modelling, Methods and Applications. Conferencia celebrada en Udine, Italia, 27-30 Junio de 1983.*, London/New York: Elsevier Applied Science Publications, 1983, pp. 821-834.
- * 673. Franciosi, V. *Calcolo a rottura - Lo stato limite ultimo da meccanismo*. Napoli: Liguori editore, 1979.
- * 674. Francis, A.J., Horman, C.B. y Jerrems, L.E. "The Effect of Joint Thickness and Other Factors on the Compressive Strength of Brickwork.", *Proceedings of the Second International Brick Masonry Conference*, British Ceramic Research Association, 1971, pp. 31-37.
675. Gazhali, M.Z. y Riddington, J.R. "Simple test method for masonry shear strength.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2*, Vol. 85, 1988, pp. 567-574.
676. Giangreco, Elio. *Theoretical and experimental investigation on brick cylindrical vaults*. Madrid: 1960. 7 pp. (BN V Ca 5002-14).

BIBLIOGRAFIA

- * 677. Giaquinta, M. y Giusti, E. "Researches on the Equilibrium of Masonry Structures.", *Arch. Rat. Mech. An.*, Vol. 88, 1985.
- 678. Hamid, A.A. y Drysdale, R.G. "Concrete Masonry under Combined Shear and Compression along the Mortar Joints.", *ACI Journal*, nº 77-73, 1980 Sep-Oct, pp. 314-320.
- 679. Hamid, A.A. y Drysdale, R.G. "Proposed Failure Criteria for Concrete Block Masonry under Biaxial Stresses.", *ASCE. Journal of the Structural Division*, Vol. 107, 1981 Ago, pp. 1675-1687.
- 680. Hamid, A.A., Drysdale, R.G. y Heidebrecht, A.C. "Shear Strength of Concrete Masonry Joints.", *ASCE. Journal of the Structural Division*, Vol. 105, 1979 Jul, pp. 1227-1240.
- 681. Harvey, W.J. "Semicircular Arches.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2 (Technical Note 495)*, Vol. 83, 1987 Dic, pp. 845-849.
- 682. Hatzinikolas, M.; Longworth, J. y Warwaruk, J. "Failure Modes for Eccentrically Loaded Concrete Block.", *ACI Journal*, nº 77-28, 1980 Ago, pp. 258-263.
- * 683. Hendry, A.W. "Tests on Stone Masonry Specimens.", *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 1 nº 2, 1980, pp. 78-81.
- 684. Heyman, Jacques. "On shell solutions of masonry domes", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 3, 1967, pp. 227-41.
- 685. Heyman, Jacques. "Structural Analysis of Masonry.", *Journal of the Cambridge University Engineering Society*, Vol. 37, 1967, pp. 47-59, ilustr.
- 686. Heyman, Jacques. "The Safety of Masonry Arches.", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 11, 1969, pp. 363-385.
- 687. Heyman, Jacques. "Reinforced Concrete and Masonry.", *Plastic Design of Frames. Applications*, Cambridge: At the University Press, 1971, pp. 60-87.
- 688. Heyman, Jacques. *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: Clarendon Press, 1977.
- 689. Heyman, Jacques. "The Estimation of the Strength of Masonry Arches.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 69, Part 2, 1980 Dic, pp. 921-937.
- 690. Heyman, Jacques. *The Masonry Arch* Chichester: Ellis Horwood, 1982. 117.
- 691. Heyman, Jacques. "Chronic Defects in Masonry Vaults: Sabouret's Cracks.", *Monumentum*, Vol. 26, 1983, pp. 131-141.
- 692. Huerta Fernández, S. y Aroca Hernández-Ros, R. "Masonry Domes: A study on proportion and similarity.", *Proceedings of IASS 30th Anniversary*

World Congress, Madrid 11-15 September 1989, Madrid: CEDEX, Laboratorio Central de Estructuras y Materiales, 1989. Vol.1.

693. Jennings, Alan. "Use and Misuse of Fuller's Construction for the Analysis of Masonry Arches.", *Structural Engineer, Part A: Monthly*, Vol. 63 A, nº 11, 1985 Nov, pp. 352-355.
694. Jennings, Alan. "Stability Fundamentals in Relation to Masonry Arches.", *Structural Engineer. Part B: R&D Quarterly*, Vol. 64 B, nº 1, 1986 Mar, pp. 10-12.
695. Jennings, Alan. "Discussion of the 'Stability of Masonry Arches' by O. Vilnay and S. Cheung.", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, 1988, pp. 963-65.
- * 696. Kavyrchine, Michel. "Structural Studies in Microconcrete.", *ITBTP Annales*, nº 389, 1980, pp. 70-91.
- * 697. Konno, Yoshisato; Hakuno, Motohiko; Aitani, Takeshi y Takada, N. "Dynamic Destruction Experiment with Masonry Arch Models.", *Transactions of the Japan Society of Civil Engineers*, Vol. 15, 1985, pp. 104-107.
698. Kooharian, Anthony. "Limit Analysis of Voussoir (Segmental) and Concrete Arches.", *Proceedings of the American Concrete Institute*, Vol. 49, 1953, pp. 317-328.
699. Lachmann, Harry. "Über die Standsicherheit gemauerter Gewölbebrücken." [Sobre la seguridad de los puentes abovedados de fábrica.] *Bautechnik*, Vol. 67, 1990, pp. 61-63.
700. Livesley, R.K. "Limit Analysis of Structures Formed from Rigid Blocks.", *International Journal Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, nº 12, 1978, pp. 1853-71.
701. McNary, W. Scott y Abrams, Daniel P. "Mechanics of Masonry in Compression.", *American Society of Civil Engineers. Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, 1985, pp. 857-870.
- * 702. Noyce, Michael. "Brick Vault and Dome Construction.", *ARUP Journal*, Vol. 16, nº 1, 1981, pp. 7-11.
703. Oppenheim, Irving J.; Gunaratnam, David J. y Allen, Robert H. "Limit State Analysis of Masonry Domes.", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, 1989, pp. 868-882.
- * 704. Page, A.W. "The Biaxial Compressive Strength of Brick Masonry.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Part-2.*, Vol. 71, 1981 Sep, pp. 893-906.
- * 705. Page, A.W. "A Biaxial Failure Criterion for Brick Masonry in the Tension-Tension Range.", *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 1, nº 1, pp. 26-29.

BIBLIOGRAFIA

- * 706. Page, A.W.; Samarasinghe, W. y Hendry, A.W. "The Failure of Masonry Shear Walls.", *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 1, nº 2, 1980, pp. 52-57.
- 707. Parland, H. "Basic Principles of the Structural Mechanics of Masonry: A Historical Review.", *International Journal of Masonry Construction*, Vol. 2, nº 2, 1982, pp. 48-58.
- * 708. Pippard, A.J.S. "The Approximate Estimation of Safe Loads on Masonry Bridges.", *Civil Engineer in War (London, The Institution of Civil Engineers)*, Vol. 1, 1948, pp. 365-.
- 709. Pippard, A.J.S. y Ashby, R.J. "An Experimental Study of the Voussoir Arch.", *Journal of the Institutions of Civil Engineers*, Vol. 10, 1938, pp. 383-.
- 710. Pippard, A.J.S. y Baker, J.F. "Elastic Arches and Rings.", *The Analysis of Engineering Structures*, London: Edward Arnold, 1945, pp. 253-285.
- 711. Pippard, A.J.S. y Baker, J.F. "The Voussoir Arch.", *The Analysis of Engineering Structures*, London: Edward Arnold, 1945, pp. 568-595.
- 712. Pippard, A. J. S. y Chitty, L. "Repeated Load Tests on a Voussoir Arch.", *Journal of the Institution of Civil Engineers*, 1941-42, pp. 79-86.
- 713. Pippard, A.J.S. ; Tranter, E. y Chitty, L. "The Mechanics of the Voussoir Arch.", *Journal of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 4, 1936-1937, pp. 281-306.
- * 714. Radhakrishnan, R. y Varghese, P.C. "Experimental Determination of Buckling Loads of Cylindrical Shell Roofs.", *Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures*, nº 51, 1973 May, pp. 39-44.
- * 715. Sacchi-Landriani, G. y Riccioni, R. *Comportamento statico e sismico delle strutture murarie*. Milano: C.L.U.P. edit. Politecnico, 1982.
- * 716. Salençon, J. *Cours de calcul des structures anélastiques: Calcul à la rupture et analyse limite*. Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1981.
- 717. Salimei, M. y Bruschi, C. *Stabilità degli archi e delle volte cilindriche in muratura e dei loro piedritti*. Roma: 1975. 113 pp. con figs.
- 718. Save, M. "La théorie de charges limites et son application aux maçonneries.", *Restauration des Ouvrages et des Structures*, Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1983, pp. 249-280.
- 719. Save, M. "La théorie des charges limites et son application aux maçonneries.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 231-248.

720. Sawko, F. y Rouf, M.A. "On the Stiffness Properties of Masonry.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 77, 1984 Mar, pp. 1-12.
- * 721. Sawko, F. y Rouf, M.A. "A Numerical Model for Masonry.", *Proceedings of the 7th International Brick Masonry Conference, Melbourne, Australia, 17-20 February.*, Vol. 1, 1985, pp. 519-526.
- * 722. Sawko, F. y Rouf, M.A. "A Proposed Numerical Model for Structural Masonry.", *Masonry International*, n° 5, 1985 Jul, pp. 22-27.
- * 723. Singhal, M.K.; Singhal, H.S.S. y Maheshwari, J.B. "Structural Analysis of Masonry Arch. A Computer Programme.", *Irrigation and Power*, Vol. 38, n° 3, 1981 Jul, pp. 247-255.
- * 724. Solimei, M. y Bruschi, C. *Stabilità degli archi e delle volte cilindrica in muratura e dei loro piedritti*. Roma: Kappa, .
- * 725. Swartz, Stuart E. y Rosebraugh, Vernon H. "Local buckling of Long-Span Concrete Folded Plates.", *American Society of Civil Engineers, Journal of the Structural Division*, Vol. 102, n° 10, 1976 Oct, pp. 1981-1988.
- * 726. Swartz, Stuart E.; Rosebraugh, Vernon H. y Fanjiang, Guang-Nan. "Local Buckling of Long-Span Folded Plates.", *American Society of Civil Engineers, Journal of the Structural Division*, Vol. 101, n° 5, 1975 May, pp. 1097-1109.
727. Swida, W. *Statik der Bogen und Gewölbe*. [Cálculo de arcos y bóvedas.] Karlsruhe: Verlag C.F.Müller, 1954. (BN).
728. Taylor, N. y Mallinder, P.A. "On the limit state properties of masonry.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 83, 1987 Mar, pp. 33-41.
- * 729. Thomas, D.L.B. "Design and Construction of Masonry Arch Bridges.", *Journal of the Institution of Municipal Engineers*, Vol. 93, n° 10, 1966, pp. 338-341.
- * 730. Thomas, F.G. "The Strength of Brickwork.", *The Structural Engineer (London)*, Vol. 31, n° 2, 1953, pp. 35-46.
731. Towler, K. D. S. *The Structural Behaviour of Brickwork Arches*. PhD.: University of Liverpool, 1981. 254 pp.
- * 732. Towler, K. D. S. y Sawko, F. "Limit State Behaviour of Brickwork Arches.", *Proceedings of the 6th International Conference of Brickwork Arches, Roma, 1982.*, Roma: ANDIL, 1982, pp. 412-421.
733. Vilnay, Oren. "Dynamical Behaviour of Three-Voussoir Arch.", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, 1988, pp. 1173-86.
734. Vilnay, Oren and Cheung, Sun-Sum. "Closure of the discussion on 'Stability of Arches' by the authors.", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, 1988, pp. 965-68.

BIBLIOGRAFIA

735. Vilnay, Oren y Cheung, Sun-Sum. "Stability of Masonry Arches.", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 112, nº 10, 1986 Oct, pp. 2185-2199.
736. Vilnay, O. "Buckling of Masonry Arches.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2 (Technical Note 392)*, Vol. 77, Part 2, 1984 Mar, pp. 33-41.
737. Vilnay, O.; Heyman, J. y Harvey, W.J. "Buckling of Masonry Arches. A Discussion on Technical Note 392.", *Proceedings of Institution of Civil Engineers, Part 2*, Vol. 77, 1984 Dic, pp. 505-517.
738. Walklate, R.P. y Mann, J.W. "A Method for Determining the Permissible Loading of Brick and Masonry Arches.", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 75, Part 2, 1983 Dic, pp. 585-597.
739. Zarghamee, Mehdi S. y Heger, Frank J. "Buckling of Thin Concrete Domes.", *Journal of the American Concrete Institute, Proceedings*, Vol. 80, nº 6, 1983 Nov-Dic, pp. 487-500.
- * 740. Zerna, W.; Mungan, I. y Steffen, W. "Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch-nichtlinearen Materialeigenschaften" [Determinación de la seguridad a pandeo de las cáscaras de hormigón armado considerando un comportamiento no-lineal del material.] *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 315 (Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn), 1980. 36 pp.
- * 741. Zregh, A.; Ahmad, Y. y Swartz, S.E. "Buckling Test of a Micro-Concrete Model of a Folded Plate Shell.", *Proceedings of the 1984 SEM Fall Conference on Computer-Aided Testing and Modal Analysis. Milwaukee, WI, EE.UU., 4-7 Nov. 1984.*, Brookfield, CT: Society for Experimental Mechanics, Brookfield, 1984, pp. 80-84.

C.3 Sobre la construcción y estabilidad de estructuras de fábrica existentes

C.3.1 General

- * 742. "Selected Abstracts of Papers, presented at a joint meeting held 16-19 August 1973, University of Cambridge.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 32, 1974, pp. 165-71.
- * 743. Ainger, Alfred. "Centering for Large Stone Arches.", *Transactions of the Society, Instituted at London, for the Encouragement of Arts, Manufactures and Commerce*, Vol. 43, 1825, pp. 183-194, 1 plate.
744. Badr, Issam Eldin Abdon. *Vom Gewölbe zum räumlichen Tragwerk. (Zürich. Tech. H. Diss. 1962)* [De la bóveda a las estructuras espaciales] Dielsdorf: Akerets erben, 1962. VIII+236 illus., 4°.
- * 745. Bartoli, Maria Teresa. "" [Algunas consideraciones sobre la teoría del arco de fábrica.] *Studi e Documenti di Architettura*, nº 2, 1973 Junio, pp. 11-36.

746. Bassegoda Musté, Buenaventura. "La bóveda tabicada.", *Algunos ensayos de técnica edificatoria.*, Barcelona: Universidad Politécnica, 1975, pp. 128-151 (BN 1/151579).
747. Bayó, Jaime. "La bóveda tabicada.", *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 1910, pp. 157-84.
- * 748. Beckman, Paul. "Structural Analysis and Recording of Ancient Buildings.", *ARUP Journal*, Vol. 7 (2), 1972, pp. 2-5, figs.
- * 749. Bosc, E. *Etude pratique sur le construction des voûtes*. Gazette des Arch. et du Bâtiment: 1877, pp. 46, 71, 99, 111, 112.
750. Bosch Reitz, Ignacio. "La bóveda vaida tabicada.", *Revista Nacional de Arquitectura*, 1949, pp. 185-.
751. Cowan, Henry J. "A History of Masonry and Concrete Domes in Building Construction.", *Building and Enviroment*, Vol.12, 1977, pp. 1-24.
752. Cowan, Henry J. "Domes: Ancient and Modern.", *Architectural Science Review*, Vol. 20, 1977, pp. 38-43.
- * 753. Cowan, Henry J. "Mechanics of Ancient and Modern Domes.", *Australian Conference on the Mech. of Struc. and Mater, 6th, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Aug.22-24, 1977*, New Zealand Institute of Engineering, 1977, pp. 21-29.
754. Cowan, Henry J. "Some Observations on the Structural Design of Masonry Arches and Domes Before the Age of Structural Mechanics.", *Architectural Science Review*, Vol. 24, 1981, pp. 98-102.
755. Cowan, Henry J. "Domes of the Transition Period Between the Classical Era and the Age of Engineered Structures.", *Architectural Science Review*, Vol. 24, 1981, pp. 1-4.
- * 756. Cowan, Henry J. "Domes: Ancient and Modern. (The Alfred Bossom Lecture).", *Royal Society of Artists Journal*, Vol. 131, nº 5320, 1983 Mar, pp. 181-198.
757. Cúpula. "Erecting a Large Dome Without Falsework.", *The Engineering Record*, Vol. 60, 1909, pp. 508-510.
- * 758. Cúpulas. "Detalles constructivos: cúpulas.", *Revista Nacional de Arquitectura*, 1949, pp. 80-.
759. Dunn, W. "The Principles of Dome Construction.", *Architectural Review*, Vol. 23, pp. 63-73 y pp. 108-12.
760. Espasa. *Bóveda. (Entrada correspondiente a este término en el Diccionario Enciclopédico Espasa, tomo 9)*. Madrid: Espasa-Calpe, pp. 457-473.
- * 761. Fidler, A.G.S. *The Theory of Roman and Renaissance Vault Construction, with Special Reference to the Pantheon, Rome, and Santa Maria della Salute, Venice*. M.A.: University of Liverpool, 1936.

BIBLIOGRAFIA

762. Fink, Josef. *Die Kuppel über dem Viereck. Ursprung und Gestalt.* Freiburg/München: Alber, 1958. 79 pp., 8 figs., 18 lám.
- * 763. Fitchen, John. "Some Contemporary Techniques of Arch Construction in Spain.", *American Institute of Architects Journal*, Vol. 34, 1960, pp. 32-34.
- * 764. Goethals, Emile. *Arcs, voûtes, coupoles.* Bruxelles: Édition 'Art de Bâtir', 1947. 2 vols.
765. Gottgetreu, R. "Beitrag zur geschichtlichen Entwicklung der Gewölbe." [Estudio sobre el desarrollo histórico de las bóvedas.] *Zeitschrift für Bauwesen*, 1879, pp. 91-112.
- * 766. Guerra, G. *Statica e tecnica costruttiva delle cupole antiche e moderne.* Napoles: 1958.
767. Hart, Franz. *Kunst und Technik der Wölbung* [Arte y técnica de la construcción de bóvedas.] München: Verlag Georg D.W.Callwey, 1965.
768. Hatzel, E. "Über die Technik in spezieller Beziehung auf die Architektur und die Gestaltung der Formen." [Sobre la técnica y su relación con la arquitectura y la generación de las formas.] *Allgemeine Bauzeitung*, 1849, pp. 132-169 (BN D-1019).
769. Hautecour, Louis. *Mystique et architecture. Symbolisme du cercle et de la cupole.* Paris: Picard, 1954. 320 pp. (BEA).
- * 770. Heinrich, Bert. "Am Anfang war der Balken." [En el principio fueron los dinteles.] *Kultur und Technik*, Heft 1, 1977, pp. 38-.
771. Heinrich, Bert. *Brücken. Vom Balken zum Bogen. (Kulturgeschichte der Naturwissenschaften und Technik).* [Puentes. De las estructuras adinteladas a los arcos.] Hamburg: Rhowolt/Deutsches Museum, 1983. 277 pp.
772. Heinzerling, F. "Historische Übersicht über die technische Entwicklung der Brücken in Stein und Holz und deren Ergebnissen für die Wahl ihres Konstruktionssystems und Baumaterials." [Revisión histórica sobre la evolución técnica de los puentes en piedra y madera y sus efectos en la elección de su sistema de construcción y sus materiales.] *Allgemeine Bauzeitung*, 1871, pp. 1-25; 49-80; 129-137.
773. Hertwig, A. "Aus der Geschichte der Gewölbe. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte." [Sobre la historia de las bóvedas. Una contribución a la historia de la cultura.] *Technikgeschichte*, Band. 23, 1934, pp. 86-93.
774. Hess, Friedrich. *Konstruktion und Form im Bauen.* [Forma y construcción en los edificios.] Stuttgart: Julius Hoffmann, 1943. xii+353 pp. (BN BA/7797).

775. Hess, Friedrich. *Steinverbände und Gewölbebau aus künstlicher Stein, mit einem Anhang der Leichtgewölbebau von Prof. K. Sattler.* [Construcción de bóvedas y muros de ladrillo, con un apéndice sobre las bóvedas tabicadas.] München: Verlag Hermann Rinn, 1948. 100 pp. (BEA n°7252).
- * 776. Hjärsman, Peter. *Dome Notes.* Berkeley: Erewon Press, 1975. 201 pp.
777. Iñiguez, Francisco. "Sobre algunas bóvedas aragonesas con lazo.", *Archivo Español de Arte y Arqueología*, Vol. 22, 1932, pp. 37-47.
- * 778. Isabelle, E. *Les édifices circulaires et les dômes.* Paris: 1855. (BEA N° 6289).
- * 779. Isabelle, E. *Parallele des Salles rondes de l'Italie.* Paris: 1863. (BEA Ceb. N°622).
780. J.B. "Construcción de bóvedas de ladrillo sin el auxilio de cimbras ni yeso.", *Revista de Obras Públicas*, Vol. 3, 1855, pp. 135-136.
- * 781. Kemp, Emory. "Fabric of Historic Bridges.", *IA: The Journal of the Society for Industrial Archeology*, 1990.
- * 782. Kojuharov, G. *La Voûte de l'Antiquité et du Moyen Age. Methode d'établissement de l'équilibre statique.* Sofia: 1974. (en búlgaro con resumen en francés).
- * 783. Körner, Carl. "Konstruktion der Gewölbe." [Construcción de bóvedas.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, 1887 (?).
- * 784. Körner, Carl. "Konstruktion der Gewölbe." [Construcción de bóvedas.] *Deutsche Bauzeitung*, 1889 (?).
785. Kottmann, Albrecht. *Bogen und Gewölbe. (Kleine Kunstführer, n°1008).* [Arcos y bóvedas.] 4aEd. München/Zürich: Verlag Schnell & Steiner, 1982 (1974).
786. Lehmann, K. "The Dome of Heaven.", *Art Bulletin*, Vol. 27, 1945, pp. 1-27.
787. Leybold, Ludwig. "Systematische Zusammenstellung der Gewölbeformen und deren Konstruktion." [Clasificación sistemática de los tipos de bóveda y su construcción.] *Zeitschrift für praktische Baukunst*, Vol. 18, 1858, pp. 3-28, lám. 2-4.
- * 788. Leybold, L. *Systematische Zusammenstellung der Gewölbeformen und Construction.* [Ordenación sistemática de las formas de bóvedas y su construcción.] Kaiserslautern: 1856.
- * 789. Lömpel, H. *Die monumentale Tonne in der Architektur.* Dissertation: München, 1913.

BIBLIOGRAFIA

790. Mäkelt. "Der Bau großer gemauerten Kuppelgewölbe." [La construcción de grandes cúpulas de fábrica.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Heft, 35/37, 1942, pp. 409-417.
791. Mark, Robert. "Structural archaeology: photoelastic and finite-element modeling of historic architecture.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 79-92.
792. Mesqui, Jean. *Le Pont en France avant le temps des Ingénieurs*. Paris: Picard, 1986.
793. Milani, G.B. *L'ossature murale. Studio statico-costruttivo ed estetico-proporzionale degli organismi architettonici, con speciale riferimento alle strutture elastiche nelle loro varie e moderne applicazione pratiche*. Torino: C.Crudo & C., 1920. 3 vols. (BEA n°719-21 y n°5995-6).
794. Mislin, Miron. *Die überbauten Brücken von Paris, ihre Bau- und Stadtbaugeschichtliche Entwicklung im 12.-19. Jahrhundert*. [Los puentes de París; su desarrollo constructivo y urbanístico en los siglos 12 al 19.] Dissertation: Technische Hochschule Universität Stuttgart, 1978.
795. Mislin, Miron. "Vom Gewölbe zum Fachwerkbogen: Aspekte der Konstruktions- und Baugeschichte." [De la bóveda a la cercha: aspectos de la historia de la construcción.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 120, n° 8, 1986 Ago, pp. 42-47.
796. Moya Blanco, Luis. *Bóvedas Tabicadas*. Madrid: Ministerio de la Gobernación. Dirección General de Arquitectura, 1957. 105 pp.
797. Otto, Frei. "Der Bogen." [El arco.] *Arcus*, n° 2, n° 3, n° 4, 1983, pp. 71-81, 119-127, 199-207.
798. Puente. "Viaduc de Salcano sur l'Isonzo.", *Nouvelles Annales de la Construction*, Vol. 7, n° 672, 1910. cols. 177-183, láms. 51-52, 53-54.
799. Rheinhard, B. "Über die Kunst des Wölbens." [Sobre la construcción de las bóvedas.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 7, 1887, pp. 325-7, 339-41, 349-50.
800. Ruddock, E. C. "Hollow spandrels in arch bridges: a historical study.", *Structural Engineer*, Vol. 52, 1974, pp. 281-292, 11 figs., 33 refs.
801. Ruddock, E. C. *Arch Bridges and Their Builders, 1735-1835*. Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
- * 802. Ryan, Tim. "Dome Building - modern techniques. Why are Domes not More Used by Modern Architects and Engineers.", *Concrete*, Vol. 17, n° 6, 1983 Jun, pp. 40-43.
803. Sanpaolesi, Piero. "Strutture a cupola autoportanti.", *Palladio*, Vol. 21, 1971, pp. 3-64.

804. Sanpaolesi, Piero. "La cupola di Santa Maria dei Fiore ed il Mausoleo di Soltanieh.", *Mitteilungen des Kunsthistorischen Institutes in Florenz*, Vol. 16, 1972, pp. 221-260.
805. Schwedler, J. W. "Die Konstruktion der Kuppeldächer." [La construcción de cúpulas.] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 16, 1866, pp. 7-34, lám. 10-14.
806. Smith, E. Baldwin. *The Dome - A Study in the History of Ideas.* (Princeton Monographs in Art and Archaeology, 25). Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1971. 164 pp. (BN BA-23703).
807. Thode, Dierk. *Untersuchungen zur Lastabtragung in Spätantiken Kuppelbauten.* [Investigaciones sobre el funcionamiento resistente de las cúpulas en la antigüedad.] Dissertation: Universität Darmstadt, Fach. Architektur, 1975. 188 pp.
- * 808. Thunnissen, H.J.W. *Gewelven, hun constructie en toepassing in de historische en heiden dadgse Bauwkunst.* Amsterdam: Ahrend, 1950. xvi + 351 pp., 8°.
809. Trzeschtik, L. "Über den Bau der Thürme und Kuppeln. Kritisch-historische Studie." [Sobre la construcción de torres y cúpulas. Estudios histórico-críticos.] *Allgemeine Bauzeitung*, Vol. 50, 1885, pp. 33-39; 41-44.
810. Uhde, Constantin. *Die Konstruktionen und die Kunstformen des Architektur.* [Las construcciones y las formas artísticas de la Arquitectura.] Berlin: 1900, 3 Vols. (BDV 100/1 ; BEA Ceb.nº884-886).
- * 811. Whewell, W. "Description of a Mode of Erecting Light Vaults over Churches and Similar Spaces.", *Journal of the Royal Institution of Great Britain*, 1831, pp. 180-181.

C.3.2 Antigüedad, Bizancio e Islam

- * 812. Angelis D'Ossat, G. de. "La forma e la costruzione della cupola nell'architettura romana.", *Saggi del II Congresso Nazionale di Storia dell'Architettura*, Roma, 1940, pp. 243-.
- * 813. Angelis D'Ossat, G. de. "Nuovi dati sulle volte costruite con vasi fittili.", *Palladio*, Vol. 5, 1941, pp. 241-251.
- * 814. Bovini, G. "L'impiego dei tubi fittili sulle volte d'antichi edifici di culto ravennate.", *Felix Ravenna*, nº 30, 1960.
- * 815. Boyd, Thomas D. "The Arch and the Vault in Greek Architecture.", *American Journal of Archaeology*, Vol. 82, 1978, pp. 83-100, 14 illus.
- * 816. Briegleb, Jochen. "Die vorrömischen Steinbrücken des Altertums.", *Technikgeschichte (Düsseldorf)*, Vol. 38, 1971, pp. 255-260.

BIBLIOGRAFIA

- * 817. Brieglieb, Jochen. *Die vorrömischer Steinbrücken des Altertums. (Technikgeschichte in Einzeldarstellung, n°14)* Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH, 1971. 392 pp., 105 ilustr.
- 818. Cavanagh, W.G. y Laxton, R.R. "The Structural Mechanics of the Mycenaean Tholos Tomb." El funcionamiento estructural de la tumba micénica en tolos. *British School at Athens. Annual.*, Vol. 76, 1981, pp. 109-140 planos, secciones, tablas, gráf, refs.
- 819. Cejka, Jan. *Tonnengewölbe und Bogen islamischer Architektur. Wolbungstechnik und Form.* [Bóvedas de cañón y arcos en la arquitectura islámica. Técnica de construcción y forma.] Dissertation: München. Techn. Univ. Fachbereich Architektur, 1978. 423 pp.
- * 820. Creswell, K.A.C. "The Origin of the Persian Double Dome.", *The Burlington Magazine*, Vol. 24, 1913-14, pp. 94-99 y 152-156.
- 821. Choisy, Auguste. "Note sur la construction des voûtes sans cintrage pendant la période byzantine.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 5 série, Vol. 12, 2º sem., 1876, pp. 439-449, lám. 21.
- * 822. Choisy, Auguste. *Vitruve*. Paris: Imprimerie-Librairie Lahure, 1909. 4 vols. (BEC 7c 136-7).
- 823. Darcel, M.J. "Note sur l'Art de Bâtir chez les Byzantines, par A. Choisy.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 8, 1884, 2º sem, pp. 245-259.
- * 824. Douglas, Thomas. *The Arch and Vault in Greek Architecture*. Ph.D.: Indiana University, 1976. 223 pp.
- * 825. Emerson, W. y Van Nice, R.L. "Hagia Sophia, Istanbul: Preliminary Report of a Recent Examination of the Structure.", *American Journal of Archaeology*, Vol. 47, 1943, pp. 403-436.
- 826. Ewert, Christian. "Spanische-islamische Systeme sich kreuzender Bögen. II.- Die Arkaturen eines offenen Pavillons auf der Alcazaba von Málaga." [Sistemas de arcos cruzados hispano-islámicos. II.- La arquería de un pabellón abierto en la Alcazaba de Málaga.] *Madridrer Mitteilungen*, Vol. 7, , pp. 232-253, Taf.71-86 y 14 dibujos a línea.
- 827. Ewert, Christian. *Spanisch-islamische Systeme sich kreuzender Bögen. I.- Die senkrechten ebenen Systeme sich kreuzender Bögen als Stützkonstruktionen der vier Rippenkuppeln in der ehemaligen Hauptmoschee von Córdoba. (Madridrer Forschungen. Bd.20).* [Sistemas de arcos cruzados hispano-islámicos. I.- El sistema de arcos cruzados como estructura resistente de las cuatro cúpulas nervadas de la mezquita de Córdoba.] Berlin: Walter de Gruyter, 1968. XI+85 pp., 51 figs, 11 láms.
- * 828. Fischer, Klaus. "Form und Bedeutung indischer und islamischer Doppelkuppeln." [Forma y significado de las cúpulas dobles indias e islámicas.] *Kunstchronik*, Vol. 21, 1968, pp. 389-391.
- * 829. Giovannoni, Gustavo. *La tecnica della costruzione presso i romani*. Roma: Bardi, 1969. 142 pp., 13 láms., 8º.

- * 830. Giovannoni, G. *La sala termale della Villa Liciniana e le cupole Romane*. Roma: 1904.
- * 831. Giovannoni, G. "La tecnica della costruzione presso i Romani.", *Rome*, Societa Editrice d'Arte Illustrata, 1925.
- * 832. Giuliani, C.F. "Volte e cupole a doppia calotta in età adrianea.", *RM*, Vol. 82, 1975, pp. 329-342.
- * 833. Godard, A. "Voûtes Iraniennes.", *Athar-E-Iran, Annales du Service Archéologique de l'Iran*, Vol. 4, 1949, pp. 187-345.
- * 834. Grabar, Oleg. "The Islamic Dome, Some Considerations.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 22, 1963, pp. 191-198.
- * 835. Hauck, George F. W. *The Aqueduct of Nemausus: A History of Roman Engineering*. London: McFarland, 1988.
- 836. Lambert, Elie. "Les coupoules des grandes mosquées de Tunisie et d'Espagne au IXe et Xe siècle.", *Hesperis*, Vol. 22, 1936, pp. 127-132.
- * 837. Lugli, G. "Considerazioni sull'origine dell'arco a conci radiali.", *Palladio*, Vol. 2, 1952.
- * 838. Mainstone, Rowland J. "The Structure of the Church of St Sophia, Istanbul.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 38, 1965-1966, pp. 23-49.
- * 839. Mainstone, Rowland J. "Justinian's Church of St Sophia, Istanbul: Recent Studies of Its Construction and First Partial Reconstruction.", *Architectural History*, Vol. 12, 1969, pp. 39-49.
- * 840. Mainstone, Rowland J. "The Reconstruction of the Tympana of St Sophia at Istanbul.", *Dumbarton Oaks Papers*, Vol. 23/24, 1969/1970, pp. 355-368.
- 841. Mainstone, Rowland J. *Hagia Sophia. Architecture, Structure and Liturgy of Justinian's Great Church*. London: Thames and Hudson, 1988. 288 pp., 305 ils., 56 planos y figs.
- 842. Mark, Robert y Hutchinson, Paul. "On the Structure of the Roman Pantheon.", *Art Bulletin*, Vol. 68, 1986, pp. 24-34.
- * 843. Mislin, Miron. *Bautechnische Entwicklung in der antiken Architektur*. [Desarrollo de la técnica constructiva en la arquitectura de la antigüedad.] Ms.: Universität Stuttgart, 1985.
- * 844. Necipoglu-Kafadar, G. "Plans and models in 15th and 16th century ottoman architectural practice.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 45, 1986, pp. 224-243.
- 845. Petronotis, Anargyros. "Der Architekt in Byzanz", *Bauplanung und Bauplanung der Antike. (Diskussionen zur Archäologischen Bauforschung 4.)*, Berlin: Wasmuth, 1983, pp. 329-343, 11 illus.

BIBLIOGRAFIA

846. Rasch, Jurgen J. "Die Kuppel in der romischen Architektur." [La cúpula en la arquitectura romana.] *Architectura*, Vol. 15, 1985, pp. 117-139.
- * 847. Richmond, E.T. *The Dome of the Rock in Jerusalem: A Description of Its Structure and Decoration*. Oxford: Clarendon Press, 1924.
- * 848. Rivoira, Giovanni T. *Roman Architecture and Its Principles of Construction under the Empire, with an Appendix on the Evolution of the Dome up to the XVIIth Century*. New York: Hacker Art Books, 1972. xxvi+310 pp.
- * 849. Rohlf, G. *Primitive Kuppel-Bauten in Europa*. [Primitivos edificios con cúpula en Europa.] München: Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1957.
- * 850. Rimpler, M. *La coupole dans l'architecture Byzantine et Musulmane*. Strasbourg: Le Tilleul, 1956.
- * 851. Smith, Myron B. *The Vault in Persian Architecture: A Provisional Classification, with Notes on Construction*. Ph.D.: The John Hopkins University, 1947. 216 pp.
852. Storz, Sebastian. "Zur Funktion von keramischen Wölbröhren im römischen und frühchristlichen Gewölbebau." [La función de las vasijas en la construcción abovedada románica y primitiva cristiana.] *Architectura*, Vol. 14, 1984, pp. 89-105.
853. Torres Balbás, Leopoldo. "Bóvedas romanas sobre arcos de resalto.", *Archivo Español de Arqueología*, Vol. 64, 1946, pp. 173-208.
- * 854. Trabucco, G. *Introduzioni tecnica allo studio dell'architettura romana a volta*. Genova ECIG.
- * 855. Van Beek, Gus W. "Arches and Vaults in the Ancient Near East.", *Scientific American*, Vol. 257, n°1, 1987, pp. 96-103.
- * 856. Van Nice, R.L. "The Structure of St.Sophia.", *Architectural Forum*, Vol. 118, n° 5, pp. 131-9.
- * 857. Van Nice, R.L. "St Sophia's Structure: A New Assessment of the Half Domes.", *Architectural Forum*, Vol. 121, n° 2, pp. 45-49.
- * 858. Verzone, P. "Le cupole di tubi fittili nel V e VI secolo in Italia.", *Atti del I congresso Nazionale di Storia dell'Architettura*, Florencia, 1938, pp. 7-11.
859. Woelfel, Wilhelm. *Wasserbau in den Alten Reichen*. [Obras hidráulicas en los imperios de la antigüedad.] Berlin: Verlag für Bauwesen, 1990. 239 pp.

C.3.3 Edad Media

860. "Zur Spitzbogenfrage." [Sobre el debate de los arcos apuntados.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 5, 1885, pp. 365-367.
- * 861. Abraham, Pol. "Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval", *Bulletin Monumental*, Vol. 93, 1934, pp. 69-88(BDV).
862. Abraham, Pol. *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval*. Paris: Vicent, Fréal et Cie., 1934. 118 pp.
- * 863. Abraham, Pol. "Les données plastiques et fonctionelles du problème de l'ogive", *Recherche*, Vol. 1, 1939.
864. Ackerman, J.S. "'Ars sine scientia nihil est". Gothic theory of architecture at the Cathedral of Milan.", *Art Bulletin*, Vol. 31, 1949, pp. 84-111.
865. Acland, James J. *Medieval Structure: the Gothic Vault* Toronto: University of Toronto Press, 1972. (BEA).
866. Alexander, Kurt D.; Mark, Robert y Abel, John F. "The Structural Behaviour of Medieval Ribbed Vaulting.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 36, 1977, pp. 241-51.
- * 867. Andrews, Francis B. *The mediaeval builder and his methods*. Wakefield: EP Publishing, 1974 (1925). 117.
- * 868. Angelis D'Ossat, G. de. "Techniche edilizie in pietra e laterizio.", *Artigianato e Tecnica nella Società dell'Alto Medioevo Occidentale (Settimane di Studio del Centro Italiano di Studi sull'Alto Medioevo, 18)*., Spoleto: Centro Italiano di Studi sull'Alto Medioevo, 1971.
- * 869. Aubert, M. "Les plus anciennes croisées d'ogives; leur rôle dans la construction.", *Bulletin Monumental*, Vol. 93, 1934, pp. 5-67, 137-237 (BDV).
870. Bassegoda Musté, Buenaventura. "Racionalismo a ultranza en la arquitectura ogival.", *Algunos ensayos de técnica edificatoria*., Barcelona: Universidad Politécnica, 1975, pp. 61-79 (BN 1/151579).
871. Bassegoda Nonell, Juan. "Bóvedas medievales a la romana.", *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Ep. III*, Vol. 43, 8, núm. 782, 1977, pp. 287-382.
872. Beaujouan, Guy. "Calcul d'expert, en 1391, sur le chantier du Dôme de Milan.", *Le Moyen Age*, Vol. 69, 1963, pp. 555-63.
- * 873. Bettini, S. "Tra Oriente e Occidente, origine della crociera di ogive.", *Quad. dell'Istituto di Storia dell'Architettura*, 1961, pp. 31-48.

BIBLIOGRAFIA

- * 874. Bilson, J. "The Beginnings of Gothic architecture: Part II: Norman vaulting in England.", *Journal of the Royal Institute of British Architects*, 3rd.ser., Vol. 6, 1899, pp. 289-326.
- * 875. Boeck, Urs. "" [La catedral de Pisa entre 1089 y 1120: observaciones sobre la técnica constructiva y la terminación de la primera fase de su construcción.] *Architectura*, Vol. 11, 1981, pp. 1-30 plans,diags,fotos, refs, alemán.
- * 876. Boiret, Y. "La cathédrale Saint-Pierre de Beauvais. Faiblesses structurelles.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 299-312 (BEA).
- 877. Booz, Paul. *Der Baumeister der Gotik*. Berlin/München: Deutscher Kunstverlag, 1954. 131 pp.
- * 878. Borg, Alan y Mark, Robert. "Chartres Cathedral: A Reinterpretation of its Structure.", *Art Bulletin*, Vol. 55, 1973, pp. 367-72.
- * 879. Born, Wolfgang. "The introduction of the Bulbous Dome into Gothic Architecture and its subsequent development.", *Speculum*, Vol. 19, 1944, pp. 208-21, 7 ilustr., 2 lám., 7 figs.
- 880. Branner, Robert. "Three Problems from the Villard de Honnecourt Manuscript.", *Art Bulletin*, Vol. 39, 1957, pp. 61-67.
- 881. Branner, Robert. "Villard de Honnecourt, Reims and the Origin of Gothic Architectural Drawing.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 61, 1963, pp. 129-146.
- * 882. Branner, Robert. "Review of the Literature of Gothic Architecture.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 32, 1973, pp. 327-333.
- 883. Bucher, François. "Design in Gothic Architecture. A Preliminary Assessment.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 27, 1968, pp. 49-71.
- 884. Bucher, François. "Medieval Architectural Design Methods, 800-1560.", *Gesta*, Vol. 11, nº 2, 1972, pp. 37-51.
- 885. Bulmer-Thomas, I. "Euclid and Medieval Architecture.", *Archaeological Journal*, Vol. 136, 1979, pp. 136-150, plates 33-34.
- 886. Castro Villalba, Antonio. "Algunos aspectos de la ciencia cierta de la construcción medieval.", *Tesis Doctoral*, Universidad de Barcelona, 1987.
- * 887. Clasen, Karl Heinz. "Deutschland Anteil und Gewölbebau der Spätgotik." [Contribución alemana en la construcción de bóvedas del gótico tardío.] *Zeitschrift des Vereins für Kunstwissenschaft*, 1937.

888. Conant, K.J. "Observations on the vaulting problems of the period 1088-1211.", *Gazette des Beaux-Arts*, 6th ser., Vol. 26, 1944, pp. 127-134.
- * 889. Conant, K.J. y Willard, H.M. "Early Examples of the Pointed Arch and Vault in Romanesque Architecture.", *Viator*, Vol. 2, 1971, pp. 203-210.
890. Cowan, Henry J. "The Structure of Gothic Cathedrals.", *Architectural Science Review*, Vol. 18, nº 4, 1975 Dic, pp. 70-84.
- * 891. Cranage, G.R. *The Cathedrals and How They Were Built*. London: Cambridge University Press, 1951. 42 pp.
892. Chapelot, Odette y Benoit, Pierre (eds.). *Pierre et métal dans le bâtiment au Moyen Age. (Recherches d'Histoire et de Sciences Sociales, 11)* Paris: Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, 1985, pp. 370 (BN 4/226043).
- * 893. Chauvel, Pierre. "Étude sur la taille des pierres au moyen âge.", *Bulletin Monumental*, Vol. 93, 1934, pp. 435-450, 22 figs., 1 lám. (BDV).
894. Du Colombier, Pierre. *Les Chantiers des Cathédrales*. Paris: A&J.Picard, 1973. 187 pp. (BN BA-15761).
- * 895. Fehr, Götz. *Benedikt Ried: Ein deutscher Baumeister zwischen Gothik und Renaissance*. [Benedikt Ried: una maestro constructor alemán entre el Gótico y el Renacimiento.] München: 1961.
896. Fitchen, John. "A Comment on the Function of the Upper Flying Buttress in French Gothic Architecture.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 45, 1955, pp. 69-90.
897. Fitchen, John. "The Erection of French Gothic Nave Vaults.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 55, 1960, pp. 281-300.
898. Fitchen, John. *The construction of Gothic Cathedrals: A Study of Medieval Vault Erection*. Chicago: The University of Chicago Press, 1981 (reimpr. ed. 1961). xxi+344 pp. (BN BA/12030).
899. Frankl, Paul. "The Secret of Medieval Masons.", *Art Bulletin*, Vol. 27, 1945, pp. 46-64.
900. Gilman, R. "The Theory of Gothic Architecture and the Effects of Shellfire at Reims and Soissons.", *American Journal of Archaeology*, Vol. 24, 1920, pp. 37-72.
- * 901. Gimpel, Jean. *The Cathedral Builders*. Salisbury/New York: Michael Russell/Grove, 1983. 127 pp.
902. Gutiérrez Moreno, Pablo. "Estructuras de plementerías pétreas de bóvedas de crucería estrellada.", *Archivo Español de Arte*, Vol. 24, 1951, pp. 251-253.

BIBLIOGRAFIA

903. Haas, Walter. "Hölzerne und eiserne Anker an mittelalterlichen Kirchenbauten." [Tirantes de madera y de hierro en la construcción medieval de iglesias.] *Architectura*, Vol. 13, 1983, pp. 136-151, 16 illus.
- * 904. Hartel, Ang. *Architektonische details des Mittelalters*. [Detalles arquitectónicos de la Edad Media.] Leipzig: Lichtdruck von Sinsel, Dorn & Co., 1900. (BEA N°1814).
- * 905. Harvey, John. "The Education of the Mediaeval Architect.", *Journal of the Royal Institute of British Architects*, Vol. 52, 1945, pp. 230-233 (BCA).
- * 906. Harvey, John H. "Geometry and Gothic Design.", *Ancient Monuments Society. Transactions.*, Vol. 30, 1986, pp. 43-56.
907. Hasak, Max. "Die Hülfslinien des Mittelalters beim Entwerfen." [Líneas auxiliares de proyecto en la Edad Media.] *Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen*, Vol. 46, 1900, pp. 246-248.
908. Hasak, Max. "Haben Steinmetzen unsere mittelalterliche Dome gebaut?" [¿Construyeron los canteros nuestras catedrales góticas?] *Zeitschrift für Bauwesen*, Vol. 45, 1895, pp. 183-218; 363-388; 18 illus.
909. Hasak, Max. *Haben Steinmetzen unsere mittelalterliche Dome gebaut?* [¿Construyeron los canteros nuestras catedrales góticas?] Berlin: Ernst, 1895. 93 pp., 8°.
910. Heyman, Jacques. "The Stone Skeleton.", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 2, 1966, pp. 249-79.
- * 911. Heyman, Jacques. "Spires and Fan Vaults.", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 3, 1967, pp. 243-258.
912. Heyman, Jacques. "Beauvais Cathedral.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 40, 1967/68, pp. 15-35.
913. Heyman, Jacques. "On the Rubber Vaults of the Middle Ages and Other Matters.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 71, 1968, pp. 177-188.
914. Heyman, Jacques. "The Gothic Structure.", *Interdisciplinary Science Reviews*, Vol. 2, 1977, pp. 151-.
915. Heyman, Jacques. "The structural analysis of Gothic architecture.", *Proceedings of the Royal Institution*, Vol. 59, 1987, pp. 215-226.
- * 916. Howard, F.E. "Fan Vaults.", *Archeological Journal*, Vol. 68, 1911, pp. 1-42.
917. Joway, H.F. "Etude de la structure d'édifices gothiques.", *Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics*, n° 363, 367 y 368, 1978, pp. 54-70.

- * 918. Joway, H.F. "La stabilité du chœur de la cathédrale de Tournai au cours de son histoire.", *Mémoire de la soc. roy. d'histoire et d'archéologie de Tournai*, Vol. 1, 1983, pp. 146-179.
- * 919. Kessler, Christel. "The Carved Masonry Domes of Mediaeval Cairo.", *A.A.R.P. (Art and Archaeology Research Papers)*, 1976 Junio, pp. 1-40.
- * 920. Killer, Josef. *Die Werke der Baumeister Grubenmann*. [Las obras del maestro constructor Grubenmann.] Basle: Birkhäuser, 1985. 206 pp.
- 921. Kübler, Lutz. "Computer Analyse der Statik zweier gotischen Kathedralen." [Análisis por ordenador de la estructura de dos catedrales góticas.] *Architectura*, Vol. 4, 1974, pp. 97-111.
- 922. Lambert, Elie. "Les voûtes nervées hispano-musulmanes et leur influence possible sur l'art chrétien.", *Hesperis*, Vol. 8, 1928, pp. 147-175.
- * 923. Lambert, Elie. "La croisée d'ogives et l'architecture islamique.", *Recherche*, Vol. 1, 1939, pp. 57-71.
- * 924. Leedy, Walter C. "The Origins of Fan Vaulting.", *Art Bulletin*, Vol. 60, 1978, pp. 207-213.
- 925. Leedy, Walter C. "Fan Vaulting.", *Scientific American*, Vol. 248, 1983, pp. 134-135.
- * 926. Lefèvre-Pontalis, M.E. "L'origine des arc-boutants.", *Congrès Archéologique de France*, Vol. 32, 1920, pp. 367-396.
- * 927. Lefrançois Pillion, Louise. *Maîtres d'oeuvre et tailleurs de pierre des Cathedrales*. Paris: Robert Laffont, 1949. 259 pp., 24 láms. (BN BA/2151).
- * 928. Mark, Robert. "The Structural Analysis of Gothic Cathedral.", *Scientific American*, Vol. 227, nº 5, 1972, pp. 90-99.
- 929. Mark, Robert. "Robert Willis, Viollet-le-Duc, and the Structural Approach to Gothic Architecture.", *Architectura*, Vol. 7, 1977, pp. 52-64.
- * 930. Mark, Robert. "Structural Experimentation in Gothic Structure.", *American Scientist*, Vol. 66, 1978, pp. 542-550.
- 931. Mark, Robert. *Experiments in Gothic Structure*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1982. 135 pp. (BEA).
- * 932. Mark, Robert. *High Gothic Structure: A Technological Reinterpretation*. Princeton, New Jersey: Art Museum, Princeton University, 1984. 39 pp.
- * 933. Mark, Robert. "The First Flying Buttresses: A New Reconstruction of the Nave of Nôtre-Dame de Paris.", *Art Bulletin*, Vol. 66, 1984, pp. 47-65.
- 934. Mark, Robert. *Light, Wind and Structure: The Mystery of the Master Builders*. London: The MIT Press, 1990. 209 pp.

BIBLIOGRAFIA

- * 935. Mark, Robert y Jonash, Ronald S. "Wind Loading in Gothic Structure.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 29, 1970, pp. 222-230.
- 936. Mark, Robert y Prenkte, Richard Alan. "Model Analysis of Gothic Structure.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 27, 1968, pp. 44-48.
- 937. Mark, Robert y Taylor, William. "The Technology of Transition: Sexpartite to Quadripartite Vaulting in High Gothic Architecture.", *Art Bulletin*, Vol. 64, 1982, pp. 579-587.
- * 938. Mark, Robert; Abel, John F. y O'Neill, Kevin. "Photoelastic and Finite-Element Analysis of a Quadripartite Vault.", *Experimental Mechanics*, Vol. 13, 1973, pp. 322-329.
- * 939. Masson, Henri. "Le Rationalisme dans l'architecture du Moyen Age.", *Bulletin Monumental*, Vol. 76, 1912. (BDV).
- * 940. Masson, Henri. "Le Rationalisme dans la architecture du Moyen Age.", *Bulletin Monumental*, Vol. 94, 1935, pp. 29-50.
- 941. Mueller, Werner. "Technische Bauzeichnungen der deutschen Spätgotik." [Dibujos técnicos de arquitectura en el gótico tardío alemán.] *Technikgeschichte*, Vol. 40, 1973, pp. 281-300.
- 942. Mueller, Werner. "Zum Problem des technologischen Stilvergleichs im deutschen Gewölbebau der Spätgotik." [Sobre el problema de los estilos en las bóvedas del gótico tardío alemán.] *Architectura*, Vol. 3, 1973, pp. 1-12.
- * 943. Murray, Stephen. "Master Jehançon Garnache (1485-1501) and the Construction of the High Vaults and Flying Buttresses of the Nave of Cathedral.", *Gesta*, Vol. 19, 1980, pp. 37-49.
- 944. Peitz, Alois. "Sicherungsarbeiten und statische Untersuchung 1961-1967 im Dom zu Trier." [Trabajos de consolidación y análisis estructural de la catedral de Trier, 1961-1967.] *Das Münster*, Vol. 21(1), 1968, pp. 49-56.
- 945. Pieper, Klaus. "Von der Statik mittelalterlicher Kirchenbauten." [Sobre la estática de las iglesias medievales.] *Baumeister*, 1950, pp. 600-604.
- 946. Pieper, Klaus. "Wie sind die Kirchen der Gotik entworfen worden?" [¿Cómo se proyectaban las iglesias góticas.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 118, n° 11, 1984, pp. 41-48.
- * 947. Porter, A.K. *The Construction of Lombard and Gothic Vaults*. New Haven: 1911.
- 948. Rave, Wilhelm. "Über die Statik mittelalterlicher Gewölbe." [Sobre la estática de las bóvedas medievales.] *Deutsche Kunst und Denkmalspflege*, 1939/1940, pp. 193-198.

949. Reimers, J. "Der Spitzbogen und seine Einführung in die mittelalterliche Baukunst." [Los arcos apuntados y su empleo en la arquitectura medieval.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 5, 1885, pp. 251-253, 282-283; 5 figs.
950. Rubió Bellver, Juan. "Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca.", *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*, 1912, pp. 87-140.
951. Ruddock, E.C. "Three Approaches to Medieval Structures.", *Structural Engineer*, Vol. 52 (4), 1974, pp. 132.
952. Sabouret, V. "Les voûtes d'arêtes nervurées. Rôle simplement décoratif des nervures.", *Le Génie Civil*, Vol. 92, 1928, pp. 205-209, 21 figs. (BEC).
953. Sabouret, V. "L'évolution de la voûte romane du milieu du XIe siècle au début du XIIe.", *Le Génie Civil*, Vol. 104, 1934, pp. 240-243, 7 figs. (BEC).
- * 954. Sachs, Klaus. *A Finite Element Analysis of a Doubly Gothic Vault*. Ph.D.: Princeton University, 1971. 237 pp.
- * 955. Sanfaçon, Roland. "Le Rôle des techniques dans les principales mutations de l'architecture gothique. (Cahiers d'études médiévales, n°7).", *Les Arts mécaniques au moyen âge*, editado por G.H.Allard y S.Lusignan. Paris: Vrin, 1982.
956. Schaefer, K. "Der Spitzbogen und seine Rolle im mittelalterlichen Gewölbebau." [El papel del arco apuntado en la construcción de las bóvedas góticas.] *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Vol. 5, 1885, pp. 290-302, 9 figs.
957. Schöller, Wolfgang. "Ein Katalog mittelalterlicher Baubetriebdarstellungen." [Catálogo de ilustraciones medievales sobre técnica constructiva.] *Technikgeschichte*, Vol. 54, 1987, pp. 77-100.
- * 958. Schulze, K.W. *Die Gewölbesysteme im spätgotischen Kirchenbau in Schwaben von 1450 bis 1520. (Tübinger Forschungen zur Archäologie und Kunstgeschichte, Vol.16)* [Los sistemas de bóvedas en las iglesias gótico-tardías en Schwaben de 1450 a 1520.] Reutlingen: 1940.
959. Segger, Jürgen. "Zur Statik gotischer Kathedralen: Dargestellt am Kölner Dom und statisch verwandten Kathedralen." [Sobre la estructura de las catedrales góticas.] *Dissertation*, Aachen, 1969. 208 pp.
- * 960. Shelby, Lon R. "Medieval Mason's Tools, I: The Level and the Plumb Rule.", *Technology and Culture*, Vol. 2, 1961, pp. 127-130.
961. Shelby, Lon R. *The Technical Supervision of Masonry: Construction in Medieval England*. Ph.D.: University of North Carolina at Chapel Hill, 1962. 280 pp.
- * 962. Shelby, Lon R. "Medieval Mason's Tools, II: Compass and Square.", *Technology and Culture*, Vol. 6, 1965, pp. 236-248.

BIBLIOGRAFIA

963. Shelby, Lon R. "Setting out the Key Stones of Pointed Arches: A Note on Medieval 'Baugeometrie'.", *Technology and Culture*, Vol. 10, 1969, pp. 537-548.
964. Shelby, Lon R. "Medieval Mason's Templates.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 30, 1971, pp. 140-154.
965. Shelby, Lon R. "The Geometrical Knowledge of Medieval Master Masons.", *Speculum*, Vol. 47, 1972, pp. 395-421.
966. Shelby, Lon R. y Mark, Robert. "Late Gothic Structural Design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler.", *Architectura*, Vol. 9, 1979, pp. 113-131.
- * 967. Societ  des Historiens Medievistes.. "La construction au Moyen Age: Histoire et archeologie.", *Actes du Congrès de la Societ  des Historiens Medievistes de l'Enseignement Supérieur Public. Be an on, 2-4 Jun., 1972.*, Paris: Les Belles Lettres, 1973. 268 pp.
- * 968. Taylor, William y Mark, Robert. "The Technology of Transition: Sexpartite to Quadripartite Vaulting in High Gothic Architecture.", *Art Bulletin*, Vol. 64, 1982, pp. 579-587.
969. Toker, Franklin. "Gothic Architecture by Remote control: An Illustrated Building Contract of 1340.", *Art Bulletin*, Vol. 67, 1985, pp. 67-95.
970. Torres Balbás, Leopoldo. "De como evoluciona una teoría de la historia de la construcción.", *Arquitectura (Madrid)*, Vol. 3, 1920, pp. 205-215.
971. Torres Balbás, Leopoldo. "La progenie hispano-musulmana de las primeras bóvedas nervadas francesas y los orígenes de las ojivas.", *Al-Andalus*, Vol. 3, 1935, pp. 398-410.
972. Torres Balbás, Leopoldo. "Las teorías sobre la arquitectura gótica y las bóvedas de ojivas.", *Las Ciencias*, Vol. 4, 1939, pp. 223-233.
973. Torres Balbás, Leopoldo. "Función de nervios y ojivas en las bóvedas góticas.", *Investigación y Progreso*, Vol. 16, 1945, pp. 214-231 (BEA (Caja 21 n 452)).
974. Torres Balbás, Leopoldo. "Leonardo da Vinci y las bóvedas hispano-musulmanas.", *Al-Andalus*, Vol. 17, 1952, pp. 438-441.
975. Torres Balbás, Leopoldo. "Bóvedas caladas hispano-musulmanas.", *Al-Andalus*, Vol. 17, 1952, pp. 186-199.
- * 976. Ueberwasser, W. "Beitr ge zur Wiederkenntnis gotischer Baugesetzm ssigkeiten." [Contribución al conocimiento de las reglas proporcionales del gótico.] *Zeitschrift für Kunstgeschichte*, Vol. 8, 1939, pp. 303-309.
977. Ungewitter, G. *Lehrbuch der gotischen Constructionen*. [Manual de construcción gótica.] Leipzig: T. O. Weigel, 1875. 2a ed., 2 vols., texto + atlas 47 l ms.

978. Viollet-le-Duc, Eugene. "Construction", *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*, Paris: A. Morel, 1858. Vol. 4, pp. 2-208.
979. Viollet-le-Duc, Eugene. "Contre-fort.", *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*, Paris: A. Morel, 1858. Vol. 4, pp. 284-305.
- * 980. Vivian, Paul. "The Projecting Triforium at Narbonne Cathedral: Structure, Form, Meaning?", *Gesta*, 1990.
- * 981. Ward-Perkins, J.B. "Quarries and Stoneworking in the Early Middle Ages: The Heritage of the Ancient World.", *Artigianato e Tecnica nella Società dell'Alto Medioevo Occidentale (Settimane di Studio del Centro Italiano sull'Alto Medioevo, 18)*, Spoleto: Centro Italiano di Studi sull'Alto Medioevo, 1971, pp.
- * 982. Ward, C. *Medieval Church Vaulting. (Princeton Monographs in Art and Archaeology, Vol.5)*. Princeton, N.J.: 1915.
983. White, Lynn. "Technology and Invention in the Middle Ages.", *Speculum*, Vol. 15, 1940, pp. 141-159.
984. White, Lynn. "Medieval Engineering and the Sociology of Knowledge.", *Medieval Religion and Technology. Collected Essays*, Berkeley: University of California Press, 1978, pp. 317-338.
- * 985. Willis, Robert. "On the Construction of the Vaults of the Middle Ages.", *Transactions of the Royal Institute of British Architects*, Vol. 1, 1849, pp. 1-69.
- * 986. Wolfe, M.I. y Mark, Robert. "Gothic Cathedral Buttressing: The Experiment at Bourges and Its Influence.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 33, 1974, pp. 17-26.
987. Zorn, E. *Statische Untersuchung der St Martinskirche in Landshut*. [Investigaciones sobre la estabilidad de la Iglesia de St Martin en Landshut.] Dissertation: Technischen Hochschule Universität München, 1933, pp. 60 + 44 pp., 10 láms., 14 ilus.

C.3.4 Renacimiento y Barroco

- * 988. Alker, H.R. *Michelangelo und seine Kuppel von St. Peter in Rom*. Karlsruhe: G.Braun, 1968.
- * 989. Annoni, A. "Tiburi lombarde e cupole leonardesche.", *Atti del I Congr. Naz. di Storia dell'Architettura*, Firenze, 1936.
990. Bannister, T.C. "The Roussillon Vault. The Apotheosis of a 'Folk' Construction.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 27, 1968, pp. 163-75.

BIBLIOGRAFIA

- * 991. Barbi, Francesco di Teodoro e Luciano. "Leonardo da Vinci: 'Del riparo a' terremoti.'", *Physis*, Vol. 25, 1983, pp. 5-29.
- * 992. Clark, Somers. "St Paul's Cathedral: Observations on Wren's System of Buttresses for the Dome, Piers and on Some Other Things.", *Sir Christopher Wren, A.D. 1632-1723*, Royal Institute of British Architects, 1923.
- * 993. Di Stefano, Roberto. *La cupola di San Pietro: storia della costruzione e dei restauri*. 2a ed.rev. Napoles: Edizione Scientifiche Italiane, 1980.
- * 994. Di Stefano, R. *La Cupola di San Pietro*. Napoles: Edizioni Scientifiche Italiane, 1963.
- * 995. Doren, A. "Zum Bau der Florentiner Domkuppel." [Sobre la construcción de la cúpula de Florencia.] *Repertorium für Kunstwissenschaft*, Vol. 21, 1898, pp. 249-262.
- 996. Downes, Kerry. *Sir Christopher Wren: The Design of St. Pauls Cathedral*. London: Trefoil, 1988. 192 pp.
- 997. Durm, Josef. *Die Baukunst der Renaissance in Italien. (Handbuch der Architektur. Zweiter Teil. 5 Band)*. [La Arquitectura del Renacimiento en Italia.] Leipzig: J.M.Gebhardt's Verlag, 1914. (BN S.11 -81).
- 998. Durm, J. *Die Domkuppel in Florenz und der Peterskirche in Rom*. [La cúpula de Florencia y San Pedro de Roma.] Berlin: 1887.
- 999. Durm, J. "Zwei Grosskonstruktionen der italienischen Renaissance." [Dos grandes construcciones del Renacimiento italiano.] *Zeitschrift für Bauwesen*, 1887, pp. 353-374, con 3 lám.
- * 1000. Fasolo, Vincenzo. *La Cupola di S.Carlo ai Catinari*. Roma: Istituto di Studi Romani, 1947. 30 pp.
- 1001. Fergusson, Frances D. "Leonardo da Vinci and the Tiburio of Milan Cathedral.", *Architectura*, Vol. 7, 1977, pp. 175-192.
- 1002. Lahuerta, Javier. "Un comentario sobre la estabilidad de la cúpula de S.Pedro de Roma.", *Revista Nacional de Arquitectura*, Vol. 8, 1948, pp. 397-401.
- * 1003. Mainstone, Rowland J. "Brunelleschi's Dome of Santa Maria del Fiore and Some Related Structures.", *Transactions of the Newcomen Society*, Vol. 42, 1969-1970, pp. 107-126.
- 1004. Mainstone, Rowland J. "Guarini and Leonardo.", *Architectural Review*, Vol. 147, 1970. p. 454.
- 1005. Mainstone, Rowland J. "Brunelleschi's Dome.", *Architectural Review*, Vol. 162, 1977, pp. 156-166.
- 1006. Mueller, Werner. "Die Lehrbogenkonstruktion in den Proberissen der Augsburger Mauermeister aus den Jahren 1553-1723 und die gleichzeitige

französische Theorie." [La construcción de cimbras en los manuscritos de los constructores de Augsburgo 1553-1723 y la teoría francesa contemporánea.] *Architectura*, Vol. 2, 1972, pp. 17-33, 18 ilus.

- * 1007. Prager, Frank D. "Brunelleschi's Inventions and the 'Renewal of Roman Masonry Work'.", *Osiris*, Vol. 9, 1950, pp. 457-554.
- * 1008. Prager, Frank D. "A Manuscript of Taccola, Quoting Brunelleschi, On Problems of Inventors and Builders.", *Proceedings of the American Philosophical Society*, Vol. 112, 1968, pp. 131-149.
- * 1009. Prager, F.D. y Scaglia, G. *Brunelleschi: Studies of His Technology and Inventions*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1970.
- * 1010. Raymond. "Mémoire sur la construction du dôme de la Madonna de la Salute, à Venise, comparée avec celle du dôme des Invalides à Paris.", *Mémoires de l'Académie Royales des Sciences de Paris*, 1798, pp. 395-.
- * 1011. Robison, Elwin C. *Guarino Guarini's Church of San Lorenzo in Turin*. Ph.D.Thesis: Cornell University, 1985.
- * 1012. Roccatelli, C. "La cupola del Brunelleschi.", *Atti del I. Congresso Nazionale di Storia dell'Architettura.*, Firenze, 1936.
- 1013. Saalman, Howard. "Michelangelo: S. Maria del Fiore and St. Peter's.", *Art Bulletin*, Vol. 57, 1975, pp. 374-409.
- 1014. Saalman, Howard. *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*. London: A.Zwemmer Ltd., 1980. 316 pp.
- 1015. Sachse, H.J. *Barocke Dachtragwerke, Decken und Gewölbe*. [Armaduras, cubiertas y bóvedas barrocas.] Berlin: Gebr.Mann Verlag, 1975.
- * 1016. Sanpaolesi, Piero. "Il concorso di 1418-20 per la cupola di S.Maria del Fiore.", *Rivista d'Arte*, Vol. 18, 1936, pp. 321-344.
- * 1017. Sanpaolesi, Piero. "Le cupole e gli edifici a cupola del Brunelleschi e loro derivazione de edifici romani.", *Atti del I Congresso Nazionale di Storia dell'Architettura.*, Firenze, 1936.
- * 1018. Sanpaolesi, Piero. *La cupola di Santa Maria del Fiore*. Rome: Reale Istituto d'Archeologia e Storia dell'Arte, 1941.
- * 1019. Sanpaolesi, Piero. "Ipotesi sulle conoscenze matematiche, statiche e meccaniche del Brunelleschi.", *Belle Arti*, 1951, pp. 25-.
- * 1020. Sanpaolesi, Piero. *La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto, la costruzione*. Firenze: EDAM, 1977.
- 1021. Straub, Hans. "Domenico Fontana, ein Tessiner Ingenieur des 16. Jahrhunderts." [Domenico Fontana, un ingeniero constructor de la región de Tesino en el siglo XVI.] *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 123, 1944, pp. 172-176.

BIBLIOGRAFIA

1022. Stüssi, F. "Leonardo da Vincis Entwurf für eine Brücke über das Goldene Horn." [El proyecto de Leonardo da Vinci para un puente sobre el Cuerno de Oro.] *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 71, nº 8, 1953, pp. 113-116.
- * 1023. Terzaghi, A. "Origini e sviluppi della cupola ad archi intrecciati nell'architettura barocca del Piemonte.", *Atti del X Congresso di Storia dell'Architettura, Torino 1957.*, Roma, 1959.
1024. Verzone, Paolo. "Struttura delle cupole del Guarini.", *Guarini e l'Internazionalita del Barocco. Atti del Covegno Internazionale.*, Torino: Accademia delle Scienze di Torino, 1970.

C.3.5 Siglos XVIII y XIX

1025. "Eine neue Art der Ausführung von Kreuzgewölben." [Un nuevo método de construcción de las bóvedas de crucería.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 3, 1869.
1026. Collins, George R. "The Transfer of Thin Masonry Vaulting from Spain to America.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 27, 1968, pp. 176-201.
1027. Heyman, Jacques. "Crossing Piers of the French Pantheon.", *Structural Engineer. Part A: Monthly*, Vol. 63 A, nº 8, 1985 Aug, pp. 230-234.
- * 1028. Petzet, M. *Soufflot's Saint Genenieve und der französische Kircehnbau des 18 Jahrhunderts.* [Santa Genoveva de Soufflot y las iglesias francesas del siglo 18.] Berlin: 1961.
1029. Wight, Peter B. "The Practice of Architecture and Cohesive Construction in America. Part III. The Life and Works of Rafael Guastavino.", *The Brickbuilder*.

D. Varia

- * 1030. Artz, Frederick B. *The Development of Technical Education in France, 1500-1850.* Cambridge, Mass.: 1966.
1031. Ubbelohde, A.R.J.P. "The beginnings of the change from craft mistery to science as a basis for technology.", *A History of Technology*, editado por Ch.Singer New York/Oxford: Oxford University Press, 1958. Vol.4 pp. 663-81.
1032. White, Lynn. *Medieval Religion and Technology. Collected Essays.* Berkeley/Los Angeles/London: University of California Press, 1978. 360 pp. (BN 4-157618).

D.1 Armaduras de cubierta

1033. Binding, G.; Mainzer, U. y Wiedenau, A. *Kleine Kunstgeschichte des deutschen Fachwerkbaus.* [Pequeña historia de las armaduras de cubierta en alemania.] Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1975.

1034. Courtenay, L.T. y Mark, R. "The Westminster Hall roof: A historiographic and structural study.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 46, 1987, pp. 374-393.
- * 1035. Deneux, H. "L'évolution des charpentres du XIe au XVIIIe siècle.", *L'Architecte*, 1927, pp. 49-89.
- * 1036. Gasparini, Dario A. y Provost, Caterina. "Early Nineteenth Century Developments in Truss Design in Britain, France and the United States.", *Construction History*, Vol. 5, 1989, pp. 21-34.
1037. Ostendorf, Friedrich. *Die Geschichte des Dachwerks. erläutert auf einer grossen Unzahl Mustergültig alter Konstruktionen.* [Historia de las armaduras de cubierta. explicada con un sinnúmero de ejemplos de antiguas construcciones.] Leipzig: 1908. (BEA n°5988).
- * 1038. Yeomans, D.T. *Aspects of the Development of Structural Carpentry 1600-1800.* Ph.D.: University of Liverpool, 1983. 263 pp.

D.2 Maquinaria de construcción

1039. Ferguson, Eugene S. "The Mind's Eye: Nonverbal Thought in Technology.", *Science*, Vol. 197, 1977, pp. 827-836.
- * 1040. Jensen, M. *Civil Engineering around 1700 with Special Reference to Equipment and Methods.* Copenhagen: Danish Technical Press, 1969.
1041. Kottmann, Albrecht. *Alte Baumaschinen. (Kleine Kunstführer, n°1108).* [Antigua maquinaria de construcción.] 3aEd. München/Zürich: Verlag Schnell & Steiner, 1982 (1977).
1042. Leistikow, Dankwart. "Aufzugsvorrichtungen für Werksteine im mittelalterlichen Baubetrieb: Wolf und Zange." [Mecanismos de elevación de piedras en la construcción medieval] *Architectura*, Vol. 12, 1982, pp. 20-33.
1043. Scaglia, Giustina. "Drawings of Machines for Architecture from the Early Quattrocento in Italy.", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 25, 1966, pp. 90-114.
1044. Stromer, Wolfgang von. "Brunelleschi's automatischer Kran und die Mechanik der Nürnberger Drahtmühle." [La grúa automática de Brunelleschi y la mecánica de la rueda de Nürnberg.] *Architectura*, Vol. 7, 1977, pp. 163-174.

D.3 Geometría y proporciones

1045. "Silhouetten einiger historischen Kirchenbauten als Vergleich zu den Entwürfen der Berliner Dombau-Konkurrenz." [Comparación de siluetas de iglesias antiguas en relación con el concurso para la construcción de la catedral de Berlín.] *Deutsche Bauzeitung*, Vol. 3, 1869, pp. 260-261.

BIBLIOGRAFIA

1046. D'Ocagne, Maurice. "Méthode simple pour le tracé des joints dans les voûtes elliptiques.", *Annales des Ponts et Chaussées*, 6 série, Vol. 12, 1886, 2º sem, pp. 403-405.
1047. Hautecour, L. "Les proportions mathématiques et l'architecture.", *Gazette des Beaux-Arts*, Vol. 18, 1937, pp. 263-.
1048. Kottmann, Albrecht. *Fünftausend Jahre messen und bauen. Planungsverfahren und Masseinheiten von der Vorzeit bis zum Ende des Barock*. [Cinco mil años midiendo y construyendo. Diseño y proporción desde la prehistoria hasta finales del Barroco.] Stuttgart: Julius Hoffmann Verlag, 1981. 296 pp., 275 dibujos, 87 láminas.
- * 1049. Lesser, George. *Gothic Cathedrals and Sacred Geometry*. London: A.Tiranti, 1964. 203 pp.
- * 1050. Meckseper, Cord. "" [On Pentagonal Construction by Villard de Honnecourt and the Later middle Ages.] *Architectura*, Vol. 13, 1983, pp. 31-40.
- * 1051. Paul Lawrence, Rose. "Renaissance Italian Methods of Drawing the Ellipse and Related Curves.", *Physis*, Vol. 12, 1970, pp. 371-404.
1052. Shelby, Lon R. *Gothic Design techniques: The 15th Century Design Booklets of Mathes Roriczer and Hans Schumttermayer*. Carbondale and Edwardsville: Southern Illinois University Press, 1977. (BN BA/19756).
- * 1053. Velte, Maria. *Die Anwendung der Quadratur und Triangulatur bei der Grund- und Aufrissgestaltung der gotischen Kirchen*. [La utilización de la cuadratura y la triangulación en la generación de las plantas y alzados de las catedrales góticas.] Basel: 1951.
1054. Viollet-le-Duc, Eugene. "Proportion.", *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française du XI au XVI siècle*, Paris: A. Morel, 1859. Vol. 7, pp. 532-561.

D.4 Análisis dimensional: Principio de semejanza

1055. Aroca Hernández-Ros, Ricardo. "Tamaño y proporción de las estructuras. [Clase del curso de doctorado sobre geometría y estructuras. Manuscrito.]", *Madrid*, 1989 (Mayo).
1056. Barr, Archibald. *On the Application of the Science of Mechanics to Engineering Practice*. London: The Institution of Civil Engineers, 1899. 23 pp.
1057. Barr, Archibald. "Comparisons of Similar Structures and Machines.", *Transactions of the Institution of Engineers and Shipbuilders in Scotland*, Vol. 42, 1899 21 marzo, pp. 322-360, lám. XX.
1058. Galileo Galilei. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove scienze Attenenti alla Meccanica & i movimenti Locali*. Leiden: Elsevier, 1688.

1059. Galileo Galilei. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Madrid: Editora Nacional, 1976. 447 pp.
1060. Gordon, J. E. *Structures, or Why things don't fall down*. Harmondsworth: Penguin Books, 1978. 395 pp.
- * 1061. Greenhill, A.G. "Determination of the greatest height consistent with stability that a vertical pole or mast can be made, and of the greatest height to which a tree of given proportions can grow.", *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 4, 1881, pp. 65-73.
1062. Greenhill, A.G. "On Mechanical Similitude.", *Mathematical Gazette*, Vol. 8, nº 122, 1916 marzo, pp. 229-233.
1063. McMahon, Thomas A. y Bonner, John Tyler. *Tamaño y vida*. Barcelona: Labor, 1986. 255 pp.
1064. Palacios, Julio. *Análisis dimensional*. Madrid: Espasa-Calpe, 1964. 2a ed. corr. y aum., 272 pp.
1065. Rayleigh, J.W.S. "The Principle of Similitude.", *Nature*, Vol. 95, 1915, pp. 66-68.
1066. Rayleigh, J.W.S. "The Principle of Similitude.", *Nature*, Vol. 95, 1915, pp. 202-203.
1067. Ritter, M. "Experimentelle Methoden der Baustatik." [Métodos experimentales en el cálculo de estructuras.] *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 96, nº 18, 1930, pp. 226-229.
1068. Thompson, D'Arcy Wentworth. "Galileo and the Principle of Similitude.", *Nature*, Vol. 95, 1915, pp. 426-427.
1069. Thompson, D'Arcy Wentworth. "The Principle of Similitude.", *Nature*, Vol. 95, 1915, pp. 202.
1070. Thompson, D'Arcy Wentworth. *Sobre el crecimiento y la forma*. Madrid: Blume, 1980. 330 pp.
1071. Thomson, J. "Comparison of Similar Structures as to Elasticity, Strength, and Stability.", *Collected Papers in Physics and Engineering*, Cambridge: At the University Press, 1912, pp. 361-372 (BEC 52a 122).

D.5 Filosofía de las estructuras

1072. Cardellach, Félix. *Filosofía de las Estructuras. Filiación racional de las formas resistentes empleadas en la ingeniería y en la arquitectura histórica y moderna*. Barcelona: Librería de Agustín Bosch, 1910. 316 pp. (BN 1/57401).
1073. Torroja, E. *Razón y Ser de los Tipos Estructurales*. Madrid: Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1976. 403 pp. (BN 1/157942).

D.6 Rehabilitación de edificios

1074. Beckman, P. "The step-by-step approach to investigation and remedial work illustrated by the work at York Minster and Holy Trinity Church, Coventry.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 105-114.
1075. Beranek, W.J. "Understanding of Structures.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 29-44.
1076. Delbecq, Jean-Michel y Sacchi, Giannantonio. *Restauration des Ouvrages et des Structures*. Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1983. 522 pp.
1077. Delrue, J. "Earthquakes as a major natural selection of structural forms.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 287-298.
1078. Di Stefano, R. "The limits of the intervention in the stability of monuments with regard to the problems of protection.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 277-286.
1079. Heyman, Jacques. "La restauration des ouvrages de maçonnerie, principes structurales.", *Restauration des Ouvrages et des Structures*, Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1983, pp. 329-34.
- * 1080. Joway, H.F. "Exemples de renforcement: les églises Saint-Antoine de Padoue et Saint-Jacques à Liège.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 313-326.
- * 1081. Jurina, L. "Considerazioni sul restauro strutturale degli edifici monumentali.", *Recuperare Edilizia design Impianti*, Vol. 1, n°2, 1982, pp. 146-151.
1082. Lemaire, R.M. y Van Balen, K. (Eds.). *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*. Leuven: Leuven University Press, 1988. 343 pp.
1083. Mamillan, M. "Les méthodes expérimentales appliquées à l'établissement du diagnostic et à l'étude de la stabilité des structures anciennes.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 127-140.
1084. Mouton, B. "Méthodes d'analyse destructives et non-destructives pour les structures historiques. Avantages et limites.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 141-156.

1085. Oberti, G. "Mesures de déformation des structures. Possibilités et limites d'essais sur modèles réduits. Exemple: la reconstruction des colonnes du 'tiburium' du Dôme de Milan.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 181-194.
1086. Pieper, Klaus. *Sicherung historischer Bauten*. [Consolidación de edificios históricos.] Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn, 1983. 337 pp., 4°.
- * 1087. Powys, A.R. y Wilson, J.S. "The Repair of Vaulted Buildings. Two principles of repair too often neglected by those in charge of great vaulted buildings and other buildings.", *RIBA Journal*, 3rd series, Vol. 42, 1935, pp. 1142-4.
1088. Rossi, P.P. "Détermination expérimentale des caractéristiques mécaniques des maçonneries.", *Restauration des Ouvrages et des Structures*, Paris: Presses de l'École National des Ponts et Chaussées, 1983, pp. 249-280.
1089. Rossi, P.P. "Non-destructive methods of analysing the mechanical characteristics of masonry construction using flat-jacks.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 115-126.
- * 1090. Van Balen, K. *Stabiliteitsherstel in Monumentenherzog*. Antwerpen: N.H.I.B.S., 1984. (onuitgegeven diplomawerk).
1091. Van Balen, K. "Stabiliteitsherstel in monumentenherzog.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 15-28.
1092. Van Gemert, D. "The use of grouting for the consolidation of historic masonry constructions. Advantages and limitations of the method.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 265-276.
1093. Wenzel, F. "Zur Arbeit des Bauingenieurs in der Denkmalpflege.", *Bauwelt*, Heft 31/32, 1982, pp. 1239-1246.
1094. Wenzel, F. "Examples of methodical approach to structural consolidation of ancient buildings.", *Stable-Unstable? Structural Consolidation of Ancient Buildings*, editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, Leuven: Leuven University Press, 1988, pp. 93-104.

Addenda

1095. Cox, H. L. *The design of structures of least weight*. London: Pergamon, 1965. 135 pp.
1096. Casaseca Casaseca, A. *Rodrigo Gil de Hontañón (Rascafría, 1500 - Segovia, 1577)*. Salamanca: Junta de Castilla y León, 1988. 381 pp.

BIBLIOGRAFIA

INDICE DE AUTORES

A

ACI: 5
 Abel, John F.: 866, 938
 Abraham, Pol: 861, 862, 863
 Abrams, Daniel P.: 701
 Ackerman, J.S.: 265, 864
 Acland, James J.: 865
 Ache, Jean Baptiste: 73
 Addis, W.: 51
 Adhemar, Joseph: 240
 Agrawal, S.R.: 634, 635
 Aguiló, M.Paz: 6
 Ahmad: 741
 Ainger, Alfred: 743
 Aitani, Takeshi: 697
 Albarrán, José: 180
 Alberti, León Baptista: 106, 107, 142
 Alexander, Kurt D.: 866
 Alker, H.R.: 988
 Altendorf, H.: 312
 Alvarez, Francisco: 143
 Alzola y Minondo, Pablo de: 74
 Allen, Robert H.: 703
 Andrés de San Miguel, Fray: 122
 Andrews, Francis B.: 867
 Angelis D'Ossat, G. de: 812, 813, 868
 Annoni, A.: 989
 Arfe y Villafañe, Ioan de: 108
 Aroca Hernández-Ros, Ricardo: 692, 1055
 Arranz Herrero, Manuel: 266
 Artz, Frederick B.: 1030
 Ashby, R.J.: 709
 Atkinson, George: 52
 Atwood, G.: 313
 Aubert, M.: 869
 Audoy: 314
 Auld, F.A.: 636
 Auric: 315
 Autenrieth, E.: 316

B

Babcock, Charles: 241
 Badr, Issam Eldin Abdon: 744
 Bails, Benito: 144, 145
 Baker, J.F.: 710
 Baker, J.F.: 711
 Ballina, Manuel Isidoro de la: 181
 Bannister, T.C.: 990
 Barberot, E.: 242
 Barbé-Coquelin de Lisle, G.: 267
 Barbi, F. T.: 991

Barkhausen: 317
 Barlow, William Henry: 318, 319
 Barr, Archibald: 1056, 1057
 Bartoli, Maria Teresa: 745
 Bassegoda Muste, B.: 586, 746, 870
 Bassegoda Nonell, Juan: 871
 Bassegoda, Joaquín: 268
 Baumann, R.: 587
 Baxter, J.W.: 637
 Bayó, Jaime: 747
 Beaujouan, Guy: 872
 Becker, M.: 320
 Beckett Denison, E.: 638, 639
 Beckman, Paul: 748, 1074
 Behr Kishor, Richard A.: 640
 Belidor, B. F.: 321, 322, 323
 Belpaire, Th.: 324, 325
 Bell, William: 326
 Bendala Lucot, Fernando: 641
 Benoit, Pierre: 892
 Benvenuto, E.: 75
 Beranek, W.J.: 1075
 Berard, Joseph-Balthasar: 327
 Beterman, Theodore: 7, 8
 Bettini, S.: 873
 Bibiena, Fernando Galli: 227
 Bilson, J.: 874
 Billington, David P.: 642
 Binding, G.: 1033
 Bischoff, Bernhard: 53
 Bland, William: 328
 Blasic, C. y Spinelli, P.: 643
 Blondel, François Nicholas: 218, 219
 Blondel, J.F.: 228
 Boeck, Urs: 875
 Boiret, Y.: 876
 Boistard, L.C.: 329, 330
 Bonet Correa, A.: 10, 269, 270, 271
 Bonneau, M.: 644
 Bonner, John Tyler: 1063
 Booz, Paul: 877
 Borgnis, J. A.: 243
 Borg, Alan: 878
 Born, Wolfgang: 879
 Borra, Giovanni Batista: 331
 Borregón, Antonio: 11
 Boscovich, R.G.: 440
 Bosc, E.: 749
 Bosch Reitg, Ignacio: 750
 Bosse, Abraham: 220
 Bossut, Ch.: 332, 333, 334, 335
 Bouffet, Maurice: 336
 Bouguer, Pierre: 337
 Boulingard, Georges: 588
 Bouteloup, P.: 645
 Bovini, G.: 814
 Bowyer, Jack: 76

BIBLIOGRAFIA

Boyd, Thomas D.: 815
 Branca, Juan: 146
 Branner, Robert: 880, 881, 882
 Branner, R.: 272
 Bresse: 338
 Breymann, G.A.: 244
 Briegleb, Jochen: 816
 Brieglieb, Jochen: 817
 Briggs, Martin S.: 77
 Briggs, M.S.: 78
 British Museum: 12
 Brizguz y Bru, A. G.: 147
 Bruschi, C.: 717
 Bruschi, C.: 724
 Bruyere, L.: 245
 Bruyère, L.: 339
 Bucher, François: 273, 883, 884
 Bulmer-Thomas, I.: 885
 Bullet, Pierre: 221
 Bustamante, A.: 274, 275, 290
 Buti, Andrea: 589
 Buti, A. y Corradi, M.: 590

C

CEYDE: 13
 Camón Aznar, José: 276
 Caramuel, Juan: 123
 Cardellach, Félix: 1072
 Cardwell, D.S.L.: 54
 Carrillo de Albornoz, Mariano: 340
 Carrillo, Mariano: 182
 Carvallo: 341
 Casaseca Casaseca, A.: 277, 1096
 Cassinello, F.: 646, 647, 648
 Castigliano, A.: 342
 Castigliano, A.: 343
 Castro Villalba, Antonio: 886
 Cataneo, Pietro: 209
 Cavallari Murat, Augusto: 278
 Cavanagh, W.G.: 818
 Ceán Bermúdez, J. A.: 289
 Cedolin, L.: 649
 Cejka, Jan: 819
 Cervera Vera, Luis: 279
 Cervera, Jaime: 591
 Clairac y Saenz, Pelayo: 79
 Clapeyron, E.: 432
 Clark, Somers: 992
 Clasen, Karl Heinz: 887
 Claudel, J.: 246, 247, 248
 Clericetti, C.: 344
 Coll y March, J.: 183
 Collins, George R.: 1026
 Comolli, Angelo: 14

Conant, K.J.: 888, 889
 Contro, R.: 650
 Cooke, N.: 651
 Cordemoy, J.L. de: 229
 Cotterill, James H.: 345
 Coulomb, C.A.: 346
 Couplet, P.: 347
 Couplet, P.: 348
 Courtenay, L.T.: 1034
 Cousinery: 349
 Cowan, H. J.: 80, 81, 82, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 890
 Cox, H. L.: 1095
 Cranage, G.R.: 891
 Crelle, A.L.: 350
 Creswell, K.A.C.: 820
 Cresy, Edward: 351
 Crisfield, M.A.: 652, 653
 Croizette Desnoyers, Ph.: 352
 Culmann, K.: 353, 354

CH

Chanfón Olmos, Carlos: 280, 281
 Chapelot, Odette: 892
 Charlton, T.M.: 592, 593
 Chauvel, Pierre: 893
 Chettoe, C.S.: 654
 Cheung, Sun-Sum: 734, 735
 Chezy: 491
 Chiaveri, Gaetano: 355, 356
 Chitty, L.: 712, 713
 Choisy, Auguste: 821, 822
 Chrimes, Mike: 594

D

Dantu: 655
 Danyzy, A.A.H.: 357
 Darcel, M.J.: 823
 Davey, N.: 83
 Davidesco: 358
 Daviler, C. A.: 230
 De L'Orme, Philibert: 210
 Dejardin, M.: 359
 Delbecq, J. M.: 595, 656, 657, 658, 659, 1076
 Delrue, J.: 1077
 Demanet, A.: 249
 Deneux, H.: 1035
 Denfert-Rochereau: 360
 Derand, François: 222
 Di Pasquale, S.: 660
 Di Stefano, R.: 993, 994, 1078
 Dietlein, J.F.W.: 361

Dischinger, Fr.: 362
 Doren, A.: 995
 Dorn, Harold I.: 596
 Douglas, Thomas: 824
 Downes, Kerry: 996
 Drachmann, A.G.: 55
 Drouets: 363
 Drucker, D.C.: 661, 662
 Drysdale, R.G.: 663, 678, 679, 680
 Du Colombier, Pierre: 894
 Dubosque, J.: 250
 Dulacska, Endre: 664, 665
 Dunkeld, Malcolm: 56, 57
 Dunn, W.: 759
 Dupin, Charles: 184, 185
 Dupuit: 364
 Durand-Claye, A.: 365, 366
 Durm, Josef: 997, 998, 999
 D'Ocagne, Maurice: 1046
 D'Olivier: 367

E

Eddy, Henry T.: 368
 Ehresmann, D.L.: 15
 Emerson, W.: 825
 Enciclopedia: 84, 85
 Engelmann, Wilhelm: 16
 Engesser, Fr.: 369
 Enslin, T.C.F.: 17
 Espasa: 760
 Esselborn, C.: 186
 Ewert, Christian: 826, 827

F

Fabré, V.: 370
 Fanjiang, Guang-Nan: 726
 Farshad, M.: 666
 Fasolo, Vincenzo: 1000
 Fehr, Götz: 895
 Ferguson, Eugene S.: 18, 1039
 Fergusson, Frances D.: 1001
 Fergusson, James: 251
 Fernández Alvarez, Francisco: 667
 Fernández Herrero, F.: 291
 Fernández de Medrano, S.: 124, 148
 Ferrer, Bartolomé: 149
 Fidler, A.G.S.: 761
 Filarete: 211, 212
 Fink, Josef: 762
 Fischer, Klaus: 828
 Fischer, L.: 668
 Fitchen, J.: 86, 763, 896, 897, 898
 Fluegge, W.: 669

Foerster, M.: 187, 188, 371
 Fontana, Carlo: 223
 Föppl, A.: 372, 373, 374
 Forbes, Robert James: 19
 Fornes y Gurrea, M.: 189, 190, 191
 Francesco di Giorgio Martini: 213
 Franciosi, Claudio: 670, 671
 Franciosi, Vincenzo: 672, 673
 Francis, A.J.: 674
 Franke, Paul-Gerhard: 597
 Frankl, Paul: 20, 899
 Frank, Folker: 21
 Fresnel, Léonor: 375
 Freyssinet: 376, 598, 599
 Frézier, A.F.: 231, 232, 377
 Frick, Otto: 192
 Friderici: 378
 Fuhrmann, A.: 379
 Fuller, G.: 380
 Fusco, Renato de: 22

G

Galileo Galilei: 1058, 1059
 Gallardo, Bartolomé José: 23
 García Ballester, L.: 33
 García Berruguilla, J.: 150, 151
 García López, Marcelino: 193
 García de Céspedes, Andrés: 125
 García-Tapia, Nicolás: 282
 García, Simón: 126, 127
 Gardier: 381
 Garidel: 382
 Gasparini, Dario A.: 1036
 Gaudí, F. W. von: 194
 Gauthey, E. M.: 383, 384, 385, 386
 Gautier, H.: 387, 388, 389
 Gazhali, M.Z.: 675
 Gee, A.F.: 637
 Gelabert, Joseph: 128, 129
 Gentile, N.: 24
 Ger y Lobe, Florencio: 195
 Gertsner, Franz: 390
 Gettens, Rutherford J.: 25
 Giangreco, Elio: 676
 Giaquinta, M.: 677
 Gibbons, Chester H.: 600
 Gilman, R.: 900
 Gille, Bertrand: 87
 Gilliot: 391
 Gillispie, Charles Coulston: 26
 Gillmor, C. Stewart: 601
 Gimpel, Jean: 901
 Giovannoni, G.: 829, 830, 831
 Giuliani, C.F.: 832

BIBLIOGRAFIA

Giusti, E.: 677
 Gnuschke, H.: 392
 Godard, A.: 833
 Goddé, Jules: 27
 Goethals, Emile: 764
 Gómez-Moreno, Manuel: 28
 Gonin, E.: 252
 Gordon, J. E.: 1060
 Gottgetreu, R.: 253, 765
 Gotti, José: 196, 197
 Gouilly, Al.: 393
 Grabar, Olec: 834
 Graefe, Rainer: 602
 Greenberg, H.J.: 662
 Greenhill, A.G.: 1061, 1062
 Gregory, D.: 394, 395, 396
 Gruson, J. P.: 397, 398
 Guarini, Camillo Guarino: 224
 Guastavino, R.: 198
 Guerra, G.: 766
 Guillerme, Jacques: 603
 Gunaratnam, David J.: 703
 Gutiérrez Moreno, Pablo: 902
 Gutiérrez, Ramón: 29
 Gwilt, Joseph: 399, 400

H

Haase, Max: 254
 Haas, Walter: 903
 Hacker: 401, 402, 403
 Hagen, G.: 404, 405, 406
 Hakuno, Motohiko: 697
 Halász, Robert v.: 69
 Hall, Bert S.: 30
 Hamid, A.A.: 663, 678, 679, 680
 Hamilton, S.B.: 604, 605, 606
 Handbuch: 88, 89, 90
 Hartel, Ang.: 904
 Hart, Franz: 767
 Harvey, John: 905, 906
 Harvey, W.J.: 681, 737
 Hasak, Max: 907, 908, 909
 Hatzel, E.: 768
 Hatzinikolas, M.: 682
 Hauck, George F. W.: 835
 Hautecour, L.: 769, 1047
 Heger, Frank J.: 739
 Heidebrecht, A.C.: 663, 680
 Heinrich, Bert: 770, 771
 Heinzerling, F.: 407, 408, 409, 410, 411, 412, 772
 Henderson, W.: 654
 Hendry, A.W.: 683
 Hendry, A.W.: 706

Herranz y Laín, Clemente: 283
 Hertwig, A.: 607
 Hertwig, A.: 773
 Hess, Friedrich: 774, 775
 Heuser, C.: 413
 Heyman, J.: 608, 609, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 737, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 1027, 1079
 Hjersman, Peter: 776
 Hoffmann, E. H.: 414
 Hoffmann, Louis: 415
 Hooke, Robert: 416
 Horman, C.B.: 674
 Howard, F.E.: 916
 Howe, M. A.: 417, 418
 Huebsch, Heinrich: 419
 Huerta Fernández, S.: 692
 Hutchinson, Paul: 842

I, J

Iñiguez, Francisco: 777
 Isabelle, E.: 778, 779
 Jacobsson, Johann Karl Gottfried: 91
 Jacquier, F.: 440
 James, H.B.: 637
 Jaouiche, Khalil: 610
 Jenkin, H. C. Fleemin: 420
 Jennings, Alan: 693, 694, 695
 Jensen, M.: 1040
 Jerrems, L.E.: 674
 Jonash, Ronald S.: 935
 Joway, H.F.: 917, 918, 1080
 Jurina, L.: 1081
 J.B.: 780

K

Kavyrchine, Michel: 696
 Kemp, Emory: 781
 Kerisel, J.: 92
 Kessler, Christel: 919
 Kiesling, Ernst W.: 640
 Killer, Josef: 920
 Klemm, Friedrich: 58, 93, 611
 Kobell, : 421
 Kohnke, R.: 422
 Kojuharov, G.: 782
 Konno, Yoshisato: 697
 Kooharian, Anthony: 698
 Körner, Carl: 783, 784, 423
 Kottmann, Albrecht: 785, 1041, 1048
 Krafft: 424, 425

Krämer, C.: 426
 Krummel, D.W.: 59
 Kubler, George: 284, 285, 286, 287
 Kübler, Lutz: 921
 Kurrer, Karl-Eugen: 60, 612, 613

L

La Hire, Ph.: 427, 428, 429, 430, 431
 Lachmann, Harry: 699
 Lahuerta, Javier: 1002
 Lambert, Elie: 836, 922, 923
 Lamé, M.G.: 432
 Landsberg, Th.: 433, 371, 434, 435
 Langley, Batty: 436
 Langsdorf, K. C.: 437
 Laroque, L.: 247, 248
 Laterrade: 438
 Lavoime: 439
 Laxton, R.R.: 818
 Le Seur, T.: 440
 Lebrun, Louis: 441
 Leedy, Walter C.: 924, 925
 Lefèvre-Pontalis, M.E.: 926
 Lefrançois Pillion, Louise: 927
 Lehmann, K.: 786
 Leistikow, Dankwart: 1042
 Lemaire, R.M.: 1082
 León Tello, Fco. J.: 288
 Leonardo da Vinci: 442, 443
 Lesage, P.C.: 31, 444, 445
 Lesser, George: 1049
 Leupold, J.: 446
 Lévy, Maurice: 447
 Lewis, T. Hayter: 448
 Leybald, Ludwig: 787
 Leybold, L.: 788
 Le-Blond, G.: 152
 Livesley, R.K.: 700
 Löffler, Th.: 32
 Lömpel, H.: 789
 Longworth, J.: 682
 López Piñero, M.: 33
 Lorenzo de San Nicolás: 130, 131, 132, 133, 153, 154
 Lorgna, Anton-Mario: 449
 Losada, Manuel: 155
 Lugli, G.: 837

Ll

Llaguno y Almirola, E.: 289

M

Maass, John: 61
 Maheshwari, J.B.: 723
 Maillard, Sebastian von: 450
 Mainstone, R. J.: 94, 614, 615, 838, 839, 840, 841, 1003, 1004, 1005
 Mainzer, U.: 1033
 Mäkelä: 790
 Mallinder, P.A.: 728
 Mamillan, M.: 1083
 Mann, J.W.: 738
 Mariás, F.: 274, 275, 290
 Mark, R.: 62, 791, 842, 866, 878, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 966, 968, 986
 Martel, Claudio: 156
 Martínez de Aranda: 109, 110
 Martin, H. M.: 451
 Mascheroni, Lorenzo: 452
 Masetti, G.B.: 453
 Masson, Henri: 939, 940
 Mauel, Karl: 63
 Mazarrasa Mowinckel, O.: 291
 Mazarrasa, A. J.: 157, 158
 McMahon, Thomas A.: 1063
 McNary, W. Scott: 701
 Meckseper, Cord: 1050
 Meerwein, C. F.: 454, 455
 Mehrtens, G.: 371, 456
 Mehta, C.: 640
 Menzel, C.A.: 255
 Méry, E.: 457
 Mesnager, A.: 616
 Mesqui, Jean: 792
 Meyer, Kunst: 64
 Michon: 458, 459, 460
 Milani, G.B.: 793
 Milankovitch, M.: 461, 462
 Milizia, Francesco: 256
 Millington, John: 199
 Miquel y Lucuy, Manuel: 200
 Mislin, Miron: 95, 617, 794, 795, 843
 Molins: 463
 Mörsch, E.: 464
 Moseley, H.: 465, 466, 467, 468, 469
 Mouton, B.: 1084
 Moya Blanco, Luis: 796
 Mozzani, Temistocle: 34
 Mueller: 470
 Mueller-Breslau, H.: 471, 472, 473
 Mueller, G. C.: 474
 Mueller, W.: 618, 619, 620, 941,

BIBLIOGRAFIA

942, 1006
Muller, J.: 159, 233, 234, 475
Mungan, I.: 740
Muñoz y Salazar, Antonio: 201
Murray, Stephen: 943

N

Navascués Palacio, P.: 292, 293, 294
Navier, L.M.H.: 476, 477
Necipoglu-Kafadar, G.: 844
Neelsen, Chr.: 478
Nova, R.: 650
Noyce, Michael: 702

O

Oberti, G.: 1085
Oleson, John Peter: 35
Oppenheim, Irving J.: 703
Ortega, Fray Juan de: 111
Ortmann, O.: 479
Ostendorf, Friedrich: 1037
Otto, Frei: 65, 797
O'Neill, Kevin: 938

P

Page, A.W.: 704
Page, A.W.: 705
Page, A.W.: 706
Palacios Gonzalo, J.C.: 295, 296
Palacios, Julio: 1064
Palladio, Andrea: 134, 160, 214
Parent: 480
Parland, H.: 707
Parsons, W.B.: 96
Patte, Pierre: 481
Paul Lawrence, Rose: 1051
Pearson, Karl: 482
Peaucellier: 483
Peitz, Alois: 944
Pérez de Moya, Juan: 112, 135
Perier y Gallego, Pascual: 202
Perrault, Claudio: 161
Perrodil, Gros de: 484
Perronet, J. R.: 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491
Persy, N.: 492, 493
Perucho, Juan: 297
Peset Reig, M.: 33
Petit: 494
Petronotis, Anargyros: 845

Petzet, M.: 1028
Picatoste Rodríguez, Felipe: 36
Piélagó, Celestino del: 203
Pieper, Klaus: 945, 946, 1086
Pilgrim,: 495
Pillet, M.J.: 496
Pippard, A.J.S.: 708, 709, 710, 711, 712, 713
Pitot, H.: 497
Placzek, K.: 97
Planat, P.: 257, 498
Plazanet, M.: 499
Plo y Camín, Antonio: 162, 163
Poleni, Giovanni: 500
Polonyi, Stefan: 66
Poncelet, J.V.: 501, 502, 503, 504, 621
Ponte, Vicente: 164
Pontones, P.: 165
Porter, A.K.: 947
Portor y Castro, Juan de: 113
Powys, A.R.: 1087
Prager, Frank D.: 1007, 1008, 1009
Prager, W.: 662
Prenkte, Richard Alan: 936
Probst, Klaus: 37
Prony, G. R.: 505, 506
Provost, Caterina: 1036
Puente: 798

R

Rabagli, M.: 24
Radhakrishnan, R.: 714
Ramme, W.: 622
Rankine, W.J.M.: 507, 508, 509, 510, 511
Rasch, Jurgen J.: 846
Rave, Wilhelm: 948
Rayleigh, J.W.S.: 1065, 1066
Raymond: 1010
Rebolledo, José Antonio: 204
Reichenbach, G.: 512
Reimers, J.: 949
Rémond, L.: 513
Renaud: 514, 515
Réal, A.H.: 516, 517
Reti, Ladislao: 298
Reynolds, W.D.: 482
Rheinhard, B.: 799
Riccioni, R.: 715
Richmond, E.T.: 847
Riddington, J.R.: 675
Rieger, P. Christino: 166, 167
Ringleb, A.: 518

Ritter, M.: 1067
 Ritter, W.: 519
 Ritz, Peter: 623
 Rivoira, Giovanni T.: 848
 Robison, Elwin C.: 1011
 Robison, John: 520
 Roccatelli, C.: 1012
 Rodón-Binué, Eulalia: 299
 Roesling, C. W.: 522
 Roesling, Ch. L.: 521, 522
 Rohault, Ch.: 523
 Rohlf, G.: 849
 Rojas, Cristóbal de: 114, 115
 Rondelet, J.: 524, 525, 526, 527, 528
 Rosebraugh, Vernon H.: 725, 726
 Rosenthal, Gottfried Erich: 38
 Rösling, Ch. L.: 529
 Rossi, P.P.: 1088, 1089
 Rouf, M.A.: 720, 721
 Rouf, M.A.: 722
 Rousselet, Louis y Petit, Aimé: 530
 Rozier, Jean François: 39
 Rubió Bellver, Juan: 950
 Ruddock, E. C.: 800, 951, 801
 Ruehlmann, M.: 624
 Rue, Jean Baptiste de la: 235
 Ruiz, Hernán: 116
 Rumpler, M.: 850
 Russo, François: 40
 Ryan, Tim: 802

S

Saalman, Howard: 300, 1013, 1014
 Saavedra, E.: 460
 Sabouret, V.: 952, 953
 Sacchi-Landriani, G.: 715
 Sacchi, Giannantonio: 1076
 Sachse, H.J.: 1015
 Sachs, Klaus: 954
 Sadasewjee, Jagannath: 531
 Saint-Guilhem, P.: 532, 533
 Saint-Venant, Barré de: 625
 Salençon, J.: 716
 Salimbeni, Leonardo: 534
 Salimei, M.: 717
 Samarasinghe, W.: 706
 Sanabria, S.L.: 626, 627
 Sanfaçon, Roland: 955
 Sanpaolesi, P.: 803, 804, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020
 Sanz, M. M. V.: 301
 Save, M.: 718, 719
 Savot, Louis: 225

Sawko, F.: 720, 721, 722, 732
 Scaglia, Giustina: 1043
 Schaefer, K.: 956
 Schäfer, Günther: 67
 Scheffler, H.: 536, 537, 538
 Schmitt, E.: 539
 Schmölcke, J.: 540
 Schnabel, F.: 98
 Scholtze, K.: 41
 Scholz, Thomas: 42
 Schöller, Wolfgang: 957
 Schreiber, W.: 541
 Schubert, Friedrich: 542
 Schulze, K.W.: 958
 Schwedler, J. W.: 543, 544, 545, 546, 805
 Seeliger-Zeiss, Anneliese: 302
 Segger, Jürgen: 959
 Sejourne, P.: 547, 548
 Senés: 549, 550
 Serlio, Sebastián: 117
 Sganzi, Joseph Mathieu: 258
 Shelby, Lon R.: 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 1052
 Silberschlag, J.E.: 551
 Simonin: 168
 Singhal, H.S.S.: 723
 Singhal, M.K.: 723
 Skempton, A.W.: 43
 Smith, Cyril Stanley: 68
 Smith, Denis: 628, 629
 Smith, E. Baldwin: 806
 Smith, John F.: 44
 Smith, Myron B.: 851
 Snell, George: 552
 Sojo i Lomba, Fermín de: 303
 Solimei, M.: 724
 Sotomayor, Joaquín de: 169
 Southern, John: 553
 Sprague, Ernest H.: 554
 Stanton, W.F.: 482
 Stapleton, Darwin: 45
 Steffen, W.: 740
 Stirling, J.: 555
 Stoll, P.: 556
 Storz, Sebastian: 852
 Straub, Hans: 69, 99, 1021
 Street, Georg Edmund: 304
 Stromer, Wolfgang von: 1044
 Stummvoll, Josef von: 70
 Stüssi, F.: 1022
 Summerson, John: 71
 Swartz, Stuart E.: 725, 726
 Swida, W.: 727
 Szabó, István: 630

BIBLIOGRAFIA

T

Takada, N.: 697
 Taylor, N.: 728
 Taylor, William: 937, 968
 Terzaghi, A.: 1023
 Thierry, Jules: 205
 Thode, Dierk: 807
 Thomas, D.L.B.: 729
 Thomas, F.G.: 730
 Thompson, D'Arcy W.: 1068, 1069, 1070
 Thomson, J.: 1071
 Thunnissen, H.J.W.: 808
 Timoshenko, Stephen P.: 631
 Toker, Franklin: 969
 Tolkmitt, G.: 557
 Tolkmitt, G.: 558
 Torija, Juan de: 136, 137
 Torres Balbás, L.: 305, 853, 970, 971, 972, 973, 974, 975
 Torres Villar, E.: 46
 Torroja, E.: 1073
 Tosca, T.V.: 170, 171, 172, 173
 Tourtay: 559
 Tourtay, C.: 560, 561, 562
 Toussaint de Sens, Claude Jacovo: 206
 Towler, K. D. S.: 731, 732
 Trabucco, G.: 854
 Tranter, E.: 713
 Trautwine, John C.: 563, 564, 565
 Trzeschtik, L.: 809
 Turriano, Juanelo: 138, 139

U

Ubbelohde, A.R.J.P.: 1031
 Uccelli, Arturo: 100
 Ueberwasser, W.: 976
 Uhde, Constantin: 810
 Uhland, W. H.: 259
 Ungewitter, G.: 566, 977

V

Valdés, Nicolás: 207, 567
 Van Balen, K.: 1082, 1090, 1091
 Van Beek, Gus W.: 855
 Van Gemert, D.: 1092
 Van Nice, R.L.: 825, 856, 857
 Vandelvira, A. de: 118, 119, 120
 Varghese, P.C.: 714
 Velte, Maria: 1053

Venturoli, G.: 568
 Verin, Helen: 603
 Verzone, Paolo: 858, 1024
 Vicat: 569
 Viel de Saint Maux: 260, 570, 571, 572
 Vilnay, O.: 733, 734, 735, 736, 737
 Villanueva, Juan de: 208
 Villarceau, A. Yvon: 573, 574
 Viollet-le-Duc, E.: 101, 978, 979, 1054
 Vitruvio: 121, 176, 177, 215, 216, 217
 Vittone, Bernardo Antonio: 236
 Vivian, Paul: 980
 Vos, N. de: 261

W

Waetzoldt, Stephan: 47
 Wagner, F.: 575
 Walklate, R.P.: 738
 Walter, Caspar: 576
 Wanderley, G.: 262
 Ward-Perkins, J.B.: 981
 Ward, C.: 982
 Ware, S.: 577
 Warth, Otto: 263, 264
 Warwaruk, J.: 682
 Weale, John: 578
 Weeks, Elizabeth Harriet: 48
 Wenzel, F.: 1093, 1094
 Werner, Ernst: 102
 Weyrauch, Jacob J.: 579
 Whewell, W.: 811
 White, L.: 72, 983, 984, 1032
 Wiebenson, Dora: 49, 306
 Wiedenau, A.: 1033
 Wight, Peter B.: 1029
 Wilcke, C.: 580
 Wilkinson, Catherine: 307, 308
 Wilson, J.S.: 1087
 Willard, H.M.: 889
 Williot: 581
 Willis, Robert: 985
 Winkler, E.: 582
 Wittkower, Rudolf: 309
 Wittmann, W.: 583
 Woelfel, Wilhelm: 859
 Wolfe, M.I.: 986
 Wolff, Christian Freiher von: 237
 Wotton, Henry: 140, 226
 Wren, Christopher (hijo): 238

Y

Yeomans, D.T.: 1038
Young, Alfred E.: 584
Young, Thomas: 585
Yrala, Fray Matías de: 178

Z

Zamboni, Baldassare: 239
Zamora Lucas, Florentino: 50
Zarghamee, Mehdi S.: 739
Zedler, Johann Heinrich: 103
Zerna, W.: 740
Zimmermann, H.: 435
Zorn, E.: 987
Zreggh, A.: 741

RESUMEN

La presente Tesis estudia el problema del diseño estructural de las estructuras abovedadas de fábrica en España en los siglos XVI al XVIII. El ámbito es, pues, el de la Historia de la Construcción, nueva disciplina cuyo estado actual se discute en el Prefacio.

En la Introducción se examina el estado de la cuestión de este tipo de estudios y, para dar un marco de referencia, se realiza un resumen del desarrollo histórico de la teoría de las bóvedas. Las anteriores aportaciones se habían limitado a bóvedas simples (planas). Se discuten tanto éstas como las compuestas (espaciales): cúpulas, bóvedas de crucería, etc. La valoración de los métodos de diseño y construcción de estas estructuras parece haberse efectuado, con pocas excepciones, hasta la actualidad desde un punto de vista 'elástico-resistente' lo que ha producido una deformación en los resultados de la investigación.

Tratando de buscar un marco teórico más adecuado en la Primera Parte se realiza un estudio sobre la aplicación del moderno análisis a rotura a las estructuras de fábrica, siguiendo, fundamentalmente las teorías de Heyman, pero resaltando la validez de la antigua teoría de bóvedas que se desarrolló durante los siglos XVIII y XIX y fue abandonada tras la aparición del análisis elástico.

En la Segunda Parte se realiza un inventario de los métodos, reglas empíricas, empleados por los constructores para el dimensionamiento de los elementos estructurales básicos de este tipo de estructuras: arcos, bóvedas, nervios, contrafuertes, etc. Las fuentes primarias consultadas han sido fundamentalmente los tratados impresos de arquitectura en España, aunque también se han consultado todos aquellos manuscritos españoles relevantes de los que se ha tenido noticia. Se han examinado también los tratados europeos más importantes, tratando de buscar el origen de determinadas prácticas y de poder valorar adecuadamente las contribuciones españolas.

En la Tercera Parte se estudia, a la luz de la teoría expuesta en la Primera Parte, la posible validez de los métodos y reglas inventariados en la segunda Parte. A la luz de la presente investigación, las reglas empíricas empleadas por los antiguos constructores aparecen como una respuesta válida y racional al problema de construir edificios estables.

Las Conclusiones resumen los aspectos más relevantes resultado de la investigación, así como su posible repercusión. La extensa Bibliografía final, no sólo recoge las fuentes consultadas, sino que pretende ser un prueba empírica de la existencia del ámbito elegido, la Historia de la Construcción, así como suministrar de forma ordenada todas las referencias específicas de las que se ha tenido noticia sobre el tema de la tesis, para facilitar en la medida de lo posible investigaciones posteriores.

ABSTRACT

The present Dissertation studies the structural design of masonry vaulted structures in Spain from the XVth to the XVIIIth century. The field corresponds to Construction History, a new discipline whose actual state is discussed in the Preface.

In the Introduction is discussed 'the state of the question' of structural historical research. To provide an adequate reference frame a summary of the development of vault theory is provided. The previous contributions has been limited, mainly, to simple, plane, vaults. We discuss, also, spatial vaults such as domes, cross vaults, etc. With very few exceptions, the historical criticism has been made so far from an 'elastic' point of view. This has led, in many cases, to a misinterpretation of the historical data.

Trying to find a more adequate theoretical frame, in the First Part an study is made on the application of modern limit analysis to masonry structures, following, mainly, Heyman theories. However, the validity of the old collapse vault theory, which developed during the XVIIIth and XIXth centuries, has also been stressed. This theory was abandoned and forgotten with the rise of elastic analysis.

In the Second Part, an inventory is made of the methods, rules, geometrical constructions, etc., employed by the old masterbuilders for the dimensioning of structural members of vaulted masonry structures: arches, vaults, ribs, buttresses,... The primary sources consisted mainly on the spanish architectural treatises from the cited period. However manuscript material has been consulted when available. The main foreign european architectural treatises has also been employed trying to discover the difussion and interrelationship between spanish and european practices.

In the Third Part the possible validity of the methods inventariated is discussed, within the frame of limit analysis theory exposed in Part One. The empirical rules appear as a reasonable and valid response to the problem of designing stable vaulted masonry structures.

The conclusions summarise the most relevant aspects of the investiagtion, and their possible influence in later research in the field of Construction History. The bibliography not only includes the material strictly employed in the present Dissertation but also any tertiary sources available on the history of vaulted masonry structures and masonry vault analysis. The purpose is twofold. First, tries to prove empirically the existence of the above mentioned discipline of Construction History. Lastly, pretends to facilitate later research in the field.

